

Claudia Laus Angelo
Edson Pereira Barbosa
João Ricardo Viola dos Santos
Sérgio Carrazedo Dantas
Viviane Cristina A. de Oliveira
(Orgs.)

Modelo dos
CAMPOS
SEMÂNTICOS
e
EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

20 anos de História

2ª edição
Revisada e Ampliada



No ano de 2012 foi lançado o livro *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de História*, uma produção que aglutinou grande parte dos trabalhos de dissertações e teses defendidas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp-Rio Claro, SP, sob a orientação do Professor Romulo Lins. Naquele ano, membros da rede Sigma-t de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática organizaram um seminário para comemorar os 20 anos de história do Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Durante dois dias, pesquisadores de diferentes áreas de pesquisa da/na Educação Matemática, se reuniram para discutir, problematizar e produzir ideias em torno de noções, demandas e possibilidades do MCS. Passados dez anos, temos a felicidade de publicar uma segunda edição do livro dos 20 anos do MCS, como carinhosamente ele é chamado. Trata-se de uma edição revisada e ampliada com quatro capítulos inéditos, sendo um texto fruto de uma dissertação de mestrado e três outros textos oriundos de teses de doutorado, todos orientados por Romulo Lins. Nesta produção também temos um posfácio que alinhava produções de significados outros com capítulos deste livro. Ao longo desses anos, três grandes temáticas de pesquisa se constituíram: 1) Filosofia, Epistemologia e Educação Matemática; 2) Formação de Professores que Ensinam Matemática; e 3) Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática. Neste ano de 2022, realizamos um seminário para dar continuidade aos trabalhos, pesquisas e desenvolvimentos que são construídos em torno do MCS na Educação Matemática, bem como celebrar os 30 anos do MCS.



editora *fi*.org



MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



Processos Formativos

DIRETORES DA SÉRIE

Prof. Dr. Ana Paula Leivar Brancaloni
(Unesp/FCAV)

Prof. Dr. Humberto Perinelli Neto
(Unesp/IBILCE)

Prof. Dr. Jackson Gois
(Unesp/IBILCE)

Prof. Dr. Ricardo Scucuglia
(Unesp/IBILCE)

Prof. Dr. Harryson Júnio Lessa Gonçalves
(Unesp/ FEIS)

COMITÊ EDITORIAL CIENTÍFICO

Prof. Dr. Adriano Vargas Freitas
Universidade Federal Fluminense (UFF)

Prof. Dr. Alejandro Pimenta Betancur
Universidad de Antioquia (Colômbia)

Alexandre Maia do Bomfim
Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ)

Prof. Dr. Alexandre Pacheco
Universidade Federal de Rondônia (UNIR)

Profa. Dra. Ana Cláudia Ribeiro de Souza
Instituto Federal do Amazonas (IFAM)

Prof.ª Dr.ª Ana Clédina Rodrigues Gomes
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFFSPA)

Prof.ª Dr.ª Ana Lúcia Braz Dias
Central Michigan University (CMU/EUA)

Prof.ª Dr.ª Ana Maria de Andrade Caldeira
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)

Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)

Prof. Dr. Armando Traldi Júnior
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP)

Prof. Dr. Daniel Fernando Johnson Mardones
Universidad de Chile (UCHile)

Prof.ª Dr.ª Deise Aparecida Peralta
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)

Prof. Dr. Eder Pires de Camargo
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)

Prof. Dr. Elenilton Vieira Godoy
Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Prof. Dr. Elison Paim
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Prof. Dr. Fernando Seffner
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (FURG)

Prof. Dr. George Gadanidis
Western University, Canadá

Prof. Dr. Gilson Bispo de Jesus
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB)

Profa. Dra. Ilane Ferreira Cavalcante
Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN)

Prof. Dr. João Ricardo Viola dos Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)

Prof. Dr. José Eustáquio Romão
Universidade Nove de Julho e Instituto Paulo Freire (Uninove e IPF)

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Universidade Federal do Pará (UFPA)

Prof. Dr. José Sávio Bicho de Oliveira
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFFSPA)

Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciriaco
Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR)

Prof.ª Dr.ª Lucélia Tavares Guimarães
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)

Prof.ª Dr.ª Márcia Regina da Silva
Universidade de São Paulo (USP)

Prof.ª Dr.ª Maria Altina Silva Ramos
Universidade do Minho, Portugal

Prof.ª Dr.ª Maria Elizabeth Bianconcini de Almeida
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP)

Prof.ª Dr.ª Olga Maria Pombo Martins
Universidade de Lisboa (Portugal)

Prof. Dr. Paulo Gabriel Franco dos Santos
Universidade de Brasília (UnB)

Prof. Dr. Ricardo Cantoral
Centro de Investigación e Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav, México)

Prof. Dr. Rodrigo Ribeiro Paziani
Universidade do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Prof. Dr. Sidinei Cruz Sobrinho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSUL/Passo Fundo)

Prof. Dr. Vlademir Marim
Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

Prof. Dr. Wagner Barbosa de Lima Palanch
Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL)

MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

20 ANOS DE HISTÓRIA (SEGUNDA EDIÇÃO REVISADA E AMPLIADA)

Organizadores

Claudia Laus Angelo

Edson Pereira Barbosa

João Ricardo Viola dos Santos

Sérgio Carrazedo Dantas

Viviane Cristina Almada de Oliveira



Diagramação: Marcelo A. S. Alves

Capa: Lucas Margoni

Imagem de Capa: Daniel Lins



A Editora Fi segue orientação da política de distribuição e compartilhamento da Creative Commons Atribuição-Compartilhual 4.0 Internacional https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pt_BR



O padrão ortográfico e o sistema de citações e referências bibliográficas são prerrogativas de cada autor. Da mesma forma, o conteúdo de cada capítulo é de inteira e exclusiva responsabilidade de seu respectivo autor.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

ANGELO, Claudia Laus et al. (Orgs.)

Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de História (segunda edição revisada e ampliada) [recurso eletrônico] / Claudia Laus Angelo et al. (Orgs.) -- Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2022.

555 p.

ISBN: 978-65-5917-652-6

DOI: 10.22350/9786559172526

Disponível em: <http://www.editorafi.org>

1. Campos Semânticos; 2. Educação Matemática;; 3. Unesp; 4. Docência; 5. Brasil; I. Título.

CDD: 510.07

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática – Estudo e ensino 510.07

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	11
<i>Os organizadores</i>	
1	21
O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS: ESTABELECIMENTOS E NOTAS DE TEORIZAÇÕES	
<i>Romulo Campos Lins</i>	
2	44
ARTICULAÇÕES EPISTEMOLÓGICAS RELATIVAS AO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	
<i>Ligia Arantes Sad</i>	
3	75
MOVIMENTOS DA ÁLGEBRA LINEAR EM PESQUISAS USANDO O MCS	
<i>Rejane Siqueira Julio</i>	
<i>Viviane Cristina Almada de Oliveira</i>	
4	114
IMPERMEABILIZAÇÃO NO PROCESSO DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA A ÁLGEBRA LINEAR	
<i>Amarildo Melchhiades da Silva</i>	
5	131
CONTRIBUIÇÕES DO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS (MCS) EM PRÁTICAS EDUCATIVAS INVESTIGATIVAS QUE FOCAM QUESTÕES SOCIOAMBIENTAIS E NA ANÁLISE DO CONJUNTO DA PRODUTIVIDADE TÁTICA E SUA INTEGRAÇÃO ESTRATÉGICA, EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
<i>Rodolfo Chaves</i>	
6	174
DESDE QUANDO NÃO SE SABE BEM QUANDO, ATÉ QUASE UMA PESQUISA	
<i>Patricia R. Linardi</i>	

7

204

SOBRE TEORIZAÇÃO, ESTÉTICA FICCIONAL E ALGUMAS APROXIMAÇÕES ENTRE O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E A HISTÓRIA ORAL

Heloisa da Silva

João Ricardo Viola dos Santos

8

235

O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS COMO ESTRATÉGIA DE ANÁLISE DE UMA INVESTIGAÇÃO

Sérgio Carrazedo Dantas

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

9

250

A PRODUÇÃO E CONSTRUÇÃO DE VÍDEO-CASOS EM HIPERTEXTO (VCH) NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES DE CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Adelino Candido Pimenta

10

268

MCS: PRODUZINDO UMA LEITURA PARA UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Thiago Pedro Pinto

11

288

CARACTERIZAÇÕES DA PRÁTICA PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Carlos Alberto Francisco

12

309

QUANDO O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS INVESTIGOU E LEU A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS DE INDIVÍDUOS-CONSUMIDORES

Marco Aurélio Kistemann Junior

13

339

SOBRE AS IDEIAS DE ESTRANHAMENTO E DESCENTRAMENTO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Viviane Cristina Almada de Oliveira

14

365

A HISTÓRIA DE PETER PAN E AS LEMBRANÇAS DE ALUNOS SOBRE A AULA DE MATEMÁTICA

Claudia Laus Angelo

Romulo Campos Lins

15

388

O QUE FALAM FORMADORES SOBRE A FORMAÇÃO (SÓLIDA EM) MATEMÁTICA DE FUTUROS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

João Ricardo Viola dos Santos

16

416

LEITURAS SOBRE SEMINÁRIO COMO PRÁTICA DE ENSINO DE UMA LICENCIATURA EM CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

Edson Pereira Barbosa

17

456

FORMAÇÃO DE PROFESSORES E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PESQUISA COM O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

João Pedro Antunes de Paulo

18

473

UMA POSSÍVEL PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA AS SÉRIES NO LIVRO ELEMENTOS DE ÁLGEBRA DE LEONHARD EULER

Valéria Ostete Jannis Luchetta

19

525

LEITURA PLAUSÍVEL: CONTOS E ESTRANHAMENTOS EM CONVERSAS NÃO ESPECIALIZADAS DO DIA A DIA COMUM

Regina Ehlers Bathelt

POSFÁCIO

547

João Pedro Antunes de Paulo

APRESENTAÇÃO

Os organizadores

No ano de 2012 foi lançado o livro *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de História*, uma produção que aglutinou grande parte dos trabalhos de dissertações e teses defendidas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp-Rio Claro, SP, sob a orientação do Professor Romulo Lins.

Naquele ano, membros da rede *Sigma-t de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática*¹ organizaram um seminário para comemorar os 20 anos de história do Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Durante dois dias, pesquisadores de diferentes áreas de pesquisa da/na Educação Matemática, se reuniram para discutir, problematizar e produzir ideias em torno de noções, demandas e possibilidades do MCS

Passados dez anos, temos a felicidade de publicar uma segunda edição do livro dos 20 anos do MCS, como carinhosamente ele é chamado. Trata-se de uma edição revisada e ampliada com quatro capítulos inéditos, sendo um texto fruto de uma dissertação de mestrado e três outros textos oriundos de teses de doutorado, todos orientados por Romulo Lins. Nesta produção também temos um posfácio que alinhava produções de significados outros com capítulos deste livro.

¹ Para maiores informações consulte o site do grupo: www.sigma-t.org

Durante esses dez anos, (2012 a 2022), membros da rede organizaram reuniões anuais em diferentes estados brasileiros, visto que muitos jovens pesquisadores que realizaram seus estudos de doutorado na UNESP de Rio Claro, voltaram para suas cidades de origem, ora constituindo programas de pós-graduação em Educação Matemática e áreas afins, ora atuando em programas já existentes. Atualmente, membros da rede Sigma-t estão espalhados por todas as regiões do Brasil orientando trabalhos de iniciação científica, mestrado e doutorado, e, operando com noções do MCS.

Realizamos nove edições de nossas reuniões anuais, sendo duas reuniões na cidade Rio Claro – SP, nos anos de 2013 e 2014. No ano de 2015, nossa reunião foi realizada na cidade Campo Grande - MS; em 2016, em Jataí - GO; em 2017, na cidade Juiz de Fora - MG; em 2018, Campo Grande – MS, novamente; em 2019, na cidade de Rio Claro, retornando à UNESP, território de origem de grande parte das formações em nível de pós-graduação de membros da rede Sigma-t. Nos anos de 2020 e 2021, em tempos da Covid-19, realizamos nossas reuniões de maneira remota.

Em nossas reuniões, tivemos sempre um pressuposto de convidar pesquisadores de outras linhas teórico-metodológicas para participar de nossas discussões, bem como para realizar um acompanhamento de pesquisas que foram realizadas em torno de nossa rede. Ao longo desses anos, três grandes temáticas de pesquisa se constituíram: 1) Filosofia, Epistemologia e Educação Matemática; 2) Formação de Professores que Ensinam Matemática; e 3) Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática. Neste ano de 2022, realizamos um seminário para dar continuidade aos trabalhos, pesquisas e desenvolvimentos que são

construídos em torno do MCS na Educação Matemática, bem como celebrar os 30 anos do MCS.

Pois bem, segue então uma breve caracterização dos capítulos que compõem esta segunda edição do livro *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de História*.

Com exceção do primeiro capítulo, os demais foram organizados cronologicamente, levando em consideração a ordem das defesas dos trabalhos acadêmicos que os originaram. Assim, numa leitura contínua, é possível perceber que as noções do MCS, bem como as formas de leitura e utilização delas nesses trabalhos, foram se modificando ao longo do tempo. Outras foram surgindo. Ainda outras se *anunciando* em um horizonte de possibilidades

No capítulo 1, Romulo Lins, nos apresenta Estabelecimentos e Notas de Teorizações com o MCS. Como o autor pontua:

O que eu procurei fazer aqui foi oferecer, ao mesmo tempo, um modesto glossário das noções mais centrais ou mais interessantes do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), e uma conversa minha comigo mesmo sobre coisas que me interessam em relação ao MCS. Eu penso que o leitor pode encontrar também, na produção deste capítulo, o próprio Modelo “em ação”. Aliás, o MCS só existe em ação. Ele não é uma teoria para ser estudada, é uma teorização para ser *usada*. Os outros capítulos deste livro são isso (p. xx, 2022).

Neste capítulo temos mais uma das sistematizações realizadas por Romulo Lins em relação (e com o) ao MCS. Trata-se de mais um exercício de teorização do autor, em um movimento de operar com certas noções. Sempre recomendamos a leitura atenta deste capítulo.

No capítulo 2, *Articulações epistemológicas relativas ao Cálculo Diferencial e Integral*, Ligia Arantes Sad traz recortes de sua tese

defendida em 1999. Além de argumentar sobre o MCS e suas relações com outras teorias, Lígia evidencia partes da história da matemática relacionadas ao Cálculo e apresenta sua leitura de uma atividade realizada com dois grupos de alunos dessa disciplina, observando que não há um modo único de produzir significados em matemática.

No capítulo 3, *Movimentos da Álgebra Linear em pesquisas usando o MCS*, Rejane Siqueira Julio e Viviane Cristina Almada de Oliveira tratam e discutem quatro trabalhos de membros do Sigma-t, os quais, de alguma maneira, abordaram noções da Álgebra Linear. O caminhar desses trabalhos nos mostra como o olhar do grupo para uma disciplina específica da formação do professor de Matemática mudou ao longo de um período de dez anos.

Amarildo Melchiades da Silva movimenta, no capítulo 4, *Impermeabilização no Processo de Produção de Significados para a Álgebra Linear*, algumas ideias que foram discutidas em sua tese de doutorado. Em uma sala de aula da disciplina de Álgebra Linear, o autor investiga a dinâmica da produção de significados de alunos para um problema matemático e, a partir disso, caracteriza o processo de impermeabilização, discutido e exposto nos exemplos que apresenta.

No capítulo 5, um novo capítulo desta edição, Rodolfo Chaves escreve sobre sua tese de doutorado “*Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?*” (CHAVES, 2004). Neste capítulo, o autor apresenta uma discussão sobre dispositivos advindos de tais relações de saber-poder que se põem diante do desenvolvimento de práticas educativas, constituídas a partir de cenários investigativos, com o propósito de intervir em problemas socioambientais locais. Como bem coloca Rodolfo Chaves, “mais do que um grito em prol da liberdade, as práticas propostas visaram romper

com valores que nos atrelam ao instinto de rebanho, comprometendo-se com a possibilidade de se produzir conhecimentos em prol da liberdade enquanto fim. O respeito à vida, ao indivíduo, ao coletivo e, consequentemente, ao meio ambiente são princípios balizadores deste trabalho, da mesma forma que o afrontamento ao autoritarismo”.

No capítulo 6, *Desde quando não se sabe bem quando, até quase uma pesquisa*, Patrícia Linardi apresenta e avalia um conjunto de instrumentos de pesquisa que criou com o objetivo de realizar uma leitura da prática profissional do professor de matemática sem a necessidade de uma permanência prolongada nas atividades diárias do professor investigado.

Heloisa da Silva e João Viola apresentam no capítulo 7, *Sobre teorização e ficção: algumas aproximações entre o Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral*, algumas discussões a respeito de possíveis relações entre o MCS e a História Oral. Os autores traçam alguns sentidos e movimentos nas relações entre as fontes históricas e os resíduos de enunciação; entre o processo de textualização e o processo de comunicação; e argumentam a favor da ficção como possibilidade de teorização em Educação Matemática.

No capítulo 8, *O Modelo dos Campos Semânticos como estratégia de análise de uma investigação*, Sérgio Dantas e Márcia Cyrino apresentam uma discussão de como o MCS foi utilizado como procedimento de análise, na releitura da dissertação de mestrado do primeiro autor. Para isso, os autores realizaram uma discussão das escolhas tomadas no desenvolvimento da dissertação e trazem uma entrevista realizada com Romulo Lins a respeito do MCS.

No capítulo 9, *A produção e construção de vídeo-caso em hipertexto (VCH) na Educação Matemática: possibilidades de*

contribuições para a formação inicial e continuada de professores de Matemática, Adelino Cândido Pimenta apresenta como se deu, em sua pesquisa de doutorado, a produção de um vídeo-caso em hipertexto (VCH), criado a partir de uma aula ministrada para alunos do Ensino Médio. O autor destaca características de um VCH, indicando assim possibilidades de utilização dessa ferramenta na formação profissional de professores de Matemática.

Thiago Pedro Pinto, autor do capítulo 10, *Modelo dos Campos Semânticos*: produzindo uma leitura para uma sala de aula de matemática da Educação Básica, traz parte de uma leitura que realizou em uma sala de aula desse nível de ensino. Em sua pesquisa de mestrado, o autor produziu vídeos e textos de recortes dessa sala de aula. Nas leituras desses produtos, ele identificou eventos relacionados à linguagem e procurou elucidá-los através de uma leitura plausível da ação de professores e alunos em sala de aula, pautando-se tanto em noções do MCS quanto em conceitos de Wittgenstein.

Carlos Alberto Francisco apresenta no capítulo 11, *Caracterizações da prática profissional do professor de matemática*, um recorte de sua pesquisa de doutorado, na qual buscou estudar a visão de uma professora de Matemática sobre sua prática por meio de uma leitura plausível. Para tanto, o autor acompanhou as atividades profissionais dessa professora numa escola pública de Ensino Fundamental durante um semestre letivo e realizou 11 entrevistas com a mesma. O capítulo é permeado pelas falas da professora e pelas leituras do autor sobre essas falas. Ao final, ele apresenta um conjunto de questionamentos pertinentes a um pensar sobre a formação de professores, em particular, e sobre a Educação Matemática, em geral.

No capítulo 12, Quando o Modelo dos Campos Semânticos investigou e leu a produção de significados de indivíduos-consumidores, Marco Aurélio Kistemann Jr. apresenta uma leitura plausível da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para a tomada de decisão de indivíduos-consumidores em suas práticas de consumo na sociedade líquido-moderna.

O capítulo 13, intitulado *Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de matemática*, Viviane Cristina Almada de Oliveira mostra como as ideias de estranhamento e descentramento podem ser usadas no desenvolvimento profissional de professores de Matemática em um curso de formação centrado, no lugar de conteúdos matemáticos, em uma categoria da vida cotidiana. Para tanto, a autora relata e discute alguns episódios ocorridos durante parte desse curso.

No capítulo 14, *A história de Peter Pan e as lembranças de alunos sobre a aula de Matemática*, Claudia Laus Angelo e Romulo Campos Lins trazem uma parte da pesquisa de doutorado da primeira autora, na qual eles criaram um ensaio da história de Peter Pan, a partir de noções do MCS, com a intenção de destacar dois mundos – o Mundo dos Adultos e a Terra do Nunca – regidos por lógicas diferentes. Na leitura das falas de alunos do Ensino Fundamental, produzidas quando tais alunos foram indagados se possuíam alguma lembrança especial de uma aula de Matemática, os autores fazem uma analogia com o ensaio de Peter Pan, mostrando que muitas vezes o mundo dos alunos é diferente do mundo do professor.

No capítulo 15, *O que falam formadores sobre a formação (sólida em) matemática de futuros professores que ensinam matemática*, João Viola apresenta uma discussão a respeito da formação matemática de

professores de matemática. A partir de três pequenos textos (narrativas) nos quais formadores respondem a pergunta: “Como o senhor(a) caracteriza a formação (sólida em) matemática do futuro professor que ensina matemática, nos cursos de Licenciatura em Matemática?”, o autor discute algumas subjetividades, lacunas, ideologias nos discursos que cercam a formação de professores de matemática.

No capítulo 16, Edson Pereira Barbosa apresenta resultado das *Leituras sobre Seminário como Prática de Ensino de uma Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática*, em busca de compreender os significados produzidos a respeito de aprender conteúdos e aprender a ensinar os conteúdos através da prática investigativa e reflexiva.

João Pedro Antunes de Paulo, autor do capítulo 17, apresenta uma discussão a respeito de sua dissertação de mestrado, intitulada “Contando uma história: ficcionando uma dissertação sobre a relação entre professor e aluno”. Em uma escrita ficcional, Paulo mostra que as relações dos futuros professores com os professores formadores pouco influenciam em suas tomadas de decisões e que a universidade, durante o processo de formação desses professores de matemática, não é vista por eles como espaço formativo. À ela é relegado o papel de conceder certificação que garanta o exercício profissional.

No capítulo 18, Valéria Lucheta, apresenta uma parte de seu trabalho de doutorado a respeito da obra *Elements of Algebra* (1840), de Leonhard Euler (1707 – 1783), que tratam de Séries infinitas. A proposta da autora foi analisar a obra supracitada tomando como fundamentação teórica e metodológica o Modelo dos Campos Semânticos. O objetivo principal do trabalho foi evidenciar os diferentes modos de produção de significados e conhecimentos para o objeto matemático Séries Infinitas.

Neste capítulo a autora versa sobre alguns desses modos diferentes de produzir significados.

No capítulo 19, Regina Ehlers Bathelt pedi licença ao leitor para contar uma estória na qual se apresenta, em cenários de sua vida cotidiana. Nesse esforço, a autora espera que este seu movimento de escrita cause o efeito de uma impressão geral sobre como ela se vê operando cognitivamente com as noções firmadas no Modelo dos Campos Semânticos. Regina tem a intenção de experimentar diferença – em tese, pequena – nos modos de produção de significado no discurso comum não especializado, do dia-a-dia, enquanto pessoas interagem numa atividade compartilhada. Em uma escrita ficcional, a autora produz três versões de mundo plausíveis, cada qual, ela acredita – coerente as proposições da prática de uma educação matemática de quem a pratica e que a implica.

João Pedro, produz um posfácio desta segunda edição, em um movimento subversivo, apresentando, brevemente, trabalhos que não fizeram parte deste livro. Segundo o autor

“Com estas breves sínteses e os capítulos que compõem este livro o leitor tem em mãos um panorama da totalidade dos trabalhos que foram orientados por Romulo Campos Lins à nível de pós-graduação. Ao lê-lo na íntegra ou em partes, diferentes fotografias do desenvolvimento teórico em torno do MCS poderá ser observado. Cada fotografia apresenta rastros, indícios da existência da outra; uma rede que se constituiu em torno do grande pensador que foi Romulo Lins (p. 544–545, 2022).

Esses 20 capítulos produzem alguns movimentos de pesquisa nos quais o MCS se constituiu como referencial teórico e/ou metodológico, em diversas temáticas da Educação Matemática. Ao longo de outros 10 anos, completando, em 2022, 30 anos do MCS, acreditamos que esta

produção se constitui como uma potencialidade para pensar e produzir educações matemáticas outras, sempre no plural, com uma intenção de levar a sério um sujeito epistêmico que produz significado e constitui objetos em uma direção.

Finalmente, gostaríamos de agradecer a Daniel Lins, primogênito de Romulo Lins, pela sensível, original e potente fotografia que, simplesmente, transborda a capa deste livro.

Também não poderíamos deixar de agradecer à escuta atenta, ao cuidado mais que generoso e a disposição de Romulo Lins em fazer parte de nossas vidas. De um modo sempre singular, muito mais amplo do que um mero orientador de um trabalho de mestrado e/ou doutorado.

Ao homem das havaianas, apreciador de um bom vinho e leitor de Haicais, todo nosso agradecimento e gratidão.

1

O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS: ESTABELECIMENTOS E NOTAS DE TEORIZAÇÕES

*Romulo Campos Lins*¹

O que eu procurei fazer aqui foi oferecer, ao mesmo tempo, um modesto glossário das noções mais centrais ou mais interessantes do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), e uma conversa minha comigo mesmo sobre coisas que me interessam em relação ao MCS. Eu penso que o leitor pode encontrar também, na produção deste capítulo, o próprio Modelo “em ação”.

Aliás, o MCS só existe em ação. Ele não é uma teoria para ser estudada, é uma teorização para ser *usada*. Os outros capítulos deste livro são isso.

As primeiras ideias do MCS são de 1986 ou 1987. Eu tinha muitas inquietações e perguntas relacionadas à sala de aula, sempre coisa de professor mesmo, e que os autores que eu lia não me ajudavam a tratar. Em particular, queria dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando “erravam”, mas sem recorrer a esta ideia do erro. Por exemplo, somar frações somando numeradores e somando denominadores; certamente eles não fazem isto devido a algum curto-circuito cerebral, de forma fortuita. Eles estavam pensando *em alguma coisa*, e eu queria poder tratar destas outras coisas do mesmo modo (com

¹ Romulo Campos Lins (1955-2017) foi um educador matemático que atuou na UNESP-RC em cursos de graduação e na Pós-Graduação em Educação Matemática. Para mais informações a respeito de suas produções consultar: <https://sigma-t.org/romulo-lins/>

o mesmo referencial teórico) que as coisas “certas”. Em minha tese de doutorado usei a noção de campo semântico, mas a escrita da teoria começa mesmo em 1992, de onde os 20 anos. O leitor interessado vai encontrar mais desta história em minha “tese” de Livre-Docência, de 2002.

As referências completas de minhas publicações estão em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4781738H5> e em breve muitas delas estarão disponíveis em www.sigma-t.org.

Eu devo muito a muitas pessoas no desenvolvimento dessas ideias, e a todas elas sou grato, sem nomear nenhuma (a lista seria longa e não vou me arriscar a esquecer um nome...). Mas quero fazer um reconhecimento particular a Roberto Baldino, um excepcional pensador e criador e usuário de ideias.

Por fim, uma sugestão. Se você não gosta de teorizações e teorias, se acha que teorias só servem para engessar (seja lá o que seja), etc e tal, ao invés de ler o que segue neste capítulo e no resto do livro, sugiro que você leia o excelente *Almanaque Armorial*, de Ariano Suassuna.

CONHECIMENTO

Um conhecimento consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autorizando a dizer o que diz).

Um conhecimento não é nem mais, nem menos, que isto. Existe em sua enunciação e deixa de existir quando ela termina. A justificação é parte constitutiva de um conhecimento, assim como aquilo que é afirmado e a crença no que é afirmado; isto quer dizer que o que constitui um conhecimento são estes três elementos. Nisto o MCS se diferencia de outras teorizações sobre conhecimento.

A justificação *deve* ser parte *constitutiva* de um conhecimento (e não apenas um acessório para se verificar se o sujeito tem o direito de dizer que conhece isto ou aquilo). É assim porque de outro modo não é possível distinguir o conhecimento de uma criança e de um matemático quando dizem que “ $2+4=4+2$ ”, e isto não seria bom. A alternativa é *sempre* se referir a uma “rede de conhecimentos”, e isto não é bom, porque aumentamos mais e mais a quantidade de conhecimento e significado que deve ser elicitada se queremos saber, afinal, *de que é que o outro está falando*. E saber isto é central na interação produtiva (que opomos à interação faz-de-conta, por exemplo, eu finjo que ensino e você finge que aprende).

Julgamentos de valor sobre se um conhecimento é importante ou não, mais importante que outro ou não, digno de atenção ou não, só fazem sentido contra o pano de fundo de algum projeto político de mundo. Nenhuma teoria do conhecimento que mereça o nome pode estabelecer estes julgamentos *em seu interior*, caso contrário estará confessando que já pertence a um grupo ou classe, e a serviço de seus interesses. Estes julgamentos são sempre atos políticos e devem ser bem identificados como tal. Teoria da Ciência não é o mesmo que Teoria do Conhecimento.

Ainda assim, nenhum conhecimento vem ao mundo ingenuamente. Aquele que *o produz*, que *o enuncia*, já fala em uma direção (o *interlocutor*) na qual o que ele diz, e com a justificação que tem, *pode ser dito*. Esta direção representa uma legitimidade que internalizou o sujeito², e este é o sujeito de um saber ventríloquo, apenas para usar livremente uma expressão de Pierre Thuillier.³

² É melhor dizer assim do que usar a convenção usual e dizer que “o sujeito internalizou x” (uma legitimidade, um modo de produção de significado, ou, como em Vygotsky, uma forma social e culturalmente produzida. Com a nova formulação podemos falar de legitimidades e modos de produção de significado legítimos sem precisarmos falar de grupos de pessoas (como é necessário na formulação das Comunidades de Prática de Lave e Wenger).

³ Mas, em honra do espírito humano (como diria Jean Dieudonné), é preciso sempre nos lembrarmos de Chucky, o boneco dos filmes.

Não existe conhecimento implícito nem conhecimento “em ação”; caso isto seja aceito, tem-se que aceitar, também, que cada um de nós tem conhecimento (implícito, “em ação”) de *todas* as leis da físico-química envolvida no funcionamento de nossos corpos.

Existe, no entanto, conhecimento terceira-pessoa: quando digo “fulano sabe que”, ao observá-lo fazer algo (consertar uma bicicleta, por exemplo), sou *eu* o sujeito do conhecimento, quem o enuncia, o produz, e este conhecimento é sobre um outro.

ACREDITAR (CRENÇA)

Aqui é preferível uma caracterização pragmática: direi que uma pessoa acredita em algo que diz se age de maneira coerente com o que diz.

Por exemplo, eu digo “Não é possível uma pessoa ver através de paredes”. Tendo perdido minhas chaves, não seria coerente ficar olhando para a parede, tentando saber se minhas chaves estão na sala ao lado.

Um exemplo mais interessante. A aluna diz, em sala de aula, que não acredita que todo número elevado a zero dá um. O professor pergunta o que ela fazia nas provas quando aparecia uma potência com expoente zero, e a aluna disse que ela *mentia* e colocava um. Ela não mentia, apenas estava *em outro lugar*, no qual ela acreditava ser verdade que...

“Acredito que x ” é equivalente a “acredito que x deva/possa ser dito/feito”.
 “Acredita que x ” é equivalente a “S age em consistência com x ”,

Certamente mentir é possível: consiste em fazer o outro pensar que você acredita em algo em que não acredita. De modo algum acreditar e mentir relacionam-se com alguma noção de “verdade”. A. J. Ayer já discutiu a impossibilidade de se distinguir os estados mentais de alguém que acredita

em algo “falso” e de alguém que acredita em algo “verdadeiro” (por exemplo, em *The problem of knowledge*).

AUTOR-TEXTO-LEITOR

Quem produz uma enunciação é o autor. O autor fala sempre na direção de um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o autor. Quem produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor.



Uma vez que a produção de significado acontece numa enunciação, o leitor só se institui como tal na medida em que é autor, o autor. Não foi “o autor” que morreu, e sim “o leitor”. Mas cada o autor é um. Ao ler, o leitor é o autor, ele não é co- autor nem intérprete nem *nada* de um possível “o autor original” (este, sim, *desaparecido*, que Foucault o tenha). A morte do leitor não proclama a substancialidade do autor, não declara que o texto carrega, leva, transmite significado. A morte do leitor apenas institui a todos como autores.⁴

⁴ Parece que há estudos que indicam que quando o centro da audição é ativado, o centro da fala também é, o que pode sugerir que “entender” é sempre “falar”. Mas não é necessário interpretar isso como evidência da natureza biológica última da cognição humana (cuja elucidação Piaget dizia ser o sonho do epistemólogo genético, cf. seu *Psicogénesis y Historia de la Ciencia*, escrito com Rolando Garcia); podemos adotar a posição, bem mais sensata, de supor a possibilidade de esta associação refletir exatamente uma associação presente em práticas culturais e sociais.

O sujeito cognitivo se encontra com o que acredita ser um *resíduo de enunciação*, isto é, *algo* que acredita que foi dito por *alguém* (um autor). Isto coloca uma demanda de produção de significado para aquele algo, demanda que é atendida (esperançosamente) pela produção de significado de o autor em que se tornou o leitor. O autor-leitor fala na direção do um autor que aquele constitui; o um autor é o *interlocutor* (um ser cognitivo). Vê-se que o ser cognitivo pode ou não ser associado (de acordo com alguma conveniência) a algum ser biológico: deve ser fantasmagórico conceber um mundo todo de seres cognitivos *todos* desprovidos de corpo biológico ou pelo menos uma *persona*, um traço de corpo biológico. Digo *deve ser* porque não sei se é ou não, já que não consigo *acreditar de verdade* que isto seja *realmente possível*; de todo modo, mesmo a possibilidade ficcional já pode causar um estranhamento considerável.⁵

“Eu” (ser cognitivo) posso ser um interlocutor (ser cognitivo) para mim mesmo, embora o “eu-interlocutor” seja um outro “eu”. Quem sabe a consciência não seja apenas um bem-vindo efeito de um certo defeito que afeta a nós, seres humanos, que é um suposto inevitável grau de fragmentação esquizóide.⁶

Para Roberto Baldino, cujo importante trabalho se apoia em boa parte nas ideias de Lacan, a enunciação não pode ser “interior”, tem que ser explícita. Talvez seja assim porque naquele caso não há o que o Grande Outro devolver, e deste modo não há nunca produção de significado (que, segundo Baldino, é função do Grande Outro). Este sempre foi um ponto de divergência em nossos pensamentos (espremido entre os muitos pontos de

⁵ Como as histórias e filmes de monstros.

⁶ “After exploring ultra-aggressive fantasies of hate, envy, and greed in very young, very ill children, Melanie Klein proposed a model of the human psyche that linked significant oscillations of state, with whether the postulated Eros or Thanatos instincts were in the fore. She named the state of the psyche, when the sustaining principle of life is in domination, the depressive position. This is considered by many to be her great contribution to psychoanalytic thought. She later developed her ideas about an earlier developmental psychological state corresponding to the disintegrating tendency of life, which she called the paranoid-schizoid position.” (Em http://en.wikipedia.org/wiki/Melanie_Klein, acessado em 10 de novembro de 2012).

convergência). Há duas coisas a se considerar. Primeiro, o fato inegável de que as pessoas simplesmente dizem, e ponto; uma solução conciliatória seria pressupor que as pessoas internalizam o Grande Outro, de modo que quando dizem já o dizem de forma “sancionada”, o que, de todo modo, não preclui a enunciação “interior”. Segundo, se um eu “meu” fala na direção de um outro eu “meu”, não há enunciação propriamente interior.

A melhor solução, no entanto, parece ser reconhecer que tudo isto, sendo um processo, pode ter diferentes passagens: “eu” falo na direção de um *interlocutor* que é uma direção na qual, acredito, o que estou dizendo poderia ser dito com a mesma justificação que tenho para dizer; em *outra* passagem (de outra natureza) o que eu disse pode ser desautorizado ou sancionado. Nas duas passagens trata-se da questão da *legitimidade*. O MCS se interessa centralmente pela primeira passagem, embora reconhecendo que a segunda passagem não possa ser *de forma alguma* descartada.⁷

Em *On certainty*, Wittgenstein oferece uma forma de tratar a questão: “*Our talk gets its meaning from the rest of our proceedings*” (229). O que é dito silenciosamente relaciona-se ao resto de nossos *proceedings* (por exemplo, através do acreditar/ crença) e, desta forma, está sujeito à resposta do Grande Outro (a menos de certos casos particulares, por exemplo se a pessoa está incapacitada de todo tipo de movimento, inclusive falar, mover os olhos, etc..).

A primeira passagem, a produção da enunciação (produção de conhecimento, produção de significado) *antecipa* (esperançosamente) a

⁷ Caso contrário não seria possível dar conta de como somos internalizados pelas culturas, práticas culturais, práticas sociais, etc.. Aqui haveria *muito* de que se tratar a respeito da questão da pertinência, por exemplo em relação ao papel da imitação nisto tudo, e de como, graças ao acidente de sermos imitadores imperfeitos, criamos e até mesmo imitamos “a nós mesmos”, quando percebemos o que resulta de um erro na tentativa de imitação (particularmente comum com crianças mais jovens, mas não apenas); penso que há um paralelo claro com a questão de uma possível relação entre o polo esquizóide e a possibilidade da consciência.

legitimidade da enunciação. A segunda passagem sanciona ou desautoriza esta legitimidade.

Todo conhecimento produzido é verdadeiro (para quem o produz), simplesmente porque a legitimidade da enunciação foi antecipada. Mas não se trata de um relativismo absoluto, já que a enunciação é sempre feita na direção de um interlocutor, isto é, há sempre pelo menos dois sujeitos cognitivos que compartilham um conhecimento.⁸

CAMPO SEMÂNTICO

Um processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade.

“Mas um campo não pode ser um processo!” Pode sim, tanto que é.

Sendo um processo, ao ser colocado em marcha cria as condições para sua própria transformação (Vygotsky).

Um campo semântico, *de modo geral*, é como se fosse um jogo no qual as regras (se existem) podem mudar o tempo todo e mesmo serem diferentes para os vários jogadores *dentro de limites*; que limites são estes, só sabemos *a posteriori*: enquanto a interação continua, tudo indica que as pessoas estão operando em um mesmo campo semântico.

Imagine que há pessoas falando sobre equações como $3x+10=100$, e que elas falam de tirar ou juntar dos dois lados, de repartir em 3, etc. Elas parecem estar operando em *um* campo semântico que tem em seu núcleo, neste

⁸ Contra o relativismo absoluto, há o argumento de Sócrates no diálogo com Teeteto, no qual as ideias de Protágoras são atacadas. Com relação à impossibilidade da solidão (cognitiva), pode-se referenciar *La invención de Morel*, Adolfo Bioy Casares.

momento, balanças de dois pratos (suas imagens, suas propriedades, diagramas, ...).

Não é de todo inútil dizer “o campo semântico da balança de dois pratos”, aliás pode ser *didaticamente* útil e útil *para a didática*. Mas é perigoso demais, porque o desavisado pode pensar que é como um campo conceitual, um jogo de linguagem ou uma comunidade de prática, coisas que os campos semânticos não são.

Como é um processo, admite que falemos de dinâmicas deste processo: nucleação, silêncio, impermeabilização,...

Um campo semântico indica um modo legítimo de produção de significado. Legítimo porque está acontecendo.

É no interior de campos semânticos que se produz conhecimento e significado, que **objetos** são constituídos. Do ponto de vista da produção de conhecimento e significado, e da constituição de objetos, campo semântico é, como a atividade de Leontiev (no caso da análise da atividade humana), a unidade de análise adequada.

Do ponto de vista da teorização, “campo semântico” serve para articular “produção de conhecimento”, “significado”, “produção de significado” e “objeto”. A referência a “no interior de uma atividade” serve para evitar o caso em que se esteja falando de futebol e de equações “ao mesmo tempo” e terminemos fazendo referência a um campo semântico no qual pareça que se está produzindo significado para gol em relação a uma balança de dois pratos. Não que isto não possa acontecer, mas é melhor ter a possibilidade da leitura mais fina. É isto que o MCS oferece: um quadro de referência para que se possa produzir leituras suficientemente finas de processos de produção de significados.

O núcleo não é uma gramática, embora possa conter uma. *Com intenção didática* pode ser interessante constituir um “repertório de ‘campos semânticos’ imaginários”. Por exemplo, campo semântico da balança de dois pratos, campo semântico das máquinas estado-operador, campo semântico de todo e partes, e assim por diante. **É sempre possível fixar, na imaginação, os traços da lembrança de um processo passado.** Mas esta fixação trai a intenção didática, como, por exemplo, no modelo dos Campos Conceituais, de G. Vergnaud.

Dar nome a um campo semântico (“campo semântico tal” ou “campo semântico de tal”) é resquício da fixação acima. Não que isto não sirva para nada, serve: ajuda a construir o conforto da permanência da realidade. “O campo semântico x ” pressupõe permanência de algum tipo, mas “Este campo semântico tem regras” (mesmo que não tenha nome), também.

Há cerca de 20 anos, Roberto Baldino sugeriu que falássemos de “campo semântico preferencial”, para nos referirmos ao que o professor queria instalar como dominante, na aula de Matemática e, ao mesmo tempo, aquele no qual é possível dizer tudo que o professor quer que os alunos possam dizer.⁹ É impossível não notar como, neste caso, e pensando em “preferencial” como correspondendo à Matemática do matemático, faz sentido a fixação, já que *desde sua proposição a teoria axiomática supõe um certo congelamento do núcleo*. De todo modo, a ideia de “campo semântico preferencial” faz sentido apenas tendo em vista a intenção didática (as teorias axiomáticas têm intenção didática).

O interesse do MCS é no processo de produção de significado e em sua leitura, e não na permanência, mas esta pode ser teorizada, no modelo, como (apenas) uma foto datada de um processo (de produção de significado).

⁹ O que aconteceu com a Matemática no século XIX e começo do século XX mostra bem que este “campo semântico preferencial” haveria de ser a teoria axiomática correspondente.

INTERLOCUTOR

O interlocutor é uma *direção* na qual se fala. Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo.

O interlocutor é um ser cognitivo, não um ser biológico.

Quem fala não espera que um interlocutor responda, mas a mera existência do interlocutor (a impossibilidade da solidão) instaura a dialogia. É assim que a “fala interior” também é dialógica. Toda fala é dialógica.

Nossos interlocutores marcam, em última instância, o que chamei, em 1987, de *horizonte cultural*, os limites do possível, já que eles são as marcas da legitimidade, do que pode ser dito.

Quando falamos do passado que não presenciamos, o passado “histórico” (como se algum não o fosse), não estamos reconstituindo os “verdadeiros acontecimentos” e nem os constituindo: estamos *nos* constituindo, ao indicarmos as fronteiras dos modos legítimos de produção de significado.

Por exemplo. Uns dizem que Euclides disfarçou a álgebra na geometria, porque havia um problema com os números irracionais.¹⁰ Outros dizem que o pensamento grego clássico necessariamente tinha que desembocar num tratamento separado de grandezas geométricas e de número, como Euclides fez. Mas, que eu saiba, ninguém nunca publicou um artigo argumentando que os *Elementos* são, na verdade, uma obra de cunho religioso, e que não é por acaso que o primeiro teorema seja a construção do triângulo equilátero:

¹⁰ Quem tem inclinação a acreditar nesta bobagem, deveria ler o livro *Greek mathematical thought and the origins of algebra*, de Jacob Klein.

Pai, Filho e Espírito Santo. E mais: nenhum princípio de continuidade estaria faltando, já que o Espírito Santo já estava e sempre esteve lá onde os dois arcos se encontram, prova de que eles se encontram.¹¹

Interlocutores são legitimidades. O que internalizamos, nos processos de humanização e do que se costuma chamar de desenvolvimento intelectual, são interlocutores, são legitimidades. A Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky, por exemplo, pode ser explicada, nos termos do MCS: o *processo* no qual a pessoa passa de ser capaz de fazer algo com a ajuda/presença de uma pessoa mais “experiente”, para ser capaz de fazer aquele algo “sozinho”, é o processo no qual a pessoa passa de “precisar *empréstimo* a legitimidade de um terceiro para poder dizer o que diz naquele lugar e momento”, para “fazer de maneira autônoma *por ter internalizado interlocutores, legitimidades*” (é melhor ainda dizer “por ter sido internalizado por interlocutores, legitimidades”).

Na ZDP, segundo o MCS, o que se internaliza não é conteúdo, não são conceitos, e sim legitimidades: *a pessoa já era capaz de fazer, mas não sabia que nesta ou naquela situação aquilo era legítimo, que nesta ou naquela situação aquele modo de produção de significado era legítimo.*

Internalizar interlocutores, legitimidades, é o que torna possível a produção de conhecimento e de significado, torna possível antecipar uma legitimidade do que digo.

O interlocutor é um ser cognitivo, não um ser biológico. No MCS o interlocutor não deve ser confundido com uma pessoa com quem converso, com quem troco ideias ou debato.

¹¹ É claro que ao escrever esta ficção eu já coloquei mais uma marca no território do possível.

O interlocutor é um ser cognitivo, não um ser biológico. Deuses são os interlocutores últimos.

JUSTIFICAÇÃO

Não é *justificativa*. Não é *explicação para o que digo*. Não é algum tipo de *conexão lógica com coisas sabidas*. É apenas o que o sujeito do conhecimento (aquele que o produz, o enuncia) acredita que o autoriza a dizer o que diz.

Por exemplo, se numa prova me perguntarem qual a equação da Teoria da Relatividade de Einstein que relaciona massa e energia, responderei sem piscar: “a energia total em um corpo é igual a sua massa vezes o quadrado da velocidade da luz”. Qual a justificação que me autoriza a dizer isto? A *autoridade* (de um professor, de um livro, de um filme; talvez uma lembrança autorizada sem se saber bem quem disse que é assim).

A autoridade não “explica” *nada*, ela apenas *autoriza, empresta legitimidade*.

Mas a justificação pode, sim, justificar, explicar, ligar o que digo a outras coisas que são ditas. E o estatuto de “justificação” em relação a “conhecimento” será o mesmo que no caso da justificação por autoridade.

“Nem *idola specus* nem *idola tribus*: o [julgamento] que tiver que ser [feito], será.” (nome apagado pelo tempo)

LEGITIMIDADE/VERDADE

Para o mCS, “verdadeiro” não é um atributo daquilo que se afirma (quando há produção de conhecimento), mas sim um atributo do

conhecimento produzido. Já legitimidade aplica-se (ou não) a *modos de produção de significado*.

Como consequência de ser enunciado na direção de um interlocutor, e de ter mesmo sido produzido, todo conhecimento é verdadeiro. Isto não quer dizer que aquilo que é afirmado seja “verdade”.

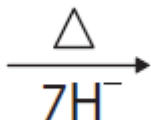
A luta pelo poder dentro de culturas (sociedades) se dá na forma do controle de quais são os modos de produção de significados *legítimos*; é nisto que ela é simbólica. E como a produção de significado é sempre local, sempre e inevitavelmente este controle vai ser frágil e temporário, cheio de fissuras e rachaduras.

A luta pelo controle de quais são os modos de produção de significados *legítimos* é o próprio processo de determinação de horizontes culturais (as fronteiras).

O silêncio, o riso, a reprovação escolar, a excomunhão, a internação psiquiátrica, são algumas formas de se negar legitimidade a dados modos de produção de significado.

S sistematicamente diz coisas para as quais eu não consigo produzir significado plausível (redundantemente para o MCS). Ou eu sou um idiota (e S um gênio) ou S é louco. Não se diz por ai que todo gênio é um pouco (pelo menos um pouco) louco?

Quando eu estava no ginásio, havia um servente que, dizia-se, era um físico que ficou louco. Um dia ele nos disse, “Ponta de lima fina sobre sete h negativo: o solvente universal”. Rimos da barbaridade. 27 anos depois me ocorreu que ele poderia estar falando de



e, afinal de contas, na Química o triângulo representa calor na equação e o anti-próton é anti-matéria. Um solvente universal, calor e anti-matéria?

Uma instituição é um *fato*, o fato de que umas tantas pessoas se comportam de uma certa maneira (consideram legítimos certos modos de produção de significado e operam segundo eles). Se os soldados não “quisessem”¹² não haveria guerra e nem mesmo exército, etc.

LEITURA PLAUSÍVEL/LEITURA POSITIVA

Plausível porque “faz sentido”, “é aceitável neste contexto”, “parece ser que é assim”; positiva porque é o oposto de uma “leitura pela falta”.

Toda leitura é autoria. Ler é dizer “o que está aqui é...”.

As noções de leitura plausível/leitura positiva têm sido, por vezes, usadas como equivalentes, mas eu prefiro fazer uma distinção. A leitura plausível se aplica de modo geral aos processos de produção de conhecimento e significado; ela indica um processo no qual o *todo* do que eu acredito que foi dito faz sentido. Outra maneira de dizer que faz sentido em seu todo, é dizer que o todo é coerente (nos termos de quem eu constituo como um autor do que estou lendo).¹³

Neste sentido, podemos dizer que é uma leitura positiva, e não pela falta. Trata-se de saber de que forma uma coerência se compõe na fala de uma

¹² Se não se comportassem de certas maneiras.

¹³ Isto *não* quer dizer que “toda fala é coerente”. Assim como há situações nas quais *eu* não consigo produzir significado para um resíduo de enunciação, há falas para as quais eu não consigo produzir uma coerência plausível. Mais ainda, o MCS não se interessa em saber qual das situações é um acidente e qual é a norma (como em uma discussão entre J. Derrida e J. Austin sobre sucesso e fracasso na comunicação).

pessoa, num livro, e assim por diante, e não de, *em meus termos*, dizer que aquela fala indica falta de informação, ou de reflexão, ou de isso ou aquilo.

Por exemplo, há quem diga que a Álgebra de al-Khwarizmi carecia de notação literal, que era uma obra sem originalidade.¹⁴ Mas pode-se também dizer que a ausência de notação literal, em particular na forma de abreviações, é coerente com que o árabe, sendo a língua sagrada do Corão, não as admitisse. E a Álgebra foi escrita em árabe.

Por outro lado, o uso de “leitura positiva” é útil nas situações de interação, como são (ou deveriam ser) todas as situações envolvendo ensino e aprendizagem, às quais vou me restringir, embora o MCS, neste aspecto, refira-se a qualquer situação de interação.

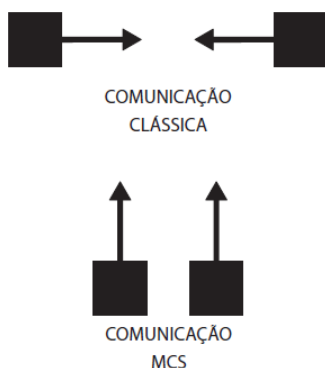
Naqueles casos, a leitura positiva dirige-se a saber *onde o outro (cognitivo) está*, para que eu possa dizer “acho que sei como você está pensando, e eu estou pensando de uma forma diferente”, para *talvez* conseguir interessá-lo em saber como eu estou pensando. Como eu já disse em outro lugar, é preciso ter sempre em mente que o que chamamos de “fracasso” em situações de aprendizagem é, em praticamente todos os casos, o “fracasso de quem não tentou”, isto é, é puramente uma ausência.

A leitura positiva tem por objetivo, por assim dizer, mapear o terreno ao mesmo tempo que trata de saber onde o outro está. Em contraste, as teorias piagetianas dão o mapa e só nos resta saber onde, naquele mapa, o outro está; se a localização que ele nos dá não se encaixa, estamos perdidos.¹⁵

¹⁴ Como diz Jean Dieudonné em *Pour l'honneur de l'esprit humain*.

¹⁵ Quem acredita que as teorias de Piaget oferecem uma descrição cientificamente correta do funcionamento e do desenvolvimento cognitivos humano, pode dizer que não há o que fazer a não ser, através de testes ou atividades adequadas, “localizar” o aluno para poder lhe oferecer atividades de ensino ao alcance do estágio em que se encontra. Vygotsky, naturalmente, diria algo *muito* diferente, mas mesmo dentro do campo piagetiano, temos que lembrar que Peter Bryant mostrou, há muitos anos, que o contexto da testagem (o teste usado) influencia fortemente se um dado esquema é posto em jogo ou não.

No MCS a noção de comunicação é substituída pela noção de *espaço comunicativo*, que é um processo de interação no qual (dizer isto, para o MCS, é redundante) interlocutores são compartilhados. Numa inversão conceitual, “comunicação” não corresponde mais a algo do tipo “duas pessoas falando uma para a outra”, e sim a “dois sujeitos cognitivos falando na direção de um mesmo interlocutor”.



A *aparência* da presença de um espaço comunicativo não é uma *garantia*: é por isso que é preciso ler o aluno:

Professor: Muito bem, temos a equação $3x+10=100$. Podemos concluir, então, que $3x=90$, certo?

Alunos: Certo.

Professor: E disto podemos concluir que $x=30$, certo?

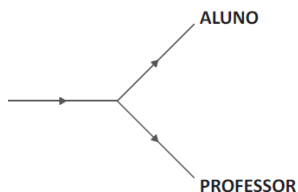
Alunos: Certo.

Na lição de casa, entre outras, a equação $3x+100=10$.

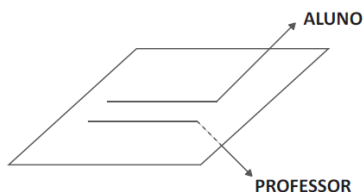
Os alunos já sabiam operar com inteiros negativos. No dia seguinte a maioria das equações resolvidas sem problemas, mas na hora da $3x+100=10$...

Alunos: Professor, esta não dá...

O professor leu assim:



Eu leria assim:



O professor estava pensando algebricamente/numericamente (subtrai 10 dos dois lados, divide por 3 dos dois lados), e os alunos estavam pensando em balança de dois pratos (*tira 10 de cada lado, reparte o 90 em 3 partes iguais*). É *evidente* que $3x+10=10$ não dá, porque não dá para ter 100 (gramas, por exemplo) mais alguma coisa, de um lado, só 10 do outro, e a balança estar equilibrada.

NÚCLEO

O núcleo de um campo semântico é constituído por *estipulações locais*¹⁶, que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação.

Mas em outras situações, o que era estipulação local pode precisar de *justificação* para ser dito. Por exemplo, na atividade de resolver a equação $3x+10=100$ na aula de Matemática, diremos que “se os dois lados tem o mesmo peso a balança fica equilibrada”. Mas na aula de Física é preciso explicar que os braços da balança, sendo de mesmo comprimento, e os pesos

¹⁶ Emprestando a noção de *estipulação* de Nelson Goodman.

iguais, o momento resultante é nulo, de modo que o sistema permanece em repouso (se estava assim). No primeiro caso, “se os dois lados tem o mesmo peso a balança fica equilibrada” é uma estipulação local, no segundo não.

Pode acontecer de uma afirmação produzida no interior de um campo semântico vir a tornar-se, por motivos diversos, parte do núcleo. É o caso, comumente, de teoremas. A princípio eles demandam demonstração. Depois, aos poucos, os teoremas mais usados (mais centrais, mais importantes, mais usados pelo autor x, ...) eles passam a ser usados como se fossem axiomas.

Aliás, a Matemática do matemático (provavelmente Bourbaki dissesse “teorias axiomáticas”) opera exatamente assim: o núcleo é (supostamente) composto uma vez, e para sempre (com relação a uma certa teoria), por certos conjuntos, relações entre eles e axiomas a que estas relações satisfazem.¹⁷ Na prática, como foi dito, os “teoremas mais importantes”, assim como os “novos” objetos que vão sendo definidos, vão talvez se agregando ao núcleo. Isto torna razoável que falemos tanto de uma Matemática do matemático quanto de *atividade matemática*. Nesta última é que teoremas podem virar quase-axiomas.

Parece mesmo que este comportamento (deixar o núcleo “absorver” teoremas e novos objetos) é característica muito mais do expert do que do novato, que opera radialmente em relação ao núcleo: demonstra o teorema de Lagrange mas não o usa para demonstrar um próximo teorema, preferindo voltar aos axiomas. É claro que em muitos casos os axiomas e as demonstrações não são nada disto para o aluno. Por isto é sempre preciso ler o aluno, saber *onde ele está*.

¹⁷ Como em *The architecture of mathematics*, de N. Bourbaki.

RESÍDUO DE ENUNCIÇÃO

Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém.

Dizemos *resíduo*, e não *detrito*. O resíduo é o que resta de um processo.

Um resíduo de enunciação não é nem menos, nem mais importante que uma enunciação: ele é *de outra ordem*.

Não é assim:

“A partir de um certo momento ela já nem ouvia mais o que eu dizia. O que eu dizia era apenas um resíduo. Aí eu entendi o que é um resíduo de enunciação.”

Sons, rabiscos de todo tipo, arranjos de coisas, gestos, imagens, construções. Mas também a borra de café ou chá no fundo da xícara, o resultado do lançamento de moedas ou varetas, a disposição dos planetas no céu, o fato de este carro ter a placa de uma cidade da qual nunca ouvi falar, a tempestade que devastou a casa de uma pessoa poucos dias depois de ela ter abandonado a religião que professava, e assim por diante.

Daniel, 9 ou 10 anos, ao ver numa lousa uma equação envolvendo uma integral e funções: “Papai, parece linguagem alienígena.”

A presença do resíduo de enunciação sinaliza a presença da demanda de produção de significado, e vice-versa. Em geral não vale a pena distinguir “texto” e “resíduo de enunciação”. Vale, sim, a pena, neste caso em que nos referimos à demanda de produção de significado.

Quem mais poderia ter dito os oceanos, senão um deus? Por isso os deuses são os interlocutores últimos.

Antigamente eu insistia em dizer que produzimos significado *a partir de e não para* resíduos de enunciações. Acho que parei com o uso porque me pareceu que as pessoas em geral (mesmo as mais simpáticas ao MCS) não gostam de abrir mão da ideia de que significados são “da coisa” *para* a qual significado foi produzido. Mas secretamente eu continuo achando que é *a partir de*, e que isto é que constitui os objetos que parecem “ter” aquele significado.

SIGNIFICADO/OBJETO

Significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz significado.

Sempre que há produção de significado há produção de conhecimento e vice-versa, mas conhecimento e significado são coisas de naturezas distintas.

Para o MCS não existe o significado de um “objeto” sem referência ao contexto em que se fala de um objeto (que se pensa com ele, que se pensa sobre ele). Talvez seja útil dizer que significado é sempre *local*.

O significado de um objeto, no interior de uma atividade, não é tudo que *poderia* ser dito a respeito da coisa da qual se fala (nesta ou em outras atividades).

A noção de significado no MCS não é ambiciosa, ela é pragmática e pretende ser prática o bastante para tornar as leituras suficientemente finas. E assim ajuda a evitar que *complicações* se passem por *complexidades*.

Na leitura, a palavra-chave é *plausibilidade*, e não “verdade”, “essência”, “substância”,... *Complicações* resultam de se tentar criar uma trama, por

assim dizer, mais espessa do que o que é localmente necessário. Por exemplo: para que dizer, como Vieta disse, que Diofanto tinha um cálculo literal, mas que o ocultou para se fazer de mais inteligente? Ou que Euclides disfarçou a álgebra de geometria?

O sujeito cartesiano dá e sobra para comprar carne no açougue. Já talvez, para tratar da duração dos planos de imagem num vídeo-clipe de música, o sujeito pós-moderno seja melhor.

“O mundo é fragmentado”. Dependendo de se “fragmentado” é verbo ou adjetivo, esta frase não me diz nada sensato.

Nós constituímos objetos (instituímos, criamos, inventamos, re-inventamos, ...) produzindo significado. Nós pensamos *com* e *sobre* objetos. São objetos que estruturam nossa cognição (que é, portanto, situada, no sentido técnico do termo).

O que não é dito não está existindo. Isto é causa e consequência de a noção de significado no MCS ser local e pragmática. Há infindáveis exemplos de como isto é *real* e não um exercício “teórico” (a televisão nova que era a mesma de antes, ou o caso da pessoa que, olhando para uma frase *escrita na lousa*, disse, “lendo”, uma frase que não era a que estava escrita, etc.). As salas de aula precisam levar isto seriamente em conta.

Falar de *modos de produção de significado* não é falar propriamente de campos semânticos, mas de “campos semânticos idealizados” que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se o que dizem é legítimo ou não. Na verdade o que é idealizado é um núcleo (por exemplo, “produzir significado para equações em relação a uma balança de dois pratos” é um modo de produção de significado).

O *sentido* é da ordem do desejo.

SUJEITO BIOLÓGICO, SUJEITO COGNITIVO

Se todos os sujeitos biológicos morrerem, isto não implica que eu, como sujeito biológico, morra por causa disto. Se todos os sujeitos cognitivos morrerem (para mim; um apagamento), isto implica que eu, como sujeito cognitivo, morro.

O instinto de sobrevivência do ser biológico manifesta-se na alimentação e na reprodução. O instinto de sobrevivência do ser cognitivo se manifesta na pertinência (a culturas, práticas culturais, práticas sociais); “ser internalizado” quer dizer, precisamente, “ser pertencido”. *Produzir significado é a estratégia que permite, na luta pela sobrevivência cognitiva, a pertinência.*

O sujeito biológico é o *outro*. Não é na direção de um *outro* que o sujeito cognitivo fala, mesmo que um sujeito biológico esteja a sua frente. Falamos sempre na direção de um sujeito cognitivo, um *interlocutor*.

Aqui, *interlocutor* não deve ser entendido como “aquele com quem se conversa” ou “aquele que participa (conosco) de um diálogo” (no sentido comum). Para o MCS, “dialogar com o interlocutor” é tão impróprio (e impossível) quanto “dialogar com o texto” (expressão muito empregada e que sempre me incomoda) ou, o que é de todo equivalente, “conversar com plantas”.

“Falo para Deus, mas sei que ele não responde.”

(uma ex-OpusDei, falando sobre sua visão pessoal de Deus)

2

ARTICULAÇÕES EPISTEMOLÓGICAS RELATIVAS AO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Ligia Arantes Sad ¹

INTRODUÇÃO

O presente capítulo é uma análise crítica de algumas partes do trabalho de doutorado, defendido em 1999 pela autora, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Campus de Rio Claro – SP. Com esse propósito, o desafio é evidenciar as noções mais utilizadas, inerentes ao modelo epistemológico escolhido, e como elas se articularam durante o processo de investigação para a construção das argumentações e reflexões do tema da pesquisa – *Uma abordagem epistemológica de alguns aspectos do Cálculo Diferencial e Integral*. A parte central dessa pesquisa foi dedicada ao estudo e análise da produção de significados e conhecimentos a partir do Cálculo Diferencial e Integral.

O lócus da investigação constituiu-se relacionado com a metodologia de observações da prática de sala de aula voltada ao ensino e aprendizagem desse tópico matemático e das análises de sua construção histórica, tendo como bases teóricas os fundamentos do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), que versa sobre a problemática da produção de conhecimento e vem sendo desenvolvido

¹ PPGE/ UFES

em várias publicações de elevado nível pelo pesquisador Romulo Campos Lins, desde o seu doutorado em 1992².

Na construção de argumentos para alcançar respostas ao problema de pesquisa – “São estabelecidas diversificações nos modos de produção de significados e de objetos a partir do Cálculo Diferencial e Integral? Quais?” (SAD, 1999, p. 8) – estudei e comentei fundamentações abordadas por variadas teorias do conhecimento, em especial as de renomados autores como Vygotski (1984; 1991; 1995), Bakhtin (1995), e Bruner (1986; 1997), quanto a produção de significados³. Ademais, notei que esses modos dos alunos produzirem significados, implicava ir além do estudo crítico de princípios epistemológicos⁴ e verificar possíveis hipóteses quanto a diversificação dessa produção; uma vez que os dados a serem analisados viriam da ação conjunta com a investigação empírica na prática educativa. Ou seja, não estavam previamente delineados os modos de produção de significados e sequer os significados. Mas, requeridos pela pergunta diretriz, seriam aqueles que pudessem ser expressos pelos alunos no contexto das atividades de Cálculo ou em meio a constituição do pensamento diferencial e integral. Após estudos

² Esse trabalho é intitulado “*A framework for understanding what algebraic thinking is*”, concluído na University of Nottingham (UK) em 1992. Maiores informações e comentários sobre ideias constitutivas do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS) podem ser encontradas no primeiro capítulo deste mesmo livro, ou em outros trabalhos de Lins, como: *Epistemologia, História e Educação Matemática*: tornando mais sólidas as bases da pesquisa (1993); *O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico* (1994); *Struggling for survival the production of meaning* (1996); *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI* (1997).

³ Concordamos com Vygotsky, quando diz que “o pensamento não é algo acabado, pronto para ser expresso. O pensamento se precipita, realiza certa função, certo trabalho. Este trabalho do pensamento é a transição desde as sensações da tarefa – através da construção do significado – ao desenvolvimento do próprio pensamento” (VYGOTSKI, 1991, p. 125). De acordo com o Modelo Teórico dos Campos Semânticos, consideramos significado como sendo o “conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto (...), o que efetivamente se diz” [grifo nosso] (Lins & Gimenez, 1997, p. 145).

⁴ Estudos sobre epistemologia e comparações de seus fundamentos, foram realizados em variadas obras, tais como: Piaget (1980; 1990); Ayer (1986); Bachelard (1971; 1983); Chisholm (1989); Goldman (1986); Hessen (1987).

do Modelo Teórico dos Campos Semânticos, a intenção passou a ser a de provocar uma certa comparação entre esse modelo e outros em variados aspectos de interesse (como: objetos matemáticos, significado, crença, justificação, conhecimento, sujeito do conhecimento, campo semântico, conceito, definição, discurso ou enunciação, leitores e interlocutores, contexto social de produção e estipulações locais⁵). Esses aspectos foram avaliados por vezes convergentes com os de outros autores teóricos e, em outras, diferenciados, mas sempre na busca sistemática de mostrar a pertinência e condições de aprofundamento das análises epistemológicas ao utilizar o modelo proposto por Lins.

Assim, o trabalho da tese *“Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos”* (SAD, 1999) foi composto por um embasamento teórico, obtenção de dados e análises, advindos de investigações de duas naturezas distintas: uma bibliográfica, para escolha de fundamentos teóricos e para análise histórico-epistemológica de determinados objetos matemáticos; e outra, empírica, voltada para pesquisa de campo – em sala de aula de Cálculo, utilizando a observação participante durante um ano letivo, em três turmas de graduação, em diferentes cursos.

Significativa motivação para refletir, sistematicamente, sobre o ensino e aprendizagem das noções fundamentais dessa parte da matemática foi fomentada pelas experiências anteriores, expectativas e aspirações como professora de matemática atuante no ensino superior por cerca de 15 anos. Um aspecto preocupante eram as sequelas negativas para os estudantes, evidenciadas pelos índices de reprovação e desistência, comentados entre colegas professores em várias

⁵ Estipulações locais, no MTCS, são elementos do tipo: esquemas, objetos, princípios, etc, que durante a produção de significados constituem núcleos dos respectivos Campos Semânticos.

universidades brasileiras. Contudo, havia também o aspecto positivo de contato com algumas obras e trabalhos de pesquisa relacionados ao desenvolvimento do pensamento diferencial e integral, como: Baron (1985); Botazini (1986); Boyer (1959); Cabral (1992); Cleave (1971); Péter (1977) e Tall (1980a; 1980b; 1980c; 1981; 1991).

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E O ESTREITAMENTO DOS LAÇOS COM O MTCS

Publicações nacionais e internacionais foram examinadas e escolhidas segundo maior proximidade com a investigação e compuseram o terceiro capítulo da tese, que trata da Revisão de Literatura. Nele há indicação e classificação de 62 trabalhos relacionados com Cálculo, selecionados de seis importantes periódicos internacionais (década de 1990), nos *Proccedings do PME* (Psychology on Mathematical Education), nos *Anais do 8th ICME* e da *História e Educação Matemática* (Portugal); além de artigos nacionais.

Após esta classificação dos trabalhos, apresentei detalhes e ideias daqueles que tinham destaque para os aspectos epistemológicos no ensino e aprendizagem de Cálculo. Citadamente: na linha cognitivista das pesquisas de Tall (1991), Tall & Vinner (1981), Gray & Tall (1994); nas bases de “definição conceitual” de obstáculo epistemológico que ocorrem na aprendizagem de noções do Cálculo, investigados por Cornu (1983), Sierpinska (1987; 1990) e Rezende (1994); Williams (1991); em análises do pensamento diferencial, abordados por Cabral (1992) e Cassol (1997); nos trabalhos com análises de elementos epistemológicos com estudantes, sobre determinados assuntos do Cálculo e de Análise, elaborados por White & Mitchelmore (1996), Aspinwall et al. (1997), Amit & Vinner (1990), Baldino, Ciani & Leal (1997).

Todavia, o que encontramos nessas revisões que fosse pertinente e relacionado às noções epistemológicas do MTCS? Primeiro, e de acordo com os procedimentos metodológicos planejados, a maioria destes autores considerava tanto as observações dos alunos em sala de aula, como as análises das transcrições de seus discursos em meio ao “pensar matemático avançado” (TALL, 1991,p.20), que são ricas fontes de investigação do campo epistemológico.

Segundo, em termos dos fundamentos teóricos, com menos ou mais intensidade, os pesquisadores consideravam a noção de “conceito” como básica em seus desenvolvimentos, enquanto que, no caso da minha pesquisa, as noções básicas eram a produção de significados e conhecimentos, conforme o MTCS. Para exemplificar, em Amit & Vinner são encontradas considerações a: “entendimento conceitual” e “concepções errôneas dos conceitos”; em Willians: “entendimento de conceitos” e “conceito formal de limite”; em White & Mitchelmore: “conhecimento conceitual”, “conceitos formados em processo de abstração”, “conceito geral abstrato” e “conceito abstrato particular”; em Aspinwal et al.: “entendimento conceitual” e “conceitos espaciais”; em Baldino, Ciani & Leal: “imagem conceitual”, “definição conceitual” e “proceito (processo + conceito), assim como em Tall & Vinner (1981). Além disso, segundo Willians (1991, p. 219), o entendimento do conceito de limite, por exemplo, só foi alcançado pelo aluno quando ele demonstra entender a definição formal por ε e δ . Qualquer outro ele denomina como “entendimentos paralelos ou modelos informais de limite” ou “conceito de limite dos estudantes”.

Terceiro, apesar desses autores procurarem argumentar de acordo com seus respectivos fundamentos teóricos, pode-se notar a ocorrência de mais de um modo de produção de significado para determinada

noção matemática analisada junto aos estudantes de Cálculo. Por exemplo, em Willians (1991, p. 225) encontramos: “Os dados apresentados aqui, provenientes das entrevistas, concebem dois modelos de limite: aquele no qual limite é visto como não atingível e aquele no qual uma visão dinâmica é evidente.” Em Aspiwall et al. (1997, p. 309): “Tim [aluno] revelou seu pensar visual nesta tarefa. Ele trabalhou por 10 segundos e não mostrou nenhuma evidência de ter transladado do gráfico para a representação simbólica.” Em Amit & Vinner (1990, p. 10): “quando dizemos ‘tangente’ você pode estar se referindo ou à entidade geométrica ou à entidade algébrica – a equação da tangente.”

Portanto, a opção foi por seguir investigando os modos de produção de significados e conhecimentos com base nas considerações do MTCS, em que “o sujeito do conhecimento é sujeito de sua enunciação e, portanto, só tem existência se pensado socialmente” (SAD, 1999, p. 123). Isso está de acordo com os direcionamentos de Vygotski (1984; 1991a; 1995) quanto ao desenvolvimento das funções psicológicas dos sujeitos, que ocorrerem como parte do seu meio sócio-cultural; e quanto a unidade do pensamento verbal presente no significado das palavras, os quais no ato da enunciação ou discurso são realizados via processo de inferência lógica dedutiva da linguagem. Ao ocorrer a enunciação, as orientações sociais se tornam mais complexas por causa de adaptações ao contexto social e ao interlocutor no ato de fala⁶ (Bakhtin, 1995). Todavia, por acreditar na dependência interligada entre o aprender a linguagem em meio ao fazer, aprendendo o que dizer (enunciar), como,

⁶ Podendo ser um “falar” consigo mesmo.

onde, para quem e em que circunstâncias, é que as observações em sala de aula foram priorizadas e realizadas em meio às atividades dos alunos.

Como nos campos semânticos, segundo Lins (1994, p. 31), não há pertinência de objetos e nem constância das relações, eles são constituídos justamente no movimento ontológico que os produz. A impressão de permanência, que por vezes é sentida como se o objeto estivesse assim há muito tempo, advém de que, em uma nova produção determinadas estipulações locais são “tomadas” em forma de esquemas, princípios, nomes, atributos e/ou imagens que já foram anteriormente produzidos. Ao longo do trabalho, escolhi tecer comentários e análises especialmente a respeito de alguns objetos mais comuns ao pensamento diferencial e integral, qual sejam: função e variável (como prévios e imprescindíveis), limite, infinitamente grandes e infinitamente pequenos, derivada e integral.

ESTUDO HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO

Recorri à uma análise de partes da história da matemática⁷, relacionadas ao Cálculo, porque a história, enquanto discurso, se escreve por palavras cujos significados são historicamente construídos por pessoas olhando para as estruturas e acontecimentos passados, representando-os de um ponto de vista particular, ou mesmo tentando reproduzir “o que realmente aconteceu” (BURKE, 1992). Desse modo, a perspectiva histórico-epistemológica tornou-se adequada a integrar e subsidiar a pretensão de “mostrar como as ideias se estabelecem segundo significados dos grupos sociais em que foram elaboradas”

⁷ A respeito de leituras da História da Matemática encontramos interessante referência em Fauvel & Gray (1987) e, sobre a história do Cálculo, em variadas obras, como: Kleine (1990); Baron (1985); Boyer (1959); Leibniz (1983; 1989); Newton (1962).

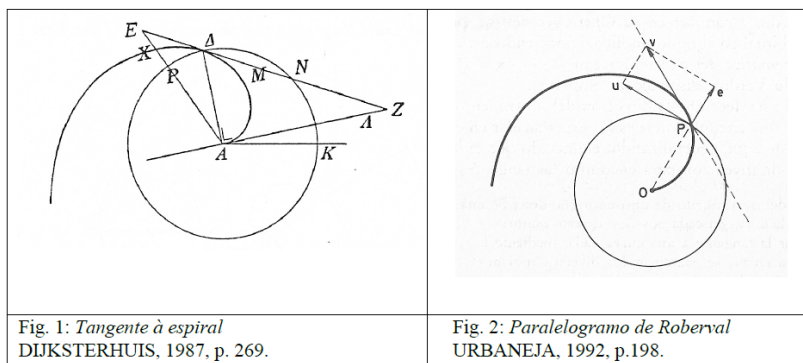
(SAD, 1999, p. 159). Em outro sentido, a influência da prática social, do ponto de vista histórico, ajudou a construir argumentos sobre a possibilidade de influência também dos interlocutores (para os quais se fala) durante a produção de conhecimentos. Ou seja, para os leitores e interpretadores de textos e imagens históricas, especialmente os historiadores, em geral refletem sobre a pergunta: “que tipo de pessoas estavam olhando para esses objetos em particular em um determinado espaço e tempo?” (BURKE, 2005, p. 148).

Uma preocupação nessa parte do estudo histórico-epistemológico foi de deixar transparecer diversos modos de produção de significados e objetos na leitura sucessiva da História da Matemática, utilizando os aspectos parciais, os vestígios. Por exemplo, na parte antiga dos desenvolvimentos matemáticos, foram observadas as construções dos incomensuráveis, dos irracionais e do infinito potencial e geométrico (como em Aristóteles, c. 300a.C.), cujas estipulações locais eram, predominantemente, visuais-geométricas e as estipulações locais algébricas ou algorítmicas pouco utilizadas. Este estado prolongado de justificativas e argumentos matemáticos, por serem preferencialmente do ‘campo semântico geométrico’, não possibilitou que a noção de função e nem de números reais fosse desenvolvida e, portanto, contribuisse para a definição de “limite”, elaborada mais tarde por Cauchy (1789 – 1857)⁸.

Um outro objeto que foi destacado, pelas muitas transformações que se sucederam em termos de novos significados e conhecimentos, foi o denominado “diferencial”, que passou a ser parte importante entre os objetos do Cálculo. A esse respeito as ideias matemáticas do mundo

⁸ Referências sobre as construções dessas bases infinitesimais encontra-se em: Cauchy (1823).

antigo de Arquimedes (c. 287a.C. – 212a.C.) e as de Roberval ou as de Kepler (1571 – 1630), são bem distintas, apesar de alguns atributos semelhantes. Arquimedes em suas demonstrações por absurdo, usa um processo geométrico e constrói a tangente a uma espiral para obter um triângulo de velocidades a cada instante, ligando a velocidade e a tangente (fig. 1). Essa ideia se mostrou fértil, tanto empiricamente em relação à questão do movimento na Física, quanto em trabalhos posteriores do cálculo infinitesimal.



Segundo o pesquisador Urbaneja (1992, p. 198), o modo semelhante de decomposição do movimento, utilizando a regra do paralelogramo (fig. 2), foi trabalhada por Roberval e Torricelli entre 1630 e 1640. Nela pode-se observar que a semelhança está na produção de significados em ‘campo semântico geométrico’, a partir de estipulações visuais-geométricas. No entanto, apesar de geometricamente se estabelecer o valoroso *triângulo característico* ou *triângulo diferencial* (utilizado por Torricelli, Pascal, Neil, Fermat e outros), que foi também fundamento básico para Leibniz (1646–1716), quando se parte de infinitésimos, de razões de infinitésimos, com o método infinitesimal para a

determinação de tangentes, ocorre uma transferência de produção de significados e conhecimentos para o ‘campo semântico infinitesimal’. Isso porque as admitidas estipulações locais são, então, algébricas e infinitesimais. Nesse sentido, o passo crucial dado foi por meio da noção infinitesimal de *aproximadamente igual*.

Contudo, Fermat (1601–1665), pouco antes dos trabalhos de Newton e Leibniz, quando direcionou os estudos do Cálculo por estipulações locais algébricas – trabalhando com equações de curvas – tomou significados e justificativas em estipulações visuais-geométricas, sem transpor do campo finito para o infinitesimal, simplesmente se respaldando na ‘pseudo-igualdade’ geométrica entre a ordenada da curva e a da tangente para chegar a igualdades algébricas que traziam resultados a problemas de máximos e mínimos, tangentes e quadraturas (cálculo de áreas sobre curvas específicas). Isso alimentou os interesses no aprimoramento dos métodos de ligação da geometria com a álgebra – métodos da geometria analítica.

A marcante introdução do simbolismo algébrico, que permite solucionar um problema via manipulação algébrica de algoritmos, imprime um novo modo de produção de significados ao Cálculo, que passei a denominar de campo semântico em relação a algoritmos – ‘CS em relação a algoritmos’. A junção do simbolismo algébrico, com o sistema de representação de quantidades variáveis, mais a produção de significados infinitesimais, levaram Newton e Leibniz aos estudos da relação entre derivação e integração, resultando no importante *Teorema Fundamental do Cálculo*. Entre os matemáticos que sucederam a estes dois personagens, destaquei ainda aspectos dos trabalhos de Cauchy, nas insistentes discussões sobre a existência de um infinito real contínuo. Observando seus escritos, pude afirmar que Cauchy tanto

produziu significados em relação a estipulações locais infinitesimais, quanto em estipulações locais de limite, apresentando os fundamentos do Cálculo na forma de uma teoria de limites. Essa por sua vez foi implementada por Weierstrass (1815–1897) com o “método por ε e δ ”, depois do advento da aritmetização da Análise, relacionando com estipulações locais da teoria de conjuntos. Todavia, o conceito de grandezas *infinitamente pequenas* permaneceu em discussão, tornando-se objeto matemático na elaboração dos trabalhos de Abraham Robinson (na denominada *Análise Não- Standard*, já no séc. XX)⁹.

A análise histórica dos discursos, mesmo se ultrapassada pela linguagem e o tempo, foram parte essencial na compreensão do acontecido. Na compreensão do desenvolvimento do pensamento diferencial e integral e dos significados léxicos, que contribuíram para a mudança ou permanência da linguagem utilizada na constituição de objetos matemáticos, mesmo atualmente. O que, por vezes, leva à sensação de permanência de tais objetos, e foi uma faceta instigante na investigação histórica empreendida no trabalho, corroborando para o entendimento e realces na caracterização do pensamento diferencial e integral.

Como orientação prática, essa parte da pesquisa mostrou que são valiosas as reflexões e investigações sobre as diversificações de entendimentos histórico- epistemológicos¹⁰ para uma melhor compreensão do pensamento diferencial e integral, principalmente relativos a: números reais, infinito, infinitésimos, princípio de limite, diferencial e integral.

⁹ Referências a este respeito buscamos nas seguintes obras: Stroyan & Luxemburg (1976) e Harnik (1986).

¹⁰ Desdobramentos de pesquisas, dessa natureza, encontram-se em Sad (2002; 2007).

UMA AMOSTRA DAS ANÁLISES DOS DADOS COLETADOS EM CAMPO

A opção pela observação participante em sala de aula de Cálculo inicial, em três diferentes turmas da graduação em nível superior (matemática, geologia e física), durante um ano, nos permitiu obter dados de quatro tipos de instrumentos: (1) entrevistas individuais (áudio ou audiovisuais) com experientes professores e uma estudante que havia já cursado a disciplina de Cálculo em dois diferentes cursos; (2) gravações de grupos de alunos em atividades em sala de aula; (3) observações escritas no caderno de campo pela pesquisadora; (4) soluções escritas e problemas, feitos individualmente ou em grupo de alunos em sala de aula. As análises desse material compõem um extenso capítulo do trabalho da tese, ao todo 83 páginas, das quais, neste capítulo, optamos por selecionar uma parte relativa às do tipo (2).

Devido aos muitos dados coletados e ao espaço aqui delimitado, escolhi apresentar uma atividade gravada com um grupo de alunos a fim de mostrar como foram os procedimentos de análise mediante as seis seguintes categorias de classificação elaboradas:

1. **(alg-func)** uso (exclusivamente) algébrico ou funcional, como as operações com números, variáveis, e funções;
2. **(lim)** uso de limite, como as expressões indicativas (por exemplo: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$) ou resoluções de limite de função, seqüência, ou qualquer outro, mesmo que não seja pela definição weierstrassiana;
3. **(deriv)** uso de derivada, como por regras de derivação, pela definição de derivada envolvendo limite do quociente de Newton, pela identificação com taxa de variação instantânea ou com declividade de reta tangente;

4. **(integr)** uso de integração, como por integrais definidas, indefinidas, integrais impróprias, e outras, ou pela definição envolvendo limite de soma de Riemann;
5. **(geom)** uso de gráficos, desenhos geométricos, ou soluções geométricas;
6. **(infinit)** uso de infinitésimos, ou semelhantemente a Newton (quantidades infinitamente pequenas, intervalo “infinitamente pequeno”, quantidades “evanescentes”). (SAD, 1999, p.218).

Convém esclarecer alguns procedimentos. Primeiro, essas categorias não foram propostas de forma prévia, mas no decorrer das investigações e após o exame dos dados. Além disso, um mesmo dado foi enquadrado em mais de uma categoria, quando não ficou evidente a predominância por uma delas. Segundo, em meio às observações em sala de aula e a partir do estudo histórico, para analisar os modos de produção de significados, foram evidenciados quatro tipos de núcleos e suas respectivas estipulações locais: ‘CS em relação à noção de limite’; ‘CS em relação à noção de infinitésimos’; ‘CS em relação ao visual-geométrico’; ‘CS em relação a algoritmos’. As denominações desses núcleos vieram de suas respectivas caracterizações:

Características de um núcleo de limite, a partir de estipulações locais a respeito de limite :

- [Utilização da] definição weierstrassiana de limite de uma função de uma variável real, ou seja, dizemos que:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ se } \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \text{ tal que se } 0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon.$$

OU

1. Enunciados envolvendo expressões do tipo: “o limite é...”; ou “a existência do limite...”;¹¹ (claro que na dependência do contexto, do que está sendo dito).

2. Enunciados envolvendo símbolos como: $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ (onde $f(x)$ é qualquer expressão funcional, e a pode ser até ∞); ou $\lim_{x \rightarrow c} \sum$ (de alguma expressão matemática); ou " $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ tal que se $0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$ (ou com outras letras porém mantendo a implicação lógica matemática).

É preciso atenção ao que os estudantes de Cálculo, principalmente antes do segundo ano desta disciplina (comumente denominada Cálculo II), produzem como significados em relação a “limite”; pode ser que nem seja a partir de um *núcleo de limite* como aqui apresentado, pelo menos enquanto o ensino e aprendizagem relativos a este objeto são predominantemente intuitivos.

• Características de um núcleo de infinitésimos, a partir de estipulações locais a respeito de infinitésimos:

— A noção ou a definição de um infinitésimo (número hiper-real), número infinitamente pequeno, mas maior do que zero¹²; ou mesmo a noção de infinitésimo mais intuitiva como concebida desde Newton (como: incrementos infinitamente pequenos, quantidades infinitamente pequenas, intervalo de tempo “infinitamente pequeno”) e de Leibniz (como: número menor que qualquer outro designado, diferencial de uma variável é a “diferença infinitamente pequena”, polígono de lados infinitamente pequenos).¹³

OU

¹¹ Diferentemente de expressões como “tende a...” ou “se aproxima de...” que, geralmente estão em um outro modo de produzir significado envolvendo a noção de limite, inclusive podem ser estipulações em um CS visual-geométrico.

¹² É mister fazer uma ressalva em relação a essa noção ou definição de **infinitésimo** a partir da Análise não-Standard de Abraham Robinson (que reabilitou em uma linguagem formal a ideia de Leibniz de infinitésimos) – a respeito dessa noção, pouquíssimo se fala em nível de uma disciplina de Análise (mesmo em cursos de graduação em Matemática) e menos ainda em disciplinas de Cálculo –. Portanto, embora a tenhamos colocado aqui; junto à noção de infinitésimos de Newton, é esta última que mais é tratada entre os alunos e pela maior parte dos professores.

¹³ Cf. em Alcoba (1996, p. 160), Leibniz (1983, p. 7), e Baron (1985, v.3, p. 28-34).

__ os enunciados como:

1. envolvendo expressões do tipo: “é menor que qualquer número... mas não é zero (em um contexto em meio a valores positivos pequenos, por exemplo)”; “são muito, muito pequenos, infinitésimos”; “infinitesimais”; “infinitesimalmente pequeno”;

OU

2. envolvendo símbolos como: dx , $df(x)$, dA , dV (onde “ $d(...)$ ” é uma quantidade “infinitesimal”, “muito, muito...muito pequena” de um objeto considerado).¹⁴

• Características do núcleo visual-geométrico, a partir das estipulações locais visuais-geométricas :

__ princípios geométricos como esquemas, resultados geométricos e fórmulas geométricas (por exemplo: da área de círculo – $A_{\text{circulo}} = \pi r^2$ – ou fórmulas obtidas de relações métricas de um triângulo retângulo de lados b e c , em que b é o lado adjacente ao ângulo α , $\text{tg } \alpha = c/b$), gráficos e desenhos de figuras planas ou espaciais.

OU

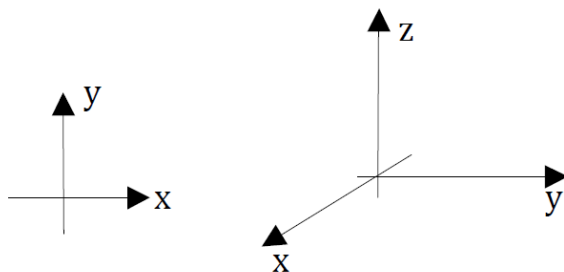
__ Enunciados como:

envolvendo expressões do tipo: “pelo gráfico de...”; “a declividade da reta tangente à curva...”; “o coeficiente angular da reta tangente a...”; “geometricamente a área (ou o volume) é...”; “graficamente podemos ter...”; “pelo esboço (gráfico) de...”; “podemos fazer um desenho de...”;

OU

envolvendo símbolos como:

¹⁴ Note-se aqui a diferença deste dx (infinitesimal) para o dx como diferencial de uma função, ou seja, escrito como $dx = Dx$ ou $dy = f'(x).dx$, onde Dx representa um acréscimo real na variável x .



(com qualquer desenho); ou outros tipos de gráficos

Ou mesmo desenhos de objetos planos ou espaciais (como figuras geométricas ou volumes de sólidos) sem eixos como referenciais.

Características do núcleo do CS dos algoritmos, a partir das estipulações locais do tipo algoritmos:

_ esquemas, regras, fórmulas, sequências memorizadas “de cor”.

OU

_ enunciados como:

1. envolvendo expressões do tipo: “a regra é...”; “a fórmula é...”; “sei que se faz assim...não sei porque”;

OU

2. envolvendo símbolos de modo sistemático, sem necessitar reflexões, apenas memória.

Quanto a esse último núcleo, de estipulações locais do tipo algoritmos, considere: primeiro, pode parecer a princípio que tem interseção com os demais campos mencionados, pois pode ter algoritmo geométrico, algoritmo algébrico e assim por diante, mas deve-se ter atenção ao que se fala efetivamente a partir deles [alunos], pois, se é o algoritmo pelo algoritmo, ou seja, não há relacionamento a nenhum outro elemento possível em um campo (geométrico, algébrico ou outro diferente de um CS de algoritmos), então não se pode dizer que é um algoritmo de “tal tipo”; segundo, sua incidência torna-se frequente à medida em que se

trabalha o pensamento diferencial (ou qualquer outro modo de pensar) e se “automatiza” os procedimentos e processos (um comportamento psicologicamente positivo devido à repetição) que é usado com sucesso, tomando como estipulações locais elementos que, em ocasiões anteriores, foram objetos produzidos em outros CS em meio à pensamentos reflexivos; terceiro, por ser um modo de produzir significado através de “esquemas” (no qual a atenção fica voltada para os “passos a seguir”), torna-se também um modo de fugir da reflexão matemática (comportamento observado em alguns estudantes). (SAD, 1999, p. 221-225)

Terceiro procedimento, nas análises empreendidas foi interessante observar também aspectos estratégicos durante a produção de significados, tais como: mais de um tipo de CS, nos quais um aluno, engajado em uma mesma atividade, produziu seus significados; CS diferenciados entre os alunos de um grupo, em uma mesma atividade; o aluno mudou seu CS embora o pudesse ter mantido.

Apresento a seguir, conforme antes indicado, uma das atividades, observada e gravada em sala de aula, na turma 1 (**T1**), e as análises realizadas por ocasião da elaboração do trabalho da tese. A referida atividade foi filmada e gravada (em fita de vídeo), contém as soluções de quatro problemas (**P2-G**, **P3-G**, **P4-G** e **P5-G**), propostos pela pesquisadora (observadora) a dois grupos de alunos (**GA** e **GB**) da mesma turma (**T1**). No presente capítulo, me restrinjo a apresentação relativa ao segundo problema (**P2**).

Problema 2 - Gravado (P2-G)

Comentem entre si e escrevam o que vem de mais imediato em seus pensamentos se peço para pensarem no que aprenderam de importante a respeito de derivada de uma função.

OBS: Se for mais de uma referência, e se acharem que há ordem de importância, favor mencioná-la. Também ao contrário, se acharem que não há.

Falas e soluções:

Transcrevemos a seguir algumas partes para entendimento de nossa análise. (Transcrição mais completa encontra-se no Anexo 3).

Grupo A (GA)

O _ Pesquisadora

Dan, Gib, Nor - Estudantes do **GA**.

[OBS: Os parênteses (...), entre linhas, indicam que houve corte na transcrição. Os escritos entre colchetes são elucidacões da observadora sobre as ocorrências que as falas não traduzem ou não deixam muito esclarecidas].

[Um dos estudantes lê o problema **P2-G** em voz alta, a seguir começam a conversar entre si].

Dan - O que vem de imediato?

Gib - Derivada é o coeficiente angular da reta tangente. Isso vem de imediato.

Se você tiver um gráfico espaço por tempo e você vai calcular a derivada você vai ter velocidade, e se for de velocidade por tempo e você calcular a derivada você vai ter aceleração.

Dan - O mais imediato eu acho que é a derivada como coeficiente da reta tangente que o professor fixou mais com a gente e ..."insiste" em mencionar. Escreve aí ... [fala para **Gib**].

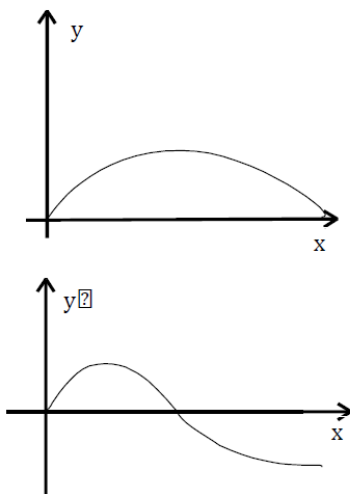
[O aluno **Gib** escreve a frase: “A derivada é o coeficiente angular da reta tangente”, como podemos observar também na folha que entregaram e no vídeo].

Nor - Depois vem a interpretação de gráfico.

Gib - Então. A gente pode fazer um gráfico aqui e tentar interpretar.

[**Nor** desenha um gráfico de espaço por tempo, **Dan** e **Gib** também, só que **Dan** coloca as letras x e y nos eixos em vez de s e t como **Gib**].

[Ao traçar seu esboço gráfico (figura a seguir), **Dan** já toma um segundo par de eixos logo abaixo do primeiro, transferindo as abscissas, valores de x do gráfico anterior, e vai tomando como valores das ordenadas as “inclinações” que diz ser: mais positiva, nula ou negativa conforme os pontos tomados].



[Só falam em reta tangente e na interpretação física como velocidade instantânea].

Gib - No meu gráfico tomei um ponto P e queria saber a velocidade instantânea no ponto P. A velocidade instantânea neste ponto é dada pela derivada.

Tomando uma paralela a partir do ponto P, ao eixo x, e traçando uma perpendicular a essa última reta, encontrando a reta que tangencia em P, eu vou ter um Δy , um número, e um Δx um número também. E a derivada vai ser

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

no caso seria a velocidade instantânea no ponto P.

Dan - Que é a própria derivada.

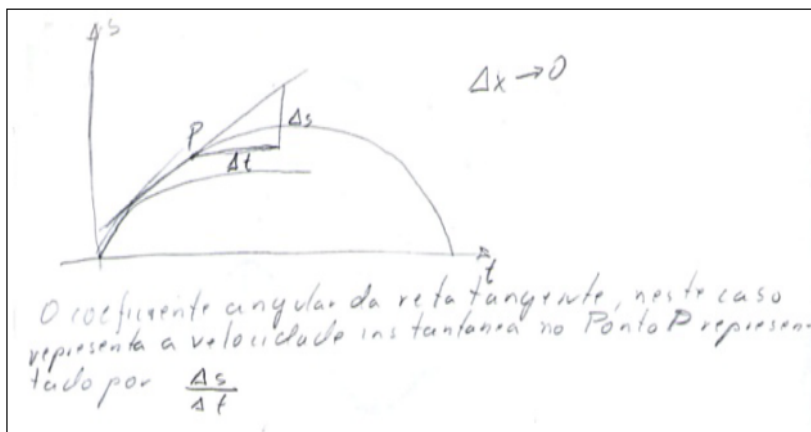
Gib - Que é o coeficiente angular da reta tangente em P.

Dan - É.

Gib - Se fosse um gráfico de velocidade por tempo, teríamos aceleração.

Dan - Na parte física, só.

Gib - É. Se eu fosse fazer uma interpretação matemática, aí é o coeficiente angular da reta tangente. Prá Física é a velocidade instantânea no ponto P.



GA - Solução de **P2-G**

Grupo B (GB)

O - Pesquisadora

Ton , Lia , Lis - Estudantes do **GB**.

[OBS: Os parênteses (...), entre linhas, indicam que houve corte na transcrição. Os escritos entre colchetes são elucidações da observadora sobre as ocorrências que as falas não traduzem ou deixam não muito

esclarecidas].

[Um dos estudantes lê o problema **P2-G** em voz alta, e em seguida começam a conversar entre si].

Lia - Em primeiro lugar...derivada de uma função é o coeficiente angular da tangente no ponto.

Ton - Da reta tangente ao ponto.

[**Ton** torna a ler a pergunta do problema. □O que vem de mais imediato a seus pensamentos sobre derivada?□].

Lis - Coeficiente angular.

Lia - Isso quando se trata de um gráfico, né?!

[**Ton** e **Lia** desenham um gráfico e uma reta tangente num dos pontos].

Lia - Tem uma função. Tem um gráfico.

[Desenham].

Lia - Essa reta tangente expressaria a derivada nesse ponto. Se...

Ton - Mais que isso. Você pode pegar uma posição x e seu correspondente $f(x)$. Uma $x+h$ e $f(x+h)$. Por Newton.

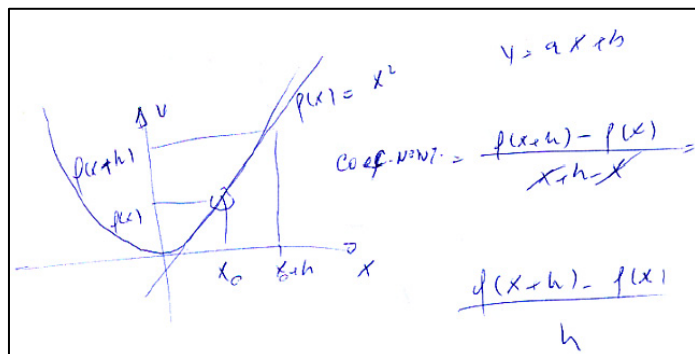
Lis - Limite do quociente de Newton.

Ton - Isso. Limite do quociente de Newton.

[Escreve:]

$$\text{Coef. Newt.} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (*)$$

Lia - Quociente de Newton.



Ton - Isso aqui [aponta (*)] é o coeficiente angular de uma reta secante.

Na verdade você tem uma reta secante pegando dois pontos.

Lia - Isso. Dois pontos do gráfico.

Ton - Aí quando você fizer h tender a zero, h diminuindo, você vai ter a derivada que é o coeficiente angular da reta tangente no ponto.

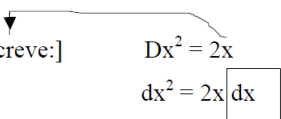
Lis - É isso aqui. [Exibe seu desenho]

Lia - dh no caso. Você tá entendendo o $\square h \square \dots$ Ele vai se tornar uma coisa infinitesimalmente pequena.

E para derivada de uma função, por exemplo $y = x^2$, você diferencia $dy = 2x \cdot dx$... então derivada vai ser

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

Lis - A derivada de x^2 é $2x$, a diferencial de x^2 é $2x \cdot dx$.



[Escreve:] $Dx^2 = 2x$ $f'(x)$

$dx^2 = 2x \square dx$

Ton - [Indica o dx no quadradinho] esse é o diferencial.

O - Qual é a diferença?

Ton - Trata-se de coisas muito pequenas, infinitésimos, por isso que tem esse dx aqui.

Lia - Um incremento. Um incremento de x .

[Passam a outro problema].

Classificação em relação às categorias:

Os estudantes do **GA** se fixam no uso da derivada como “coeficiente angular da reta tangente”, quando então explicam através de gráficos inclusive como encontrar a declividade de uma reta, que tomam como a tangente em um ponto P no gráfico da função traçada (veja a figura da solução), e, falam do uso da derivada como “taxa de variação instantânea”, ao se referirem à Física. Isso classifica suas falas e soluções nas categorias **deriv** e **geom**.

Os estudantes do **GB** também começam falando da derivada como “coeficiente angular da reta tangente no ponto”, mas relacionam à derivada como limite do quociente de Newton, explicando que antes de fazer “ h tender a zero” e encontrar o coeficiente da reta tangente, tem-se o coeficiente da reta secante. No final referem-se à derivada de x^2 na forma diferencial, quando então, **Ton** diz que o diferencial é um “*infinitésimo*”, mas não rebate nem acrescenta nada ao ouvir, logo a seguir, **Lia** dizer que é um “*incremento*”. Portanto, podemos dizer que suas soluções se classificam predominantemente em **deriv**, embora em algumas passagens (cálculos algébricos) estejam em **alg-func**.

Análise em relação ao MTCS:

No **GA**, os estudantes **Dan** e **Gib** produzem significados geométricos em relação à derivada ao afirmarem que “derivada é o coeficiente angular da reta tangente”, continuando em um CS visual-geométrico ao elaborarem gráficos e até mesmo quando falam a respeito da Física e colocam os eixos representando as variáveis espaço, tempo, e velocidade, os quais aparecem como significados e objetos centrais.

Podemos observar que apenas nomeiam como “coeficiente angular da reta tangente à curva” ou “velocidade instantânea (taxa de variação instantânea)”, mas o modo de produção de significados e o *objeto derivada* estão em um CS visual-geométrico, pois, desenham comentando gráficos de funções com retas tangentes e mostram como encontrar a declividade de uma reta em um ponto determinado (usam uma tangente relacionando-se a um gráfico “tempo $\times$ espaço”). Contudo, podemos observar a pouca atenção com a simbolização, até pelo equívoco de $\Delta_x \rightarrow 0$ em vez de $\Delta_t \rightarrow 0$ (já que tratavam com as variáveis espaço e tempo, como podemos também notar na solução escrita deste grupo) e que isso, deve ter ocorrido, justamente pela predominância do pensar visual-geométrico.

No **GB**, o estudante **Dan**, assim como **Lia**, inicia produzindo significados em relação a um núcleo visual-geométrico (esboçando gráficos e

falando em reta tangente e coeficiente angular), mas logo relaciona-se à estipulações numéricas- funcionais, operando a partir do coeficiente de Newton (veja solução de **P2-G** pelo **GB**).

Nas frases finais de **Lia** e **Lis** notamos as regras de diferencial e derivada de x^2 como elementos de destaque e, pelo fato de falarem muito pouco (mesmo quando questionados pela pesquisadora) da diferença entre a derivada e o diferencial de x^2 , inclusive se dx é uma “coisa *infinitesimalmente pequena*” ou um “*acrécimo*” (de que tipo?); só podemos afirmar que produziam significados em relação a estipulações locais algorítmicas. (SAD, 1999, p. 233-239).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As reflexões que apresentei na elaboração desse capítulo, embora suscitadas do meu trabalho de doutorado, permanecem atuais se pensarmos nas problemáticas discutidas a respeito do ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. A temática central da investigação abordada foi direcionada para a produção de significados e conhecimentos a partir do Cálculo Diferencial e Integral, tendo por sujeitos estudantes e professores do ensino superior. Como as trajetórias teóricas, metodológicas e de análise, até a defesa da tese, estiveram permeadas pelo Modelo Teórico dos Campos Semânticos – MTCS, o objetivo desafiante para este capítulo consistiu em evidenciar as noções mais utilizadas desse modelo e compartilhar a compreensão do modo como elas se articularam durante o processo de investigação e nas argumentações analíticas.

Assim procedendo, na explicitação das partes teóricas e do estudo histórico- epistemológico da pesquisa realizada, busquei evidenciar a importância e adequação do MTCS, depois de comparar seus fundamentos aos de outras teorias epistemológicas e, principalmente,

ao destacar alguns especiais desenvolvimentos histórico-epistemológicos para noções centrais ao Cálculo. Observamos que a história, enquanto discurso, é sempre constituída por meio dos significados da linguagem e, por sua vez, o significado é produzido no transcurso da história segundo os contextos sociais e culturais das situações, agregado ainda pela compreensão do historiador que a escreveu. A história, por ser uma “ciência dos homens no tempo” (BLOCH, 2001, p. 67), convém ter a condução de sua análise preocupada com a terminologia da época investigada, embora suas noções, conceitos e acontecimentos, sejam lidos tendo por base o aparato da linguagem atual. Nesse sentido, as categorias criadas para as análises do referido trabalho de doutorado, bem como as nomenclaturas de identificação dos núcleos e campos semânticos, tiveram elaboração inspirada nos estudos dos desenvolvimentos históricos do Cálculo Diferencial e Integral, bem como na revisão de literatura e na experiência da pesquisadora como professora de Cálculo.

A pesquisa confirmou que, entre os modos predominantes de produção de significados, objetos e conhecimentos a partir do Cálculo, as características das estipulações locais são dos seguintes tipos: visuais-geométricas, infinitesimais, de limite e algorítmicas. O que não esgota as possibilidades de elementos constituintes do pensamento diferencial e integral, pois, por exemplo, pensar em diferencial e integral inclui produzir significado envolvendo, entre outras coisas, a noção básica de função. Além disso, pude afirmar a partir das análises, que não há um modo único e absoluto de pensar sobre matemática e de produzir significados, com argumentos inclusive mostrados historicamente.

Do lado da prática de sala de aula, no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo, observamos que existem componentes importantes no âmbito mais amplo da demanda social e do contexto cultural do aluno e do professor. Entre eles podemos citar: uma linguagem, um diálogo, um conjunto de princípios e afirmações aceitas, um conjunto de visões metamatemáticas.

As entrevistas com os sujeitos de pesquisa apontaram que no processo formativo a postura pedagógica do professor precisa ser mais descentralizadora, dialógica, possibilitando investigar “onde o estudante está” ou a partir de quê está produzindo seus significados e, em consequência, ter clareza para poder partilhar no processo e contribuir para a aprendizagem do Cálculo. Inclusive, nas observações em sala de aula, foi possível verificar a presença de obstáculos epistemológicos, como no caso da aprendizagem da noção de limite de função, o que exige do professor uma atenção especial.

Um outro tipo de postura, encontrada na pesquisa de campo e que facilitou a existência de um diálogo formativo – diálogo quando os CS relevantes estão sendo “compartilhados” pelos sujeitos – que oriente a produção dos objetos matemáticos e conhecimentos. Para tanto, é preciso haver abertura para a verbalização do aluno na realização das atividades. Isso reforçou um dos fundamentos do MTCS, qual seja: *tudo conhecimento depende de um sujeito e de uma enunciação*.

Uma preocupação correlata diz respeito ao cuidado em não deixar que o foco epistemológico possa provocar um desligamento da atenção a outros fatores psicológicos (como o afetivo), também importantes ao processo de ensino e aprendizagem.

É necessário atentar que a produção de significados é bastante dinâmica e, por isso, nem sempre é simples observar as mudanças e

relações entre CS. Cuidar do diálogo com o aluno, ouvindo-o, buscando ser um interlocutor ou ter no aluno um interlocutor, é um direcionamento condizente para olhar as possíveis diversidades.

Neste, afinal, percurso analisado e relatado sobre a utilização do MTCS, certamente deixo em aberto a abordagem de vários aspectos e aprofundamentos, aos quais não observei ou investiguei durante o doutorado, principalmente diante das abrangentes fundamentações desse modelo e da fertilidade de sua articulação com outras ideias e pesquisas.

REFERÊNCIAS

- ALCOBA, M. L. **La ley de continuidad en G. W. Leibniz**. Salamanca: Universidad de Sevilla, 1996.
- AMIT, M.; VINNER, S. *Some misconceptions in Calculus – anecdotes or the tip of iceberg?* **Proceedings Fourteenth PME Conference** – México, v.I, p.3-10, 1990.
- ASPINWALL, L. et al. *Uncontrollable mental imagery: graphical connections between a function and its derivative*. **Educational Studies in Mathematics**, v. 33, p. 301-317, 1997.
- AYER, A.J. **The problem of knowledge**. UK: Penguin Books, 1986. BACHELARD, G. **Epistemologia**. 2 ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.
- _____. **A Epistemologia**. Rio de Janeiro: Edições 70, 1971.
- BAKHTIN, M. **Marxismo e Filosofia da Linguagem**. 6.ed. Traduzido por Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. São Paulo: Hucitec, 1995.
- BALDINO, R. R.; CIANI, A. B.; LEAL, A. C. *Can average student learn analysis?* In: **Proceedings of the Conference of PME (21 st, Lahti, Finland, july, 1997)**, v. 2, 1997.
- BARON, M.E. **History of mathematics : origins and development of the calculus**. Traduzido por José Raimundo B. Coelho, Rudolf Maier e M^a José M. M. Mendes. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

- BLOCH, M. **Apologia da História ou o ofício do historiador**. Tradução de André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.
- BOTTAZINI, U. **The Higher Calculus: A History of Real and Complex Analysis from Euler to Weierstrass**. Traduzido por Warren V. Egmond. New York: Springer-Verlag, 1986.
- BOYER, C.B. **The History of the Calculus and its Conceptual Development**. New York: Dover Publications, 1959.
- BRUNER, J. **Actual minds, possible worlds**. Cambridge: Harvard University Press, 1986.
- _____. **Atos de Significação**. Traduzido por Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- BURKE, P. **A escrita da história: novas perspectivas**. Tradução de Magna Lopes. São Paulo: Editora da UNESP, 1992.
- _____. **O que é História Cultural?** Tradução de Sérgio Goes de Paula. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2005.
- CABRAL, T.C.B. **Vicissitudes da aprendizagem em um curso de Cálculo**.
Dissertação de Mestrado. São Paulo: UNESP-Rio Claro, 1992.
- CASSOL, A.. **Produção de significados para a derivada**. Dissertação de Mestrado apresentada na Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Rio Claro, 1997.
- CAUCHY, A. L. **Résumé des leçons sur le Calcul Infinitésimal** Summary of Lectures given at the École Polytechnique about infinitesimal Calculus . Paris: Ellipses, 1823.
- CLEAVE, J. P. Cauchy, convergence and continuity. **Brit. Sci.**, n. 22, p.27-37, 1971.
- CORNU, B. **Apprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles**. Tese de Doutorado apresentada em L'Université Scientifique et Médicale de Grenoble, 1983.
- CHISHOLM, R.M. **Theory of Knowledge**. 3 ed. New Jersey: Prentice-Hall International, 1989.
- DIJKSTERHUIS, E. J. **Archimedes**. Traduzido por C. Diksboorn. New Jersey: Princeton university Press, 1987.

FAUVEL, J. , GRAY, J. **The History of Mathematics: A Reader**. New York: The Open University, 1987.

GOLDMAN, A. I. **Epistemology and cognition**. England: Harvard University Press, 1986.

GRAY, E. M. , TALL, D. O.. *Duality, Ambiguity and Flexibility: A 'Proceptual' View of Simple Arithmetic*. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 25, nº 2, p. 116-140, 1994.

HARNIK, V.. *Infinitesimals from Leibniz to Robinson: Time to Bring Them Back to School*. **The Mathematical Intelligencer**. v.8, nº2, p.41-47. New York: Springer- Verlag, 1986.

HESSEN, J. **Teoria do Conhecimento**. 8ªed. Traduzido por António Correia. Portugal: Coimbra. Traduzido de *Erkenntnistheorie*, 1987.

KLINE, M. **Mathematical Thought: from ancient to modern times**. New York: Oxford University Press, 1990. v.1,2,3.

LEIBNIZ, G. W. **Oeuvre concernant le Calcul Infinitésimal**. 6 ed. Traduzido por Jean Peyroux. Paris: Librairie A. Blanchard, 1983.

_____. **La naissance du calcul différentiel**. Traduzido por Marc Parmentier. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin, 1989.

LINS, R.C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. PhD Thesis. Inglaterra: University of Nottingham, 1992.

_____. *Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa*. **Revista da SBEM-SP**, nº 1. São Paulo, 1993.

_____. *O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico*. **Revista Dynamis**, v.1, nº 7. Blumenau: FURB, 1994.

_____. *Struggling for survival: the production of meaning*. **Anais do BSRLM Meeting Sheffield**, 1996.

_____. **The production of Meaning for Algebra: a perspective based on a Theoretical Model of Semantic Fields**. (mimeo). São Paulo, 1997.

LINS, R.C. , GIMENEZ, J.. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**.

São Paulo: Papirus, 1997.

NEWTON, I. **Principia**. Traduzido por Andrew Motte, 1729. 2 ed. Revisada por Florian Cajori. Berkeley: University of California Press, 1962. 2v.

PÉTER, R. **Jeux avec l'infini: voyage à travers les mathématiques**. Paris:Éditions du Seuil, 1977.

PIAGET, J..**Lógica e Conhecimento Científico**, v.1 e v.2. Porto: Livraria Civilização, 1980.

____ **Epistemologia genética**. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

REZENDE, W.M. **Uma Análise Histórica-Epistêmica da Operação de Limite**. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: USU, 1994.

SAD, L. A.**Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos**. 1999. 371 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1999.

____ *Problemas epistemológicos no período de emergência do Cálculo Infinitesimal*. **Revista Brasileira de História da Matemática**. v. 2, n. 3. Rio Claro: SBHMat, 2002, p. 65-91.

____ *Relações epistemológicas de elementos históricos do Cálculo a partir da obra Principios Mathematicos de José Anastácio da Cunha*. **Revista Brasileira de História da Matemática**. Especial n. 1 – Festschrift Ubiratan D'Ambrosio. Rio Claro: SBHMat, 2007, p. 493-504.

SIERPINSKA, A. *Humanities students and Epistemological Obstacles related to Limits*. **Educational Studies in Mathematics**, v. 18, p. 371-397, 1987.

____ *Some remarks on understanding in mathematics, for the learning of mathematics*.

Recherches en Didactique des Mathématiques, v.10, n° 3, p.24-36, 1990. STROYAN , LUXEMBURG. **Introduction to the theory of infinitesimals**. New York: Academic Press, 1976.

TALL, D. **Advanced Mathematical Thinking**. London: kluwer Academic Publishers,1991.

____ *Looking at graphs through infinitesimal microscopes, windows and telescopes*.

Mathematial Gazette, v. 64, p. 22-49, 1980a.

___ *The notin of infinite masuring numbers and its relevance in the intuition of infinity.* **Educational Studies in Mathematics**, v.11, p.271-174, 1980b

___ **Mathematical intuition, with special reference to limiting process.** Paper apresentado na conferência do IGPME. Berkeley, 1980c

___ **Intuitive infinitesimal in the calculus.** Mathematics Education Research Centre, University of Warwick. UK, 1981.

TALL , VINNER.. *Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity.* **Educational Studies in Mathematics**,v. 12, p.151-169, 1981.

URBANEJA, P.M.G. **Las raíces del cálculo infinitesimal en el siglo XVII.** Madrid: Alianza Editorial, 1992.

VYGOTSKI, L.S. **A Formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1984.

___ **Obras escogidas.** Madrid: Visor Distribuiciones, 1991. 3 volumes.

___ **Pensamento e Linguagem.** Traduzido por J.L.Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

WHITE, P.; MITCHELMORE, M. *Conceitua knowledge in introductory Calculus.*

Journal of Mathematical Education, v. 27, n. 1, p. 79-85, 1996.

WILLIAMS, S.R.. *Models of limit held by college Calculus students.* **Journal for Research in Mathematical Education**, 22, 219-236, 1991.

3

MOVIMENTOS DA ÁLGEBRA LINEAR EM PESQUISAS USANDO O MCS

Rejane Siqueira Julio ¹

Viviane Cristina Almada de Oliveira ²

PRÉ-CENA 1: ESTE CAPÍTULO E UM PROJETO

O presente capítulo tem como objetivo apresentar cenas do movimento de algumas pesquisas que tiveram como referencial teórico o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e que, de alguma maneira, tocaram em ideias da Álgebra Linear. Esse movimento relaciona-se diretamente a trabalhos e discussões nos quais esteve envolvido o grupo de pesquisa Sigma-t, liderado por Romulo Campos Lins, no período de 2000 a 2007.

Em particular, descrevemos aqui os modos como a Álgebra Linear foi utilizada em pesquisas fundamentadas no MCS (JULIO, 2007; OLIVEIRA, 2002; SILVA, 1997; SILVA, 2003) e desenvolvidas por membros do Sigma-t. Inicialmente, antes mesmo de haver essa denominação Sigma-t, Romulo Lins e seus orientandos estavam envolvidos com um Projeto de Pesquisa e Estudo em Educação Matemática, denominado *Um quadro de referência para as disciplinas de*

¹ UNIFAL-MG

² UFSJ

*Matemática no curso de Licenciatura em Matemática*³. Nesse projeto, propunha-se investigar

[...] a natureza geral das disciplinas de Matemática para a Licenciatura em Matemática. Isto envolve a definição de uma perspectiva para estas disciplinas; em nosso caso esta perspectiva será a de que essas são disciplinas de serviço, voltadas para a formação do professor de Matemática, assim como existem disciplinas dirigidas, por exemplo, para as Engenharias ou para a Biologia e Linguística. Envolve, portanto, uma investigação sobre o papel da escolha de conteúdos matemáticos apresentados nas disciplinas e uma investigação sobre a forma como estes conteúdos participam dos processos de sala de aula de Licenciatura, de modo que ao invés de disciplinas de Matemática de forma geral, elas se transformem em disciplinas de Educação Matemática e possam contribuir mais efetivamente na formação do futuro professor de Matemática.

Enquanto projeto de desenvolvimento, pretendemos produzir tanto uma contribuição para a elaboração de diretrizes para a Licenciatura em Matemática, quanto material que possa servir na formação e na atuação profissional de docentes das disciplinas de Matemática da Licenciatura em Matemática (LINS, 2002b, p. 3)

Nesse sentido, pretendia-se desenvolver, no interior da prática da Educação Matemática, uma reflexão teórica sobre o que Lins chamou de “ideias fundamentais da Matemática” e identificar formas próprias e adequadas de se estruturar um curso voltado para a formação profissional do professor de Matemática. Para tanto, tal projeto buscava ainda

[...] identificar os significados produzidos para determinados objetos matemáticos, [...], e a partir desta análise compreender de que forma é

³ Nos anos de 2000 e 2001, fizeram parte do grupo os professores Amarildo Melchiades da Silva, Anízio Perissinoto Jr., Patrícia Rosana Linardi, Regina E. Bathelt, Romulo Campos Lins, Teresita Noriega e Viviane Cristina Almada de Oliveira.

possível estruturar uma disciplina matemática da Licenciatura em Matemática para que ela ajude a desenvolver uma maior “lucidez matemática” do futuro professor; do ponto de vista de sua futura atuação profissional, essa “lucidez matemática” é essencial para que o professor tome decisões quanto a conteúdos mas também quanto a seu tratamento: ao invés de pensar nos conteúdos como coisas a serem ensinadas e aprendidas, pensar neles como meios para um processo educacional que é bastante mais amplo; [...] (LINS, 2002b, p. 4)

Até aquele momento, Amarildo Melquiades da Silva já havia finalizado sua dissertação de mestrado (SILVA, 1997) cujo título é *Uma análise da produção de significados para a noção de base em Álgebra Linear*, e fazia parte do grupo de pesquisa estudando em seu doutorado (SILVA, 2003) a dinâmica do processo de produção de significados – tema que integrava uma das frentes de trabalho do projeto *Um quadro de referência para as disciplinas de Matemática no curso de Licenciatura em Matemática*. Outra frente do projeto dizia respeito à produção de conhecimento sobre a produção de significados para objetos e idéias da Álgebra Linear; nessa direção, Oliveira (2002) desenvolvia seu trabalho, intitulado *Sobre a produção de significados para transformação linear em álgebra linear*.

PRIMEIRA CENA: OLHANDO PARA A ÁLGEBRA LINEAR

O objetivo da dissertação de Silva (1997) foi realizar uma investigação sobre a produção de significados para a noção de base. Para o desenvolvimento desse estudo, esse autor considerou produções de alguns matemáticos dos séculos XVIII e XIX, livros-didáticos de Álgebra Linear e um estudo de caso com dois estudantes de graduação que cursaram uma disciplina de Álgebra Linear.

A leitura que Silva (1997) fez dos trabalhos de F. G. Frobenius (1849 – 1917), Leonhard Euler (1707 – 1783), W. R. Hamilton (1805 – 1865), H. G. Grassmann (1809 – 1877) e de Giuseppe Peano (1852 – 1932), mostra-nos que os significados produzidos por cada um desses matemáticos, nos campos semânticos em que eles operavam, de algum modo, contribuíram para a constituição da noção atual de base (p. 57). E, nessa indicação, o que consideramos como relevante é o fato de que, mesmo sendo distintos os domínios em que esses matemáticos operavam, é possível que sejam produzidos significados para a idéia de base em relação a cada um deles.

Na continuidade do seu estudo, Silva (1997) toma seis livros de Álgebra Linear para leitura; tal procedimento justifica-se, principalmente, por, na perspectiva do MCS, acreditarmos que “[...] quando se encontram com *textos* do matemático – livros-didáticos, por exemplo – as pessoas *de fato* produzem *significados* que não são os do matemático, mas que as tornam capazes de falar a partir daquele *texto* [...]” (LINS, 1994, p. 37, grifos do autor). A partir desses livros, Silva (1997) apresenta frases, as quais indicariam o que ele chama de “possíveis significados matemáticos para a noção de base” (SILVA, 1997, p.74). Cria então uma situação ficcional, em que sujeitos estariam envolvidos na atividade de produzir significados para o texto: “Sejam o espaço vetorial R^3 e $A = \{u = (1, 0, 0), v = (0, 1, -1), w = (0, 0, 2)\}$. A é uma base de R^3 ?”. Alguns possíveis significados matemáticos produzidos para esse texto seriam:

- Campo Semântico Usual: O conjunto A é linearmente independente pois nenhum dos vetores de A podem ser escritos como combinação linear dos outros vetores do conjunto. Além disso, o conjunto A é gerador do espaço vetorial R^3 . Portanto A é uma base ordenada do R^3 .

- Campo Semântico Dimensional-Independente: O $\mathbb{R}^3$ é um espaço vetorial e $\dim \mathbb{R}^3 = 3$. Como os vetores do conjunto A estão na forma escalonada, o conjunto A é linearmente independente. Portanto, A é uma base de $\mathbb{R}^3$.

- Campo Semântico Dimensional-Gerador: Todo vetor do $\mathbb{R}^3$ pode ser escrito como combinação linear dos vetores u, v e w, isto é, A gera o $\mathbb{R}^3$. Assim, como a dimensão de $\mathbb{R}^3$ é 3 então A é base de $\mathbb{R}^3$.

- Campo Semântico Linear-Geométrico: O $\mathbb{R}^3$ é o espaço tridimensional, os vetores de A não são coplanares, eles tem direções diferentes. Eu tenho, então, três direções diferentes. Assim, A representa um sistema de coordenadas oblíquas de $\mathbb{R}^3$ determinado pelos vetores u, v e w.

- Campo Semântico Linearmente Independente Maximal: O conjunto A é linearmente independente pois a única solução da equação vetorial homogênea $au + bv + cw = 0$ é a lista $(0, 0, 0)$. Note que qualquer outro vetor que for incluído no conjunto A deixará o conjunto A linearmente dependente. Logo, A é uma base de $\mathbb{R}^3$.

- Campo Semântico do Conjunto Gerador Minimal: O conjunto A gera o $\mathbb{R}^3$ e o vetor u não é combinação linear de v e w, nem o vetor v é combinação de u e w e nem tão pouco w é combinação linear de u e v. Assim, A é um conjunto gerador sem vetores supérfluos; portanto A é base de $\mathbb{R}^3$.

Sob a ótica do MCS, o fato de os significados colocados nessa situação fictícia se referirem à noção de base de um espaço vetorial de dimensão finita, não implica que eles sejam os mesmos. Vale enfatizar que as justificações apresentadas nas respostas anteriores são distintas e, portanto, caracterizam significados distintos – consequentemente, campos semânticos distintos. Ao apresentar tais campos semânticos – cada um deles constituído a partir de significados matemáticos para a

noção de base – Silva (1997) assinala a possibilidade de serem eles campos semânticos preferenciais de um professor, “evidenciando, assim, que significados ele (professor) espera que seus alunos venham a produzir para a noção de base” (SILVA, 1997, p. 75).

O estudo de caso desenvolvido por Silva (1997) traz outros elementos que tornam esse cenário ainda mais interessante. Com a análise das quatro tarefas propostas aos graduandos (de pseudônimos Elisângela e Marcelo), esse autor avalia que os significados produzidos pelos alunos são diferentes dos significados matemáticos apresentados nas justificações da situação fictícia indicada anteriormente. Nas falas de Marcelo, por exemplo, a noção de geração (de um espaço vetorial) aparece muitas vezes como uma consequência da independência linear, o que não o impediu de operar nas tarefas apresentadas por Silva. Ao final do capítulo no qual discorre sobre o estudo de caso, esse autor afirma que

Ao que parece, no estudo de caso em questão, é que nossos informantes não internalizaram os possíveis campos semânticos preferenciais colocados à disposição durante o curso e os significados produzidos por eles são em relação aos núcleos que eles próprios constituíram. Assim, eles nos revelaram que **a questão não passa, muitas vezes, por não saber mas sim por não falar como o professor**. (SILVA, 1997, p. 113, grifo nosso)

Com esses três informantes distintos (matemáticos, livros-didáticos e alunos de graduação), Silva identificou diferentes modos de produção de significados para a noção de base e, em vista dessa variedade, ele alerta para uma possível valorização de alguns deles e exclusão dos demais, e um consequente afastamento do aluno que não tem o seu modo de produção de significados explicitado em sala de aula.

O trabalho de Oliveira (2002), assim como o de Silva (1997), apresenta um estudo sobre significados que podem ser produzidos para uma noção da Álgebra Linear, no caso, a de transformação linear. Em ambos, têm lugar questões concernentes ao ensino-aprendizagem da Álgebra Linear. No entanto, em Oliveira (2002) aparece mais explicitamente uma preocupação com a formação de professores de Matemática, já que tanto a leitura de possíveis significados para transformação linear quanto a análise de processos de produção de significados para a mesma noção visavam a contribuir para a implementação de um curso de Álgebra Linear adequado à licenciatura em Matemática. Muito provavelmente essa pretensão refletisse as demandas que tocavam o Sigma-t naquele período, com o desenvolvimento do projeto *Um quadro de referência para as disciplinas de Matemática no curso de Licenciatura em Matemática*.

Considerando texto, no processo de produção de significados, como sendo um resíduo de enunciação para o qual o leitor produz significados, Oliveira (2002) iniciou seu trabalho apresentando os significados por ela produzidos para textos chamados históricos e didáticos. Apesar dessas denominações – históricos e didáticos – na análise realizada pela autora, tais materiais foram tratados indistintamente.

Nas publicações históricas, Oliveira (2002) constatou que a noção de transformação linear não era apresentada especificamente. Aliado a isso, o fato de ser a Álgebra Linear uma área da Matemática relativamente recente, fez com que se abandonasse a busca por considerações sobre a noção de transformação linear e se investisse na procura de indícios que remetessem a essa noção em seções dessas obras que tivessem sido dedicados ao desenvolvimento da Matemática

no século XIX. Nessa procura, recorrentemente encontravam-se referências a trabalhos de matemáticos nas quais a palavra *transformação* aparecia. Na tentativa de precisar melhor os contextos em que se utilizava a palavra *transformação*, a autora regressou a trabalhos matemáticos dos séculos XVIII, XVII e XVI, o que lhe permitiu, mais do que mostrar diferentes produções matemáticas a partir das quais, na leitura dela, se pudesse falar de transformações lineares, enxergar um processo no qual se deram mudanças a respeito de tal noção. Esse processo, que desembocou no final do século XIX e início do século XX com a definição de transformação linear como sendo uma função especial entre espaços vetoriais, Oliveira (2002) notou três momentos distintos.

No primeiro momento, abordam-se trabalhos em que matemáticos usavam determinadas substituições lineares para transformar uma expressão algébrica em outra, cuja forma fosse mais “tratável”. Têm destaque aqui uma obra de François Viète (1540 – 1603)⁴, que mostrava como transformar, pelo uso de substituições lineares⁵, cada um dos casos de equações cúbicas em uma nova forma que não contivesse o termo de grau dois ($x^3+mx=n$, $x^3-mx=n$ ou $mx-x^3=n$, onde $m,n>0$). Para cada uma dessas formas⁶, Viète demonstrou métodos de solução.

Outro estudo localizado nesse primeiro momento é o realizado por Pierre Fermat (1601 – 1665)⁷, cujo objetivo era “demonstrar a identidade

⁴ Obra composta pelos artigos *De aequationem recognitione* e *De equationem emendatione*, publicados postumamente em 1615.

⁵ Rigorosamente, tais substituições não eram lineares, mas afins. Entretanto, a autora justifica a utilização da palavra linear pelo fato de, na época de Viète, não haver esse tipo de distinção.

⁶ Vale observar que nem toda equação cúbica era resolvida por Viète a partir desse procedimento, já que ele não trabalhava com números negativos.

⁷ *Ad locos planos et solidos isagoge* (1679), obra foi publicada postumamente; acredita-se que ela tenha sido escrita por volta de 1629.

de um lugar geométrico definido por uma equação algébrica com curvas já conhecidas” (WUSSING apud OLIVEIRA, p. 36). Assim, através de transformações de coordenadas, Fermat mostrou que equações quadráticas (com duas variáveis) podem ser reduzidas a uma das seguintes curvas: linha reta, hipérbole equilátera, linhas retas, parábola, circunferência, elipse e hipérbole.

Tanto a substituição linear com Viète quanto a transformação de coordenadas com Fermat caracterizam transformações de certas expressões algébricas em outras cuja forma é canônica.

Como representante do segundo momento desse processo, Oliveira (2002) aborda um trabalho⁸ de A. F. Möbius (1790 – 1868), no qual são apresentadas as chamadas coordenadas homogêneas e o cálculo baricêntrico. Nesse sistema de coordenadas, o referencial não são eixos (como no sistema de coordenadas cartesianas), e sim pontos, chamados de pontos fundamentais. Utilizando então combinações lineares desses pontos fundamentais, Möbius representava curvas planas e estudava as transformações das figuras quando mantinha as coordenadas baricêntricas (os coeficientes dos pontos fundamentais na combinação linear) e mudava a base (os pontos fundamentais).

O terceiro momento desse processo foi inspirado na obra *Calcolo Geometrico* de Giuseppe Peano (1858 – 1932), o qual, nas palavras desse matemático, consiste num “sistema de operações a se cumprirem sobre entes geométricos, análogo ao que a álgebra faz sobre números” (PEANO apud OLIVEIRA, 2002, p. 40). Oliveira (2002) foca sua exposição ao último capítulo dessa publicação de Peano, o qual trata, em particular, das transformações do que ele chama de sistemas lineares. A definição de

⁸ *Der barycentrische Calcul in neues Huelfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie dargestellt und insbesondere auf die Entwicklung mehrerer Eigenschaften der Kegelschnitte angewendet.*

Peano para um sistema linear é bastante próxima da que conhecemos para um espaço vetorial, assim como sua definição para uma transformação linear é bastante similar à de transformação linear como a concebemos hoje.

Neste ponto do trabalho de Oliveira fica evidente que, no lugar da obra de Peano, poderia ser apresentado, por exemplo, o livro *Álgebra Linear*, de Seymour Lipschutz – já que, a menos das nomenclaturas sistemas lineares e espaços vetoriais, as definições para transformação linear são bastante próximas. Assim, nesse terceiro momento do processo de mudança da noção de transformação linear, estariam também localizados livros de Álgebra Linear.

Sob a perspectiva do MCS, esses livros são resíduos de enunciação que se tornam texto para quem para eles produz significados (LINS, 1999). Desse modo, mesmo tendo sido pontuados nesse terceiro momento, a partir dos livros de Álgebra Linear, quando postos como demanda para produção de significados, diferentes significados podem ser produzidos para a idéia de transformação linear. Por exemplo, uma transformação linear pode ser um sistema de equações lineares; uma transformação linear pode ser um homomorfismo entre espaços vetoriais; uma transformação linear pode ser uma matriz...

Ainda de acordo com o MCS, significados são produzidos na fala:

[...] *significado* é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se *poderia* dizer, e, sim, o que *efetivamente* se diz no interior de uma atividade. Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 145-146).

Por isso, a diferença entre significados para a noção de transformação linear não estaria nas definições contidas nos livros. Ela

pode aparecer quando sujeitos, produzindo significados para transformações lineares, constituem objetos distintos – o que envolveria núcleos distintos e estabeleceria campos semânticos distintos.

Na sequência, Oliveira (2002) apresenta o estudo de caso realizado com duas alunas⁹ do curso de Matemática da Unesp de Rio Claro, através de cinco tarefas propostas às alunas.

Nas quatro primeiras tarefas, observou-se que havia duas noções sobre as quais as alunas (de pseudônimos Kika e Vivian) falaram e que interferiram na produção de significados para transformação linear; essas noções eram a de vetor, como segmento orientado de reta, e a de espaço vetorial, como lugar. Oliveira (2002) chamou essas idéias de naturalizadas¹⁰. Assim, quando falavam sobre transformações lineares, as alunas as tomavam como ferramentas que modificam características dos vetores (comprimento, sentido, direção, por exemplo); além disso, os vetores continuavam sendo “do mesmo tipo”.

Com os dados analisados dessas tarefas, a autora suspeitava de que os significados produzidos para transformações lineares dependiam de algum tipo de visualização e, portanto, envolviam as idéias naturalizadas de vetor e de espaço vetorial. Entretanto, as quatro

⁹ Na ocasião das entrevistas, as alunas, que estavam no final do primeiro ano do curso, faziam a disciplina Introdução à Álgebra Linear (1-Vetores na reta (1-espaço); 2- Noções de Álgebra Linear no plano (2-espaço); 3- Noções de Álgebra Linear no espaço (3-espaço); 4- Noções de Álgebra Linear no n-espaço, $n \geq 4$; 5- Espaço vetorial (bases, dimensões); e, 6- Espaços vetoriais (com produto interno)) e ainda não haviam optado pelo bacharelado ou pela licenciatura.

¹⁰ Em Lins (2002) temos, a partir da noção de estipulação de Nelson Goodman, uma caracterização para objetos naturais e objetos naturalizados: “Podemos dizer que objetos naturais são aqueles que sempre foram estipulações (e, portanto fazem parte da cultura ampla em que está inserida a pessoa) – por exemplo, “o espaço físico tem três dimensões” -, enquanto que os objetos naturalizados são aqueles que uma vez não foram, mas se tornaram, estipulações (para a pessoa, no interior de uma prática social específica, talvez seu curso de graduação ou outra parte de sua escolarização) – por exemplo que o $\mathbb{R}^3$ é o espaço físico. Objetos naturais e naturalizados resistem enormemente a mudanças [...]” (p. 74)

tarefas realizadas pelas alunas não permitiam que isso fosse afirmado – principalmente porque nas tarefas iniciais as únicas transformações lineares abordadas eram operadores lineares no $\mathbb{R}^2$.

Assim, para tentar acrescentar mais e novos elementos a essa análise, elaborou-se junto ao grupo de pesquisa, citado no início deste capítulo, uma quinta tarefa¹¹:

Como você descreveria a aplicação:

$$1^a) f: \{ax + b; a, b \in \mathbb{R}\} \rightarrow \left\{ \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & -a \end{vmatrix}; a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

$$2^a) f: Z_5^2 \rightarrow Z_5^2$$

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

A escolha de cada uma dessas funções se deu por um motivo particular. A primeira, por ser uma transformação linear entre espaços vetoriais diferentes (não é um operador linear). A segunda que, mesmo sendo um operador linear, estava definida entre espaços vetoriais cujos vetores, usualmente, não têm representação geométrica – além do fato de ter um número finito de vetores.

Para a primeira função, tanto Kika quanto Vivian apresentaram dificuldades em produzir significados para a imagem da aplicação por não conseguirem enxergar matrizes como vetores (segmentos de reta orientados): “A imagem... eu não sei, é difícil dizer a imagem, né. (...) matrizes, né, fica difícil” (Kika) e “eu não tô conseguindo, eu não tô

¹¹ Como as questões envolvidas na análise das tarefas eram de interesse para o grupo de pesquisa, além da tarefa 5 ser elaborada pelo grupo, houve intervenção do Prof. Romulo Lins na entrevista com as alunas.

vendo qual que é aquele conjunto lá” (OLIVEIRA, 2002, p. 87). Nessa mesma direção, Kika também diz que:

É difícil falar né, porque é uma função bem estranha! [...] Ah, porque é leva reta em matriz então assim, não é uma coisa que você pode descrever muito claramente. Porque matrizes, não deixa de ser uma coisa meio vaga, né. Não tem como você descrever o formato de um espaço de matrizes, matriz assim ela serve muito pra auxiliar em contas, em problemas, mas ela em si assim eu não consigo é, deve ser assim alguma coisa comigo, né, eu não consigo imaginar assim o espaço de matrizes, como seria a imagem dessa função, por exemplo, eu não consigo descrever. Então, eu achei meio estranha. Eu não consigo imaginar, quando eu penso em função eu sempre imagino, né: domínio os reais leva lá. Então, pode levar no espaço dos reais, pode levar num círculo. Eu imagino assim como seria o conjunto imagem, certo, como eu estaria descrevendo ele, e nesse caso eu sinceramente eu não sei descrever a imagem dele não. (OLIVEIRA, 2002, p. 88)

Nas falas de Kika e Vivian sobre a primeira função, os significados produzidos continuaram dependendo de visualização, de uma representação geométrica, dos vetores – confirmando a suspeita da autora nas quatro primeiras tarefas. Além do quê, o fato de um polinômio de grau um ser transformado em uma matriz, pode ter sido algo que causou estranheza a Kika e Vivian.

É interessante observar que, no início da tarefa 5, os entrevistadores conversaram com as alunas sobre os elementos de e as operações nele definidas. E, apesar disso, ao falar sobre a segunda função, os significados produzidos por Vivian continuaram envolvendo representações geométricas; isso se deu de tal maneira que Vivian ignorou que o operador linear dado era definido em e, tomando-o como sendo definido no $\mathbb{R}^2$, foi à lousa para expressar-se sobre aquela função, dizendo:

Assim, ó, eu tô imaginando que ela faz assim ó [desenha um sistema cartesiano de eixos ortogonais na lousa]. (...) Por exemplo, imaginando que é uma coisa assim, ó: [desenha o vetor (1, 1) e a imagem segundo a lei de formação da f] vai ficar assim. Então ela vai fazer aqui, com esse, com essas coisas que tão nessa reta, nessa reta, ela vai fazer a reflexão em torno desse eixo [y]. Só que o que não tiver, não vai fazer. Porque ó, por exemplo, vamos pegar esses aqui 2 e 1. Então ele vai levar no -2, 1. Vai levar aqui ó [desenhando o par ordenado (-2,1)]. Vai levar aqui ó. Então não vai ser assim uma reflexão. Mas tudo que tiver desse lado aqui, vai pra esse lado aqui. (OLIVEIRA, 2002, p. 97)

Quando Vivian, a partir de uma intervenção dos entrevistadores, observou que em sua exposição tomava os vetores do R^2 , e Z_5^2 , e não vetores de , apagou o que tinha escrito na lousa. E, mesmo mediante a insistência dos entrevistadores para que continuasse argumentando, ela disse: “Ah, eu não sei. O que que eu vou fazer, representar isso daí aonde? (...) Ah, mas eu não sei pensar daquele jeito com esse conjunto”. (OLIVEIRA, 2002, p. 98).

Percebe-se, pela inserção da quinta tarefa, que, para Kika e Vivian, os significados produzidos para transformações lineares, de fato, dependiam de algum tipo de visualização, de uma representação geométrica – o que confirmou a suspeita da autora nas quatro primeiras tarefas.

Essa constatação veio a destacar algo que, no processo de análise das entrevistas, foi bastante recorrente: as idéias naturalizadas de vetor e espaço vetorial terem permanecido intocadas até aquele momento¹² da vida acadêmica das alunas. Ao que parece, essas alunas passaram por pelo menos duas disciplinas nas quais se tratavam das idéias de espaços

¹² Kika e Vivian, na ocasião da tarefa 5, tinham cursado e sido aprovadas nas disciplinas Introdução à Álgebra Linear e Álgebra Linear e estavam cursando a disciplina Estruturas Algébricas.

vetoriais (como estruturas) e de vetores (como elementos dessa estrutura) e, ainda assim, ao produzirem significados para transformações lineares prevaleceram as idéias naturalizadas. Isso levou Oliveira a afirmar que:

A experiência matemática que um aluno poderia adquirir nessa disciplina [Álgebra Linear] seria exatamente de tratar das diferenças entre os significados produzidos para vetor e espaço (vetorial), por exemplo, na Geometria Analítica e na Álgebra Linear; cada um é adequado a determinadas situações ou problemas. Nesse sentido é que acreditamos que as disciplinas matemáticas dos cursos de Matemática (em particular da Licenciatura) necessitam ser repensadas. (OLIVEIRA, 2002, p. 102, comentário nosso)

De certa maneira, esses apontamentos e reflexões relacionam-se às discussões apresentadas por Silva (2003) em sua tese, como veremos na sequência.

SEGUNDA CENA: A ÁLGEBRA LINEAR COMO PRETEXTO

A pesquisa de Silva (2003), cujo título é *Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática*¹³, está inserida no projeto *Um quadro de referência para as disciplinas de Matemática no curso de Licenciatura em Matemática* e apresenta como um dos objetivos “avançar as investigações sobre produção de significados para a Matemática, desenvolvidas a partir do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS)” (SILVA, 2003, p. 06).

¹³ Neste livro, há um capítulo que trata especificamente da tese de Silva. Por isso não entraremos em detalhes sobre seu trabalho; trataremos de algumas questões que interessam ao propósito deste capítulo.

Diferentemente do que fez em sua dissertação (SILVA, 1997), Silva (2003) desloca o foco da produção de significados para um dado objeto (antes base de um espaço vetorial de dimensão finita) para o processo de produção de significados. Com isso ele objetivou identificar e caracterizar aspectos da dinâmica do processo de produção de significados (independentemente dos objetos constituídos nesse processo) e, como consequência, “avançar na compreensão desse processo por meio da busca de um maior entendimento da maneira de operar dos alunos, procurando, no futuro, caminhos que apontem para os seguintes interesses: a busca de possibilidades concretas de interação e intervenção na produção de significados dos alunos em sala de aula.” (SILVA, 2003, p. 04)

Para isso, Silva (2003) resolveu investigar uma sala de aula de um Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática onde estava sendo ministrada a disciplina Álgebra Linear para uma turma de dezoito alunos¹⁴.

Durante dois meses, aproximadamente, os alunos produziram significados através do encaminhamento de resoluções para o problema:

Problema para investigar:

$\mathbb{R}^2$ é o conjunto dos pares ordenados de números reais:

$$\mathbb{R}^2 = \{(x,y) \text{ tal que } x,y \in \mathbb{R}\}$$

Investigue se é possível existir um espaço vetorial real (isto é, $\mathbb{R}$ é o corpo dos escalares) onde $\mathbb{R}^2$ é o conjunto de vetores desse espaço e que tenha dimensão 3. (SILVA, 2003, p. 41)

¹⁴ Os pseudônimos dos alunos foram: Ades, Ane, Azul, Betty, Diva, Duda, Judy, Lufran, Maria Helena, Maria Luiza, Mega, Mel, Mila, Morgana, Muiara, Pinho, Role e Teká.

Esse problema a ser investigado é o que Silva (2003) chama de uma tarefa familiar e não-usual; familiar porque permite que as pessoas falem a partir do problema e não-usual porque o problema a ser investigado exige um certo esforço cognitivo para resolvê-lo, permitindo observar até onde alguém pode falar sobre, pois olhando do ponto de vista da disciplina de Álgebra Linear – entendida como o estudo dos espaços vetoriais e das transformações lineares entre eles –, seria necessário passar por todas suas noções centrais (como espaço vetorial, base, dimensão, dentre outras) para, então, resolvê-lo.

[...] Assim, como no problema proposto acima são dados o conjunto $\mathbb{R}^2$ e o corpo dos escalares, $\mathbb{R}$, a questão recai sobre as operações. Se as operações forem as usuais, tem-se que a dimensão do espaço vetorial procurado é 2. Sendo assim, a questão passa a ser: existem operações não-usuais que satisfaçam as condições do problema? A resposta a esta pergunta é sim. Porém, ao chegar a tal conclusão, fica a questão de como determinar tais operações de modo que o espaço vetorial em questão tenha dimensão três. O que esse problema sugere é o fato de que dependendo da operação que se escolhe, a dimensão pode ser diferente. (SILVA, 2003, p. 42)

Para a leitura¹⁵ dos processos, Silva (2003) utilizou o MCS. Sob a perspectiva desse modelo, quando uma pessoa se propõe a produzir significados para o resíduo de uma enunciação, o desencadeamento desse processo envolve:

¹⁵ Silva (2003) apresentou duas análises em sua tese: uma análise global, focando o que aconteceu com os sujeitos nas discussões em sala de aula, e uma análise local, na qual focou as produções de significados de três alunos específicos. No presente capítulo, trataremos mais detidamente da análise global. O capítulo intitulado “O processo de impermeabilização”, trata da análise local feita por Silva (2003).

- i) A constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;
- ii) A formação de um núcleo: as estipulações locais, as operações e sua lógica;
- iii) A produção de conhecimento;
- iv) Os interlocutores;
- v) As legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade. (SILVA, 2003, p. 66)

Essa lista de elementos não é prescritiva, indicando uma sequência ou uma lista de procedimentos que devam ser adotados; ela nos informa um conjunto de elementos que serão considerados no momento da análise, da leitura do processo de produção de significados.

As primeiras considerações a respeito do encaminhamento para a resolução do problema pelos alunos se deram com afirmações de que não era possível a resolução do problema. Nas falas de cada grupo a respeito do problema, um dos grupos tomou $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$ como o espaço e o plano, respectivamente, operando com objetos da geometria analítica tais como pares e ternas ordenados, planos e a representação do espaço como um sistema de eixos de coordenadas cartesianas. É interessante notar que $\mathbb{R}^3$ não está no enunciado do problema, ele foi introduzido nas justificações de resolução a partir da leitura que foi feita do enunciado dele. “Muito provavelmente, o enunciado do problema “evocou” uma característica de $\mathbb{R}^3$ – ser o objeto que tem dimensão 3” (SILVA, 2003, p. 101).

Um outro grupo apresentou como estipulação local o fato de que o $\mathbb{R}^2$ tem dimensão 2 e, mesmo falando espaço e subespaço, $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$ são tratados como se o $\mathbb{R}^2$ fosse subconjunto do $\mathbb{R}^3$. Esse grupo até chegou a

cogitar em não trabalhar com as operações usuais, mas não explorou esse fato e afirmaram que não era possível resolver o problema.

Há outro grupo que começou a alterar a pergunta proposta pelo professor. Mas, no geral, para a turma R^3 é o espaço e R^2 o plano.

O professor pediu, então, para a turma falar o que eles entendiam por R^3 e R^2 e surgem falas como:

Lufran: O R^2 seria, de um modo geral, seria um plano, o R^3 seria o espaço. O R^2 é um conjunto de pares ordenados x, y que corta todo plano e o R^3 seria o espaço. Eu entendi isso. Eu não vejo outra coisa que possa ser o R^3 [...]. (SILVA, 2003, p. 75)

Role: Então, a gente pensou o R^2 geometricamente, né? Representamos todos os vetores em x, y , né? No cartesiano, “todos os pares x, y com origem em O tal que preenche todo o plano”. E o R^3 , também a terna x, y, z , e a gente mostrou que preenchia o espaço, né? (SILVA, 2003, p. 75)

Azul: [...] O que é o R para mim? [ela traça uma reta na lousa] Pra mim é pegar todo sistema nosso de numeração. Pra mim, seria isso aqui [ela faz riscos sobre a reta sugerindo pontos] todos os pontos, infinitos pontos, pra mim é R . Se eu fizer mais uma [ela traça uma reta perpendicular à anterior] e colocar infinitos pontos aqui ó, pra mim é outro R . Agora se eu unir isso aqui infinitamente, pra mim é R^2 . Eu não sei se pra mim é tão/ eu vejo assim, isso aqui tudo unido certinho é o R^2 . Daqui, aí, tira um ponto fora, desse ponto que tá aqui fora eu relaciono aqui, eu faço o R^3 . [com a mão, ela sugere um ponto fora do plano da lousa]. Pra mim é isso. Eu não sei se eu to simplificado alguma coisa demais, mas tenho essa visão [...](SILVA, 2003, p. 79)

O professor solicitou que os alunos continuassem a explorar o problema e disso surgiram, novamente, falas de que o R^2 é o plano cartesiano e por ser um plano cartesiano a dimensão é 2 – uma estipulação local. Um dos alunos, de pseudônimo Betty, que antes havia pensado R^3 e R^2 como sendo o espaço e o plano respectivamente,

operando com objetos da geometria analítica, faz o seguinte questionamento: “[...] Se você olhar pra R^2 como sendo elementos de um conjunto e a partir disso você definir operações de modo que tenha dimensão três; você continuaria olhando desse modo? É, pros eixos ortogonais como vocês disseram?” (SILVA, 2003, p. 82). A resposta, para muitos é não ou não sei, diferentemente para o grupo de Betty, que já havia pensado nessa possibilidade.

Esse questionamento, na visão de Silva (2003), foi importante porque introduziu novos objetos para a discussão que ainda não haviam sido mencionados em sala tais como operações não-usuais e espaço vetorial como uma estrutura, formada por um conjunto de vetores, um conjunto de escalares, uma operação de adição e uma operação de multiplicação por escalar. No entanto, apesar dessa intervenção, durante certo tempo as produções de significados continuaram na direção de objetos geométricos. Silva (2003) notou que observações do tipo: R^2 é o plano e R^2 tem dimensão 2 foram categóricas e consistiram em estipulações locais que parecem ter “resistido” à possibilidade de haver outros elementos fazendo parte do processo.

No decorrer das aulas, houve mudanças na direção da produção de significados por alguns sujeitos da pesquisa. Uma dessas mudanças pode ser exemplificada pela fala de Mel, quando diz:

[...] no fundo a gente [se referindo ao seu grupo formado por ela Mila e Betty] estava confundindo os espaços. E aí, o espaço que tinha lá [se referindo à outra tarefa proposta pelo professor¹⁶] é o espaço lugar, enquanto que, o espaço que a gente discutia no problema, é o espaço

¹⁶ “Aconteceu na mini-série ‘Presença de Anita’: Nando tenta salvar seu casamento, depois de sua mulher, Lúcia Helena descobrir que ele tinha uma amante. Quando Nando pergunta a Lúcia Helena se ela não o pode perdoar, ela diz: “Nando, não há mais espaço para você em minha vida”. Qual a dimensão desse espaço?” (SILVA, 2003, p. 90)

vetorial. [...] Quando a gente ficava falando de espaço lugar, espaço geométrico [se referindo a problema a ser investigado pela turma], a gente não saía do lugar do problema. Porque na verdade, a gente tinha que saber de que espaço a gente tava falando e era outro. [...] (SILVA, 2003, p. 104)

Vale destacar que as mudanças de direção na produção de significados que ocorreram com alguns, causaram silêncio em outros alunos¹⁷, já que esses últimos continuaram tratando

R^2 como o plano e o R^3 como o espaço, ou como conjunto e subconjunto respectivamente. E isto estava tão “cristalizado”, “solidificado” que não podia ser outra coisa. O “não poder ser outra coisa”, ao nosso ver está ligado [...] a questão da legitimidade, isto é, de que o sujeito julga ser ou não, legítimo dizer. [...] frases como: “eu não consigo imaginar como seja o que ela me disse” [Teka sobre a fala de Betty sobre a possibilidade da existência de operações não-usuais]; “eu não vejo outra coisa que possa ser o R^3 ” [...]; “Eu não vejo possibilidade” [Muiara sobre a possibilidade de dimensão 2 poder ser algo diferente de comprimento e largura] [...]; delimitaram o que era legítimo ou não dizer, influenciando a dinâmica da produção de significados. (p. 103)

Depois de quase dois meses discutindo esse problema, o professor apresentou a solução do mesmo para a turma e confirmou que a resposta apresentada pelo grupo de Betty (de que é possível existir um espaço vetorial real com operações não-usuais onde R^2 é o conjunto de vetores desse espaço e que tem dimensão 3) estava certa. Mesmo após esse fato, houve quem continuasse a acreditar na solução contrária (que não era possível existir um espaço vetorial real com operações não-usuais onde R^2 é o conjunto de vetores desse espaço e que tem dimensão

¹⁷ O silêncio, na visão do MCS ocorre porque os resíduos de enunciação desses “alguns sujeitos da pesquisa” não se constituíram em texto para as pessoas que silenciaram.

3) como legítima – o que indica o que Silva chama de impermeabilização¹⁸ no processo de produção de significados (SILVA, 2003).

Com relação à dinâmica da produção de significados, Silva (2003) chegou a duas conclusões; a primeira é que “[...] todos os sujeitos de pesquisa que produziram significados para o problema proposto, o fizeram, de diferentes modos, operando de modo peculiar, uns em relação aos outros.” (SILVA, 2003, p. 135); e a segunda:

[...] todos os elementos que constituem o processo de produção de significados – a constituição e transformação dos objetos, o processo de produção de nucleação, a fala na direção de interlocutores, as legitimidades – estão interligados, e são inter-dependentes, de modo que mudanças ocorridas em um deles provocariam transformações em todos os outros. E são essas transformações que caracterizam a dinâmica do processo. (SILVA, 2003, p. 135)

Essa pesquisa de Silva (2003) utilizou a Álgebra Linear como um pretexto para falar da dinâmica do processo de produção de significados. Ou seja, o papel da Álgebra Linear nesta pesquisa deixa de ser uma deferência a matemática do matemático, não olha mais para o interior de uma disciplina para estruturá-la e sim para perceber as dinâmicas dos processos de produção de significados que podem ocorrer no interior delas, pois isso é mais um “passo na direção de nosso entendimento do processo de produção de significados de nossos alunos para que possamos, com mais informações, ter uma intervenção e uma intervenção mais efetiva em suas produções de significados [...]” (SILVA, 2003, p. 137).

¹⁸ “[...] postura do sujeito de não compartilhar novos interlocutores, diferentes aqueles para o qual ele estava voltado, de não se propor a produzir significados numa outra direção.” (SILVA, 2003, p.133-134)

PRÉ-CENA 2: OUTRO PROJETO, OUTRAS PESQUISAS

Lins (2006) pontua que o Sigma-t, em termos de entendimentos das investigações por ele realizadas, passou por três fases distintas. Na primeira delas, o objetivo principal foi "[...] elaborar ementas e abordagens para os cursos de conteúdo matemático das licenciaturas em Matemática, que fossem adequados para a formação do futuro professor" (LINS, 2006, p. 2). Aqui, a linha mestra era ajudar o futuro professor a desenvolver o que se chamou de 'lucidez matemática', "[...] um entendimento flexível que lhe permitisse ser igualmente flexível e sentir-se seguro na sala de aula." (LINS, 2006, p. 2).

Para esse propósito, o primeiro curso escolhido foi o de Álgebra Linear, tanto pelo interesse de alguns membros do grupo, quanto pelo fato de que dois orientandos de Romulo Lins haviam trabalhado com este tema, conforme vimos na "Primeira Cena". Das discussões advindas desses trabalhos e do que o grupo estava desenvolvendo na época, as reflexões voltaram-se para "[...] saber se seria melhor adotar uma abordagem geométrica ou algébrica neste curso, e para isto, além da leitura e discussão de livros-texto, tentamos esboçar nosso próprio texto, na forma de folhas de trabalho." (LINS, 2006, p. 2).

Por mais que o Sigma-t se empenhasse nessa empreitada, não conseguia chegar a uma elaboração que fosse satisfatória, justamente por achar que o que estava sendo produzido pelo grupo não se diferenciava significativamente dos textos já existentes.

O ponto de mudança principal aconteceu quando percebemos que aquele efeito [de produzir materiais próximos aos já existentes] era natural, dado que estávamos trabalhando com as categorias da Matemática. Por exemplo, dentro de Álgebra Linear, o que sejam vetores, base, dimensão, e assim por

diante, está dado, com muito pouca possibilidade de variação ou interpretação; é possível definir base de três ou quatro maneiras, e o mesmo para dimensão, mas para esta matemática são sempre definições equivalentes. O que nós buscávamos era um conjunto de categorias que nos permitisse falar de mais do que apenas as coisas da Matemática do matemático. [...] (LINS, 2006, p. 2)

Nesse sentido, o trabalho de doutorado de Silva (2003) foi crucial; serviu como inspiração para pensarmos em estruturar um curso no qual a idéia de espaço seria central. Nele, a noção de espaço seria discutida de diversos pontos de vista: “[...] o da Álgebra Linear, o das métricas, o da geometria, e assim por diante. É importante ressaltar que, a esta altura, estes pontos de vista eram ainda, predominantemente, da Matemática do matemático.” (LINS, 2006, p. 2)

A combinação do que Lins chamou de “a Matemática do professor de matemática¹⁹” com a idéia de espaço, fez com que o Sigma-t passasse para uma segunda etapa de seu trabalho, a de entender “[...] que a escolha de categorias nas quais assentar os cursos deveria responder não às possibilidades com relação à Matemática do matemático, mas também não a diretrizes curriculares: elas devem corresponder a campos típicos da atividade humana. [...] (LINS, 2006, p. 3). Nessa altura, ‘Espaço’ continua sendo uma categoria a partir da qual imaginávamos poder estruturar um curso para formação de educadores matemáticos. No entanto, ela distingue-se do espaço visto na perspectiva da matemática do matemático (como indicada anteriormente); na proposta

¹⁹ Segundo Lins, a Matemática do professor de Matemática é caracterizada por nela serem aceitos, além dos significados matemáticos, significados não-matemáticos.” (LINS, 2006, p. 3). Além disso, ela [...] não depende de conteúdos, isto é, não se trata de descrever ou listar que conteúdos matemáticos o professor precisa saber; as tentativas de ir nesta direção nunca deram resultado, naturalmente.” Mas não se trata, também, de falar de demonstrações, ou de rigor, ou de linguagem. (LINS, 2006, p.3)

de formação concebida por Lins (2006), para se discutir ‘Espaço’, o ponto de partida seria o espaço físico, natural, em que vivemos, pelo fato de ser algo da vida diária, uma categoria da vida diária. A partir disso, poder-se-ia começar a falar sobre como localizamos algo nesse espaço, o que muda ao falarmos de distâncias entre as coisas que estão nele e, com isso, falar de formas de representar localizações, distâncias e medidas de distâncias.

Assim, em 2006, Romulo Lins formula um novo projeto do grupo Sigma-t, denominado *Design e Implementação de um programa de formação continuada de professores de Matemática*. Embora considerado uma continuação do trabalho realizado no projeto *Um quadro de referência para as disciplinas matemáticas da Licenciatura em Matemática*, o novo projeto continha componentes novas; mais especificamente, havia o interesse de se “[...] produzir e avaliar um quadro de referência para a formação de professores de Matemática, centrada na prática profissional, de modo que se tenha um curso de Educação Matemática, e não um curso de ‘Matemática-mais-Pedagogia’” (LINS, 2006, p. 4), criando e substanciando assim um novo paradigma à educação e ao desenvolvimento profissional do professor de matemática.

Dessa forma, o grupo Sigma-t passou para a terceira etapa de seu trabalho, voltado à implementação de uma licenciatura (ou especialização) pautada em uma Educação Matemática não mais baseada em disciplinas como Álgebra Linear, Topologia e Espaços Métricos e sim em um conjunto de categorias, constituídas por grandes temas do cotidiano. A idéia era (e ainda é) centrar as atividades em torno desses grandes temas os quais nos permitiriam falar de coisas além da matemática do matemático.

[...] a mudança de paradigma [proposta pelo Sigma-t] toma como diretriz a necessidade de realizar a formação e o desenvolvimento do professor a partir de categorias que ele pode compartilhar com seus alunos e alunas, de modo que ao invés de se formar dentro de certas categorias, para depois ter que investir no que alguns autores chamam de "recontextualização" — o que, inclusive, exige um competência profissional específica e complexa —, sua formação já se dê a partir do contexto das categorias "da vida cotidiana", de modo que a "recontextualização" aconteça do natural (o cotidiano) para o não-natural (o matemático). Assim, a passagem aos modos de produção de significados da Matemática do matemático se dá como *ampliação de entendimento*, e não como "verdadeira essência do que se diz na rua", nem substituição do "intuitivo" pelo "matemático". (LINS, 2006, p. 7)

Tendo em vista esses interesses do grupo na época, o estudo da noção de dimensão de Julio (2007) se apresentou como uma das frentes do projeto *Design* que está relacionada com uma reflexão teórica do que Lins (2006) chama de “As ideias fundamentais da Matemática da Educação Matemática” (diferente de “as ideias fundamentais da matemática”, no interior da prática da Educação Matemática, como estava sendo proposto no projeto anterior). Além disso, o trabalho de Julio (2007) relaciona-se também com a questão dos significados matemáticos e não-matemáticos, que caracterizam a matemática do professor de matemática, conforme veremos na próxima cena.

TERCEIRA CENA: A ÁLGEBRA LINEAR COMO QUALQUER OUTRA COISA

Em uma aula de Álgebra Linear, quando o professor fala de *dimensão*, alguns significados produzidos pelos alunos (como os geométricos, apresentados por Silva (2003)) podem não ser os mesmos que os do professor (significado algébrico, ou seja, *dimensão* como sendo o número de elementos/vetores de uma base de um espaço vetorial).

Partindo de observações como essas, Julio (2007) realizou, em sua pesquisa de mestrado, uma²⁰ leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para *dimensão*, com base no MCS. Esta pesquisa constou de três episódios.

No primeiro episódio, Julio (2007) analisou *dimensão* em falas cotidianas, utilizando Wittgenstein (1985), especialmente a noção de jogos de linguagens, e se inspirou em Lakoff (1987), para a construção de categorizações da sua produção de significados²¹ para *dimensão*.

Para pensar inicialmente em como analisar as definições/noções de *dimensão*, Julio (2007) partiu dos significados dados pelos dicionários de Língua Portuguesa. Há um consenso neles de que, etimologicamente, *dimensão* venha de medir/medida. Por mais que eles apresentem definições semelhantes, no decorrer do tempo, algumas sofreram alterações, refletindo as transformações (mudanças) pelas quais passaram os significados (as produções de significados) para *dimensão*.

Muitos significados foram adicionados para ‘*dimensão*’, tais como os significados figurados. Um exemplo seria *dimensão* como “aspecto significativo do pensamento, da obra, da realidade” (HOUAISS, 2001). Em relação à Matemática, o significado de *dimensão*, de acordo com a Álgebra Linear, também foi incorporado, se compararmos com o dicionário de Figueiredo (s.d)²². Em contrapartida, outros significados

²⁰ O artigo indefinido “uma” está em itálico para enfatizar que a leitura que estamos fazendo não é única, outras pessoas podem fazer outras leituras da produção de significados para *dimensão*.

²¹ Tal construção foi feita a partir de dicionários e frases ouvidas ou enviadas por pessoas que conheciam a pesquisa ou lidas de livros, de revistas, da internet, dentre outras.

²² Foi somente no século XX que houve a aceitação de métodos vetoriais pela comunidade científica. Essa aceitação ocorreu por meio das seguintes publicações: em 1941, com *A Survey of Modern Álgebra* de Garret Birkhoff; em 1942, com *Finite-Dimensional Spaces* de Paul R. Halmos; e em 1947, com o segundo capítulo do livro II de *Eléments de mathématique* sob o título *Algèbre linéaire* de Nicolas Bourbaki (Dorier, 1995). Pela data aproximada que temos do dicionário de Figueiredo, situado entre 1947 a 1965, consideramos ser este um período curto para que a incorporação de definições da álgebra linear pudesse ser realizada pelos dicionários. O mesmo ocorre se olharmos para Ferreira (1964) e Ferreira

deixaram de ser apresentados em dicionários. Por exemplo, a definição de dimensão como “grau de uma potência ou de uma equação, em álgebra. [...]” (FIGUEIREDO, s.d., p. 897), que aparecia em dicionários consultados datados antes de 1986.

Por mais que os dicionários tragam significados *matemáticos e não-matemáticos*²³, em frases como “em que dimensão você se encontra, Matilde?”, Julio (2007) não conseguia inserir dimensão em nenhuma das acepções propostas pelos dicionários. Isso se deve ao fato de que os dicionários limitam os significados dessa noção, assim como sua etimologia e, no cotidiano, no dia a dia, seus usos e significados podem mudar. Desse modo, foram construídas categorias por Julio (2007), algumas inspiradas nos dicionários, a partir de produções de significados para *dimensão*, levando em consideração semelhanças e diferenças entre essas produções.

Como exemplo, podemos notar as seguintes frases:

Aproveite estas oportunidades excepcionais de pagar menos por um produto ou solução Microsoft. Leia aqui as promoções que preparamos especialmente para as empresas de média dimensão!²⁴

Dimensão do absentismo é exagerada, ‘Acho o número exagerado’, é assim que o presidente do Sindicato Nacional dos Trabalhadores da Administração Local (STAL) [...] reage à notícia, publicada ontem pelo “Diário de Notícias”, de que os trabalhadores municipais faltam ao trabalho,

(1986); em Ferreira (1964) não havia um significado para *dimensão* de acordo com a álgebra linear, diferentemente de Ferreira (1986).

²³ Uma discussão mais profunda sobre o que consideramos significados matemáticos e não-matemáticos pode ser encontrada em Julio (2007).

²⁴ <http://www.sebraesp.com.br/principal/abrindo%20seu%20neg%F3cio/orienta%E7%F5es/cria%E7%E3o%20de%20empresas/prin03micro.aspx> Acessado em 08 de maio de 2007.

em média, 20 dias por ano, referindo como principais motivos do absenteísmo a falta de condições de trabalho e a sinistralidade²⁵.

Em ambas, dimensão pode ser vista como “tamanho quantitativo”. No entanto, na primeira frase esse tamanho se dá, de acordo com o site²⁶ do Sebrae, por meio de uma faixa de rendimentos, pois essa regra de classificação de empresas pode influenciar em ações dirigidas a elas como cobranças de impostos. Já na segunda frase, a regra é outra, porque não é importante se ter uma faixa de rendimentos, mas uma contagem (quantidade que algo está representando).

Esse é um exemplo do que foi feito no primeiro episódio do trabalho de Julio (2007), no qual são mostrados diferentes usos e diferentes significados de uma palavra/noção, indicando que em diferentes atividades podemos ter usos e significados distintos, pois isso dependerá das produções de significados.

Já no segundo episódio, Julio (2007) analisou como *dimensão* aparece no Jardim do Matemático²⁷. Nele, a definição de dimensão não é única, ela depende da área ou da disciplina que um matemático ou pessoas que se propõem a produzir significados na direção dos matemáticos estão lidando ou trabalhando.

Nos livros de álgebra linear consultados²⁸, dimensão aparece de dois modos. O primeiro está na definição de “espaço vetorial de

²⁵ Disponível em: http://jn.sapo.pt/2006/08/01/nacional/dimensao_absentismo_e_exagerada.html. Acessado em 27 set 2006.

²⁶ Disponível em: http://www-5.ibm.com/services/pt/its/ITSNewsletterJul_Ago_Set2004Edicao.pdf. Acessado em 10 maio 2006.

²⁷ Esse termo aparece em Lins (2004a).

²⁸ Anton e Rorres (2006), Halmos (1978) e Hoffman e Kunze (1970).

dimensão finita”, que assim é chamado “se ele possui uma base finita”²⁹. Outro modo está na definição direta dessa noção, após a definição de espaço vetorial de dimensão finita, como sendo o “número de elementos de uma base de um espaço vetorial V ”.

Na topologia, dimensão pode ser definida ao dizermos “que um espaço topológico X tem dimensão topológica m se toda cobertura C de X tem um refinamento C' no qual todo ponto de X ocorre no máximo em $m+1$ conjuntos em C' , e m é o menor de tal inteiro.” (WRIGHT, 1996, p. 2). Enquanto que, na teoria dos fractais, podemos dizer “A **dimensão de Hausdorff** de um conjunto auto-similar S [...] é denotada por $d_H(S)$ e é definida por $d_H(S) = \frac{\ln k}{\ln(\frac{1}{\epsilon})}$ ” (ANTON e RORRES, 2006, p. 447).

Para a geometria euclidiana, *dimensão* está relacionada com medir. Dizemos que o ponto tem *dimensão* 0 (zero) porque “um ponto é aquilo de que nada é parte” (EUCLIDES, 2009, I.1, p. 97), a linha tem *dimensão* um porque “é comprimento sem largura” (EUCLIDES, 2009, I.2, p. 97) e o plano tem *dimensão* dois porque “tem, somente, comprimento e largura” (EUCLIDES, 2009, I.5, p. 9). O espaço Euclidiano usual, ou espaço físico, é *tridimensional* porque seus objetos têm comprimento, largura e profundidade.

Pode-se ainda dizer que *dimensão* é o número de elementos de um conjunto minimal gerador de um espaço vetorial V ou de um conjunto maximal linearmente independente de um espaço vetorial V , embora essas definições não apareçam nos livros de álgebra linear analisados. Julio (2007) salienta que seria possível mostrar que essas definições são equivalentes, na matemática do matemático, à definição de base como

²⁹ Não vamos discutir a definição porque ela é algo dado, o que queremos discutir é que nesta definição os autores não falam o que para eles significa *dimensão* e sim a condição para se ter um espaço vetorial de *dimensão finita*. Todos os livros consultados tratam apenas de “espaços vetoriais de dimensão finita”.

número de elementos de uma base de um espaço vetorial. Entretanto, do ponto de vista da produção de significados, não se pode dizer o mesmo, pois os objetos (algo a respeito de que se diz algo) são diferentes em cada uma delas. Nessa última definição os objetos são: número de elementos e base. Já nas duas anteriores, os objetos tratados são conjunto minimal gerador e conjunto maximal linearmente independente.

O significado para dimensão na topologia é diferente do significado dado pela álgebra linear, que é diferente do significado na geometria euclidiana porque os objetos com os quais essas áreas lidam são diferentes. Na álgebra linear se lida com vetores, espaço vetorial, subespaço vetorial, combinação linear, independência linear e base, para, em seguida se definir *dimensão*. Diferentemente, na topologia se opera com as noções de abertos, espaço topológico, cobertura e refinamento, que são objetos preliminares à noção de *dimensão*; e, nos fractais, os objetos que estão em jogo são conjuntos auto-similares e a função logaritmo na base e .

O significado de *dimensão* de acordo com a geometria euclidiana ou com a geometria analítica é contemplado pela álgebra linear, porém a recíproca não é verdadeira. Isso pode ser visto em falas como: “[...] Apesar de associarmos usualmente “dimensão” a algo geométrico, precisamos encontrar uma definição algébrica adequada de dimensão de um espaço vetorial [...]” (HOFFMAN E KUNZE, 1970, p, 43) ou “[...] Intuitivamente $\mathbb{R}^3$ é tridimensional, $\mathbb{R}^2$ (um plano) é bidimensional e $\mathbb{R}$ (uma reta) é unidimensional. Assim o número de vetores numa base é o mesmo que a dimensão, para os espaços familiares [...]” (ANTON E RORRES, 2006, p. 179).

Mesmo que haja intersecções no modo de produzir significado de determinadas disciplinas ou áreas da matemática, se, na álgebra linear, for dito algo diferente de “a dimensão de um espaço vetorial de dimensão finita é o número de vetores de uma base”, este algo não pertencerá a esta área da matemática e não será possível utilizá-lo nela. Essa é uma consequência de a matemática do matemático ser definicional, internalista e simbólica; uma vez que as coisas foram nela definidas, ou seja, que foi dito o que elas são, essas definições permanecem intocadas (LINS, 2004b) até que isso seja explicitamente alterado e aceito na comunidade dos matemáticos.

O que não permanece necessariamente intocável é a produção de significados para a matemática, pois até mesmo dentro de uma disciplina como a álgebra linear, conforme mostrado por Silva (1997), Silva (2003) e Oliveira (2002), podem ser produzidos diferentes significados para a mesma noção.

Em relação ao terceiro episódio, Julio (2007) fez uma leitura da constituição histórica da álgebra linear, tomando como referência, principalmente, os capítulos de Dorier (1995) e Bourbaki (1976), numa tentativa de detectar o que é falado a respeito de *dimensão*. Nesse episódio, procurou-se entender como a noção de *dimensão* foi mudando, ou melhor, se transformando até ser definida como é hoje, numa área específica da matemática, a álgebra linear.

Na leitura para a constituição histórica apresentada em Julio (2007), pode-se observar que Hamilton, Grassmann e Peano, assim como outros matemáticos abordados, trabalharam no desenvolvimento de suas próprias teorias e operaram com objetos diferentes, em campos semânticos diferentes. Cada um dos significados produzidos por eles

contribuiu, de algum modo, para a constituição de noções como, por exemplo, a de *dimensão* e as da álgebra linear, de um modo geral.

Hamilton estava interessado nos seus “quatérnions” e para isso ele constituía objetos que o ajudavam a lidar com eles. Segundo Silva (1997), Hamilton operava com os seguintes objetos: números complexos, quatérnions, propriedades algébricas, operações com números complexos, a noção de vetor, pares, ternas e quadras ordenadas.

Já Grassmann, estava interessado na sua “teoria da extensão” e constituiu objetos como: grandezas extensivas, deriváveis e elementares; unidades (primitivas, relativas e absoluta) e sistemas de unidades com os quais ele operava. A partir desses objetos ele chegou a noções como dependência e independência linear (entendidas como mudanças), combinações lineares, *dimensão*, espaço vetorial sobre os reais e base (SILVA, 1997).

Foi a partir do vasto edifício criado por Grassmann, que Peano criou o método axiomático e definiu *dimensão* tal como conhecemos hoje. Segundo Bourbaki (1976), o método axiomático de Peano e

[...] a noção de estrutura (primeiramente intuída e definida somente muito recentemente) nos permitem distinguir conceitos que até então haviam estado indissolvelmente unidos, formular com precisão o que era vago ou inconsistente, e demonstrar com generalidade o que corresponde aos teoremas que eram conhecidos somente em casos particulares. [...]. (BOUBARKI, 1976, p. 97, tradução nossa)

Com o estudo histórico de Julio (2007) notou-se – mesmo ela não tendo buscado onde se começou a falar de *dimensão*, ou ter chegado ao ponto de dizer “agora sim se tem ‘a’ noção de *dimensão* para a álgebra

linear” – que a designação de algo decorre de um processo de mudança, de construção, no qual as produções de significados vão se alterando.

Por mais que se tenha tomado como opção tratar dimensão em contextos diferenciados, por meio dos episódios, em todos os momentos de produção de significados, a preocupação de Julio (2007) foi a de enfatizar e mostrar as diferenças, os diferentes modos de produção de significados que ocorrem ou podem ocorrer quando se fala *de* e *sobre* dimensão, com isso, mostrar que em uma sala de aula, quando se fala uma palavra ou sobre uma noção, há possibilidade de diversas produções de significados, inclusive não-matemáticas, acontecerem.

CENA FINAL: NOVOS OLHARES SOBRE A ÁLGEBRA LINEAR

Neste trabalho procuramos mostrar diferentes usos da Álgebra Linear, por meio de pesquisas desenvolvidas por membros do Sigma-t, algumas delas no âmbito de projetos do grupo de pesquisa.

Tanto Silva (1997) quanto Oliveira (2002) identificaram em seus trabalhos diferentes modos de produção de significados para noções da Álgebra Linear. Dentro das discussões tratadas em cada um deles, destacamos o alerta apresentado por Silva (1997), de que, em sala de aula, o professor não valorize alguns modos de produzir significados em detrimento de outros, o que, potencialmente, poderia afastar aqueles alunos que não tenham o seu modo de produção de significados com sendo um dos eleitos pelo professor.

Assim como preconizado por Lins (1999), e indicado em Oliveira (1997), acreditamos que a prática do professor de Matemática deva ser na direção de se criar em sala de aula um espaço comunicativo, no qual diversos modos de produção de significado sejam explicitados e

compartilhados. Nesse sentido, estudos de possíveis significados produzidos para uma mesma noção podem ajudar o professor de Matemática a identificar como legítimos outros modos de produção de significados, que não aqueles inicialmente considerados como preferenciais por ele. Em outras palavras, o estudo sobre outros possíveis significados produzidos para uma mesma noção pode ampliar o repertório de leitura do professor em sala de aula, de modo que ele, interagindo com seus alunos e explicitando esses outros modos possíveis de produzir significados, intervenha de forma mais esclarecida e efetiva na formação profissional de seus alunos. E essa intervenção não se daria através de prescrições ou receitas, e sim por proporcionar oportunidades aos futuros professores de Matemática de lerem diferentes significados sendo produzidos em sala de aula.

Os estudos de Silva (1997) e Oliveira (2002), embora destacando a legitimidade de outros significados que podem ser produzidos para noções da Álgebra Linear – significados estes distintos daqueles tomados como corretos, do ponto de vista da matemática do matemático – focaram categorias da matemática do matemático, o que contribuiu para que se pudesse pensar em outra forma de elaborar cursos ou disciplinas de Matemática para formação de professores de Matemática.

Com o trabalho de Silva (2003), o uso direto de categorias da matemática do matemático deu lugar à utilização da Álgebra Linear como um pretexto para se analisar a dinâmica da produção de significados para a Matemática, buscando um maior entendimento da maneira de operar dos alunos. Em particular essa pesquisa foi importante para o movimento do grupo Sigma-t, pois a partir dela deu-

se início o forjar da categoria espaço, a qual, sobre outra perspectiva, integraria a proposta do projeto *Design*.

Com a elaboração do que seria a matemática do professor de Matemática (LINS, 2006), a categoria espaço é reconstituída e, a partir daí, começa a se vislumbrar a criação e a implementação de um novo paradigma para a formação e desenvolvimento profissional de professores de Matemática – no qual estariam, com o mesmo *status* de categorias da matemática do matemático, as chamadas categorias da vida cotidiana e, dentre elas, a categoria espaço.

É nesse momento que tem lugar no Sigma-t o trabalho de Julio (2007), que vem nos mostrar que uma palavra, como dimensão, que tem definições na matemática do Matemático como, por exemplo, na Álgebra Linear, pode ter muitas outras fora dela. Do ponto de vista da produção de significados, isso mostra a possibilidade de produção de significados matemáticos e não-matemáticos para uma mesma noção dentro e fora de salas de aula.

O deslocamento de se pensar um curso por meio de conteúdos centrados em categorias da matemática do matemático para um curso assentado em categorias da vida cotidiana, olhando-se tanto para os significados matemáticos quanto para significados não matemáticos, é que se manifesta o lugar de disciplinas, como a Álgebra Linear, na formação de professores de Matemática. Nas palavras de Lins:

[...] é exatamente aí que se revelou a força da abordagem que desenvolvemos. É ao alcançar este ponto que se pode dizer ao aluno: “eu não estou pedindo que você abra mão disto (deste objeto); estou apenas compreendendo que estamos, na Álgebra Linear, falando de outra coisa”. O objetivo não é que o aluno aprenda mais matemática, e sim que ele aprenda a reconhecer a existência desse processo [de uso de idéias naturalizadas]

extremamente comum na produção de significados e possa, assim, se tornar mais capaz de reconhecê-lo quando ele ocorrer em suas salas de aula: isto é educação do professor PELA matemática. É evidente que se abre também a possibilidade de o futuro professor avançar na Álgebra Linear e se encontrar com outros pontos de desenvolvimento de sua lucidez matemática. (LINS, 2002, p. 74)

REFERÊNCIAS

- ANTON, H. e RORRES, C. **Álgebra Linear com aplicações**. Trad. Claus Ivo Doering. 8ed. 2reimp. Porto Alegre: Bookman, 2006.
- BOURBAKI, N. **Elementos de historia de las matemáticas**. Espanha-Madri: Alianza Universidad, 1976, p. 74-99.
- DORIER, J-L. A general outline of the genesis of vector space theory. **Historia Mathematica**, 22, 1995, p. 227-261.
- EUCLIDES. **Os Elementos**. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.
- FERREIRA, A. B. H. **Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa**. 11 ed. Rio de Janeiro: Editôra Civilização Brasileira S.A., 1964, p. 413.
- FERREIRA, A. B. H. **Novo dicionário da língua portuguesa**. 2 ed. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1986, p. 590.
- FIGUEIREDO, C. de. **Dicionário da Língua Portuguesa-Brasil**. 14 ed. V.1. Portugal-Brasil: Livraria Bertrand, s.d. (depois de 1947 e antes de 1965).
- HALMOS, P.R. **Espaços Vetoriais de Dimensão Finita**. Trad. Guilherme de la Penha. Rio de Janeiro: Editora Campus LTDA, 1978. (Finite-Dimensional Vector Spaces)
- HOFFMAN, K. e KUNZE, R. **Álgebra Linear**. Trad. Adalberto Panobianco Bergamasco. São Paulo: Ed. Univ. de S. Paulo e Editora Polígono, 1970. (Linear Algebra)
- HOUAISS, A.; VILLAR, M. de S. e FRANCO, F. M. de. M. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001, p. 1042.

JULIO, R. S. **Uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para “dimensão”**. Rio Claro: 2007. 118p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

LAKOFF, George. **Women, Fire and Dangerous Things**. Chicago: The University of Chicago Press, 1987.

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**. Blumenau, abril/junho, 1994. 1(7): 29-39.

LINS, R. C. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. Rio Claro: Editora Unesp, 1999. p. 75 – 94.

LINS, R. C. **Análise sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional**. 2002a, 87p. Tese (Livre Docência) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

LINS, R. C. Um quadro de referência para as disciplinas de Matemática no curso de Licenciatura em Matemática. In: LINS, R. C. **Projeto de Pesquisa Integrado submetido como parte de solicitação de renovação de bolsa de concessão de auxílio financeiro ao CNPq**. 2002b, p. 01-40.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92 – 120.

LINS, R. C. **Characterising the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production**. In: 10th International Congress on Mathematical Education, 2006b, Copenhagen. Plenary and Regular Lectures, 2006. v. único. p. 1-16.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LINS, R. C. **Design e Implementação de um programa de formação continuada de professores de matemática**. Projeto de pesquisa integrado submetido como parte de solicitação de concessão de bolsa de produtividade em pesquisa ao CNPq, 2006.

OLIVEIRA, V. C. A. de. **Sobre a produção de significados para a noção de transformação linear em álgebra linear.** Rio Claro: 2002, 187p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

SILVA, A. M. da. **Uma Análise da Produção de Significados para a Noção de Base em Álgebra Linear.** Rio de Janeiro: 1997, 162p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – USU, 1997.

SILVA, A. M. da. **Sobre a Dinâmica da Produção de significados para a Matemática.** Rio Claro: 2003, 243p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

WITTGENSTEIN, L. Investigações Filosóficas. In: WITTGENSTEIN, L. **Tratado Lógico-Filosófico e Investigações Filosóficas.** Trad. M. S. Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1985, p. 159-611.

WRIGHT, D. J. **Topological dimension.** 1996. Disponível em: <http://www.math.okstate.edu/mathdept/dynamics/lecnotes/node36.html> . Acessado em: 24 jul 2007.

4

IMPERMEABILIZAÇÃO NO PROCESSO DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA A ÁLGEBRA LINEAR

Amarildo Melchhiades da Silva

INTRODUÇÃO

Neste capítulo trataremos do processo de impermeabilização que foi identificado em nossa pesquisa de campo e que foi um dos aspectos que surgiram quando investigamos a dinâmica da produção de significados de estudantes para um problema que deveria ser resolvido pelos estudantes na disciplina Álgebra Linear.

Chamaremos de impermeabilização ao processo que leva os alunos a não compartilharem novos interlocutores em situação de interação face a face, diferente daqueles para o qual eles estavam voltados; de não se propor a produzir significados numa outra direção.

Assim, o foco deste artigo é apresentar o que torna os estudantes impermeáveis a outros modos de produção de significados diferentes daqueles que estão produzindo.

A situação que descreveremos a seguir mostra os estudantes buscando a resolução de um problema, sendo que alguns deles necessitavam mudar seu jeito de falar, para que pudessem, potencialmente, resolver o problema proposto pelo professor. Mas isto não aconteceu para alguns deles por diferentes motivos que serão relatados a seguir.

A importância da identificação e do entendimento deste processo está na possibilidade do professor perceber que isto está acontecendo

com seus alunos e auxiliá-los em suas dificuldades de aprendizagem, caracterizadas pelo Modelo dos Campos Semânticos como um obstáculo ou limite epistemológico. (Cf. LINS,1993, p.87) Como no caso descrito a seguir, alguns casos de impermeabilidade podem levar a um obstáculo ou limite epistemológico e a menos que o estudante mude sua maneira de operar, ele não resolverá o problema ou situação proposta. Sendo assim, se ele torna-se impermeável e opera segundo uma lógica, que o distancia da possibilidade de resolver o problema.

Porém, antes de entrarmos na questão central deste artigo, apresentaremos uma visão do contexto de onde este estudo está inserido.

A VISÃO GERAL

A identificação do processo de impermeabilização é parte de nossa tese de doutorado intitulada *“Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática”* (SILVA, 2003) que em sua proposta global nos permitiu identificar e caracterizar diferentes aspectos da dinâmica do processo de produção de significados que ocorreram em sua sala de aula a partir da análise das ações enunciativas dos sujeitos de pesquisa.

A pesquisa caracterizou-se como uma abordagem qualitativa (no sentido proposto por BOGDAN & BIKLEN, 1994) do tipo etnográfico (como propõe, ANDRÉ, 1995). Essa opção metodológica se deu baseada no nosso propósito de investigar a dinâmica do processo de produção de significados dos estudantes, que indicava que o material de investigação e análise seriam, na sua totalidade, as ações enunciativas dos sujeitos.

A pesquisa de campo aconteceu em numa sala de aula de um Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática onde estava sendo ministrada a disciplina Álgebra Linear para uma turma de dezoito alunos.

O processo de observação e análise iniciou, quando o professor propôs o seguinte problema a ser investigado pela turma:

“Problema para investigar:

$\mathbb{R}^2$ é o conjunto dos pares ordenados de números reais:

$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) \text{ tal que } x, y \in \mathbb{R}\}$$

Investigue se é possível existir um espaço vetorial real (isto é, $\mathbb{R}$ é o corpo dos escalares) onde $\mathbb{R}^2$ é o conjunto de vetores desse espaço e que tenha dimensão 3.”

Durante, aproximadamente, dois meses, os alunos – divididos em grupos – produziram significados para o problema proposto (resíduo de enunciação) através do encaminhamento de uma resolução para o problema.

As aulas possuíam quatro horas de duração e foram divididas em duas partes: as primeiras duas horas de cada aula eram destinadas ao trabalho em grupo. Nas duas horas finais, os grupos se dirigiam a lousa apresentando em que estágio eles se encontravam na tentativa de resolver o problema; sendo suas falas e seus registros escritos na lousa filmados para posterior análise.

Em nossa análise, consideramos que quando uma pessoa se propõe a produzir significados para um resíduo de uma enunciação, observamos da perspectiva do MCS o desencadeamento de um processo – o processo de produção de significados – que envolve: i) a constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que

nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos; ii) a formação de um núcleo: o processo que envolve as estipulações locais, as operações e sua lógica; iii); a fala na direção de interlocutores; e, iv) as legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade.(Cf. SILVA, 1997, SILVA, 2003)

Para os pesquisadores que utilizam o MCS estas noções são designadas como noções categorias que serão consideradas e utilizadas na análise, mesmo que implicitamente.

O PROCESSO DE IMPERMEABILIZAÇÃO

Para a análise do processo de impermeabilização nos deteremos na análise da produção de significados de três sujeitos de pesquisa entre os dezoito sujeitos que participaram do estudo: Betty, o sujeito de pesquisa que junto com seu grupo solucionou o problema proposto; Ades, que foi o informante que nos possibilitou identificar o processo de impermeabilização a partir de suas ações enunciativas; e Azul, que nos sugeriu outra possibilidade pela qual um aluno pode se tornar impermeável em sala de aula.

A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS DE BETTY

A análise da produção de significados de Betty tem a função de sugerir uma situação onde a mudança na direção da produção de significados pode ser positiva na resolução do problema proposto e para auxiliar na compreensão mais global da análise visto que a fala de Betty determinou uma clara ruptura em sala de aula com a direção em que Ades falava.

Na primeira apresentação do grupo de Betty observamos em suas ações enunciativas que ela produz significados geométricos na constituição dos objetos. Para ela, naquele momento, $\mathbb{R}^2$ foi constituído como o conjunto de pares ordenados e $\mathbb{R}^3$ como o conjunto de ternas ordenadas. Enquanto falava, ela fez o seguinte esboço na lousa:

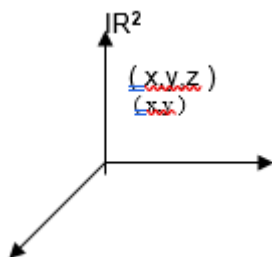


Figura 1

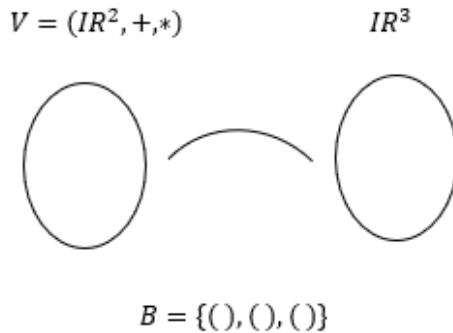
Suas justificações pareciam indicar que naquele momento $\mathbb{R}^3$ era constituído como o espaço (geométrico, cartesiano) e o $\mathbb{R}^2$ eram os planos que constituíam o $\mathbb{R}^3$.

No passar das aulas, mudanças são percebidas em sua fala, $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ são mencionados como espaços vetoriais, mas pensados, por vezes, como conjuntos, para finalmente tomar esses objetos, na bijeção, como conjuntos e, na transformação linear, como tendo uma estrutura algébrica.

Essa mudança em sua maneira de operar pode ser observada em sua fala e em seus esboços na lousa, a seguir:

Betty: [...] eu defino o meu espaço [ela escreve na lousa: $V = (\mathbb{R}^2, +, *)$]
 Seria o meu espaço procurado, cujo conjunto de vetores seja $\mathbb{R}^2$ e tenha dimensão três. E eu quero verificar o quê? [Ela mesma responde] Se ele tem dimensão três. Pra isso o quê que eu preciso? Encontrar uma base de vetores que eu não sei quem é [ela escreve na lousa: $\beta = \{(), (), ()\}$], que gere todo

esse conjunto [referindo-se a V]. Então, quer dizer, se tiver três vetores e esses vetores forem L.I., eu consigo ver que este espaço tem dimensão três. Então, se existir uma bijeção com o R^3 [ela esboça o diagrama da figura 2], eu consigo encontrar essa base. Por que que eu consigo? Vocês me dêem uma base em R^3 .



Uma análise de toda produção de significados de Betty, vamos tendo indícios de uma mudança no seu jeito de operar. Note que $V = (IR^2, +, *)$ é constituído em objeto como o espaço vetorial procurado – formado por IR^2 e duas operações não-usuais – que deve ter dimensão 3. Ela então se propõe a encontrar uma base de V , tal que, como ela diz, “se tiver três vetores e esses vetores forem L.I., eu consigo ver que este espaço tem dimensão três”. Ao dizer isso, somos levados a pensar que ela estava operando com a noção algébrica de dimensão. Observamos também que Betty, como indicou sua fala e o esboço gráfico, operava com V e IR^3 como sendo espaços vetoriais, mas fazia menção a eles, por vezes, chamando-os de conjunto. Além disso, ela estava operando de modo a aplicar a função f aos espaços vetoriais.

Mais especificamente, após a primeira fala de Betty, o esboço gráfico representando o sistema de eixos coordenados tridimensional, não apareceu novamente em suas justificativas, como também as

estipulações locais: $\mathbb{R}^2$ é o plano, $\mathbb{R}^3$ é o espaço. Não observamos novamente, em nenhum momento da fala de Betty, vestígios de produção de significados “geométricos” sendo produzidos.

Nossa observação sugere que houve um processo sutil de transformação do que em um momento são novos objetos e em outro, se tornam estipulações. Esse é o caso da bijeção. Num primeiro momento, Betty o constitui em objeto (no dia 14 de setembro); na aula seguinte (no dia 21 de setembro), a bijeção parece ser uma estipulação local cuja ação é usada para operar na construção das operações de adição e multiplicação por escalar.

Observamos ainda, ao longo dos dias, uma mudança nos interlocutores de Betty. A primeira fala nos sugeriu que o que Betty tinha a dizer estava na direção dos significados, digamos, da Geometria Analítica, porém, aos poucos ela vai se voltando para uma direção que podemos caracterizar apenas para marcar a diferença, como sendo dos significados algébricos, característicos da Álgebra Linear.

O afastamento da produção de significados geométricos e sua aproximação dos significados algébricos determinaram ao longo do processo, uma opção por um modo de falar em detrimento a outro que a tornou impermeável aos significados geométricos sendo produzidos por Ades e os alunos que dialogavam com ele.

A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS DE ADES

Ades foi um dos sujeitos de pesquisa mais representativos da investigação ao produzir significados para interlocutores que designamos apenas para efeito de elucidação, como significados “geométricos”.

Em sua primeira fala, ele comenta:

Ades: Sim, mas no começo, né? quando a gente começou a considerar que seria, por exemplo, o canto da sala ali, as três paredes, o chão e as duas paredes. [...] Aí eu também pensei no seguinte: quando você pega dois vetores paralelos, você considera que é o mesmo vetor. Tanto é que você faz soma, regra do paralelogramo, etc., fazendo a transposição do vetor. Então, o vetor paralelo a ele mesmo, a um outro vetor é o mesmo vetor. Assim sendo todos os vetores / se você tem dois vetores paralelos que tão formando o plano, por exemplo, no fundo da sala, e você transpõe esse vetor, mexe pra cá, por exemplo, você tem um outro plano. [...] O conjunto das classes de eqüipolência, não seria R_3 ? [...] O conjunto das classes de eqüipolência seria o R_3 . E daí me veio a idéia de que o espaço seria uma expansão do plano, né? Na medida em que você não considera ser diferentes; na medida que você considera os dois vetores paralelos, como sendo o mesmo vetor, então o que você está fazendo é uma expansão do próprio plano. **Então o espaço seria uma expansão do próprio plano.**

Depois de analisar detalhadamente a transcrição de sua fala a partir da fala acima até sua última fala descobrimos que sua maneira de operar estava ligada à sua leitura do problema proposto; que ironicamente, foi dita no primeiro dia. (Veja grifo na fala acima)

No enunciado do problema – investigue se é possível existir um espaço vetorial real onde IR^2 é o conjunto de vetores desse espaço e que tenha dimensão 3, – ele produziu significados para o enunciado do problema da seguinte maneira: – como obter IR^3 a partir de IR^2 ? Assim, sua produção de significados se voltou para responder a esta questão.

A reconstituição de seus argumentos pareceu seguir, em resumo, a sequência: dois vetores paralelos são o mesmo vetor e dois vetores paralelos formam um plano; dois vetores paralelos a outros dois vetores

paralelos formam planos paralelos; fixado um plano e tomando outro plano paralelo, obtém-se o $\mathbb{R}^3$.

No processo de produção de significados o objeto $\mathbb{R}^2$ é o plano; $\mathbb{R}^3$ é o espaço; vetor é constituído em objeto como segmento orientado; classe de equivalência refere-se a um conjunto de planos a partir da variação de uma coordenada e o objeto “um espaço vetorial $\mathbb{R}^2$ ” parece referir-se a um conjunto de planos. Observamos as seguintes estipulações locais sendo constituídas: $\mathbb{R}^2$ tem dimensão 2; $\mathbb{R}^3$ tem dimensão 3; dois vetores paralelos são o mesmo vetor; dois vetores paralelos formam/geram um plano.

As operações com os objetos são: transposição de vetor, paralelismo de vetores e planos, expansão de planos e “visualização”, ocorrendo da seguinte maneira: posso transpor vetores paralelos; dois vetores paralelos a outros dois vetores paralelos formam planos paralelos e os planos devem ser paralelos, “se você fizesse enviesado, aí não”. Pois, em coerência com a operação expansão do plano, os planos têm que ser paralelos. Ele opera de modo a tentar enxergar, em oposição à maneira de operar das colegas de grupo; ele diz - “E elas tentaram a partir das propriedades, pensar, mostrar que aquilo era verdadeiro ou não. E eu fui procurando enxergar”. Observamos que “enxergar” é entendido por Ades como uma operação legítima. Além disso, sua fala sobre dimensão – o limite de enxergar, como ele diz – nos sugere, como afirmamos anteriormente, que para ele o espaço tem dimensão 3.

Porém, vemos que, apesar de operar dessa maneira, ele deixa transparecer que não considera o problema resolvido; ele diz:

- “Eu não consigo caracterizar bem, mas é assim que eu vejo. Exatamente isso que eu quero fazer, essa ligação de um com outro eu não consegui fazer, desde que a gente aprenda algebricamente, né?”

Ao olhar para o processo de produção de significados de Ades, vemos que os objetos foram constituídos e se mantiveram os mesmos ao longo de todo o processo: vetor, entendido como segmento orientado; $\mathbb{R}^2$ é o plano e é um elemento formativo do $\mathbb{R}^3$; $\mathbb{R}^3$ é o espaço.

As operações foram ao longo do processo: estender/deslocar/acrescentar que, ao nosso ver, são sinônimas de expandir, por exemplo: “Na hora que eu desloco o plano, eu estendo isto pra uma visão de espaço”; “Quando eu tô no plano, $(2,3)$ é só $(2,3)$, se eu acrescento outra dimensão, esse ponto passa a ser vários pontos no espaço”. Além disso, ele opera com o “enxergar” da seguinte maneira: “Eu enxergo o plano no espaço, mas eu enxergo o plano”.

Estivemos presente a todas as aulas e a observação dos modos de operar de Ades de um lado e a participação de Betty e seu grupo nos sugeriram que Ades estava impermeável a tudo que estava sendo dito por elas.

A partir de um certo momento, elas iniciaram a produção de significados algébricos e avançaram na direção de resolver o problema proposto. Ades assistiu a tudo, sem esboçar nenhuma reação em tentar falar naquela direção ou questionar o que elas propunham como possibilidade.

Constatamos que Ades produziu significados, do início ao fim, na direção de um mesmo interlocutor, independente de tudo o que ele ouviu em sala de aula. É possível que sua leitura do problema proposto tenha contribuído para esse estado de coisas. Ao entender que o problema a ser solucionado seria obter $\mathbb{R}^3$ a partir de $\mathbb{R}^2$ – isso era o novo –, ele passou a operar nessa direção.

O fato mais revelador sobre a produção de significados de Ades foi quando constatamos que o problema, da maneira como ele formulou, já

havia sido resolvido, por ele, na primeira aula, quando ele disse: “o espaço seria uma expansão do plano”. A questão passou a ser, então, apresentar uma justificativa plausível para o professor e a turma. Por algum motivo que não identificamos, ele considerava que já tinha resolvido o problema. A dúvida dele residia em como comunicar sua resolução. Ele procurou, a todo momento, refinar o que dizia para buscar uma resposta satisfatória para o problema.

Vimos várias vezes ele dizendo: “Eu não consigo caracterizar bem, mas é assim que eu vejo. Exatamente isso que eu quero fazer, essa ligação de um com outro eu não consegui fazer, desde que a gente aprenda algebricamente, né?” (no dia 31 de agosto); ou “Só não consegui ainda colocar isso mesmo numa linguagem matemática explícita” (no dia 28 de setembro).

A questão de saber o porquê dessa atitude já não é mais possível, tendo apenas caráter especulativo. Poderia ser porque ele acreditava que suas justificações não eram suficientes para satisfazer o professor ou ele entendia que naquele espaço a justificativa aceitável deveria ser outra e não aquela que ele apresentava.

A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS DE AZUL

Azul nos chamou atenção já em sua primeira fala, quando ela sugere mudar a pergunta do problema; o que na prática sugeria mudar o problema proposto pelo professor. Ela diz, em sua primeira exposição de ideias:

Azul: [...] nós nos atemos primeiro em verificar tudo isso: o que era espaço vetorial, corpo, escalar. E a primeira impressão nossa, a minha e a do Mega, era sim; e da Muiara, não. Então, nós começamos a mudar a pergunta;

porque se a pergunta fosse: numa dimensão 3 as possibilidades do R2, tá? Agora, se é R2, para você chegar numa dimensão 3, não teria essa possibilidade; porque a dimensão 3, ela tem que incluir.

Na análise de sua fala, considerando ao longo de toda sua produção de significados, vemos que ela parece constituir o enunciado do problema em texto da seguinte maneira: Como obter IR^3 de IR^2 ? Então para produzir significados, ela precisa alterá-lo. Mas, por que o enunciado do problema precisa ser alterado? Nossa resposta se baseia primeiro, na leitura de Azul, do problema. Para ela, o enunciado do problema não está correto. Segundo, por causa dos objetos que ela constitui e opera. Note que a dimensão é constituída em objeto, como a quantidade de informação necessária para localizar um ponto no plano ou no espaço. Sobre a constituição dos objetos IR , IR^2 e IR^3 ela diz:

Azul: [...] O que que é o R pra mim? [ela traça uma reta na lousa] Pra mim é pegar todo o sistema nosso de numeração. Pra mim, seria isso aqui [ela faz riscos sobre a reta sugerindo pontos] todos os pontos, infinitos pontos, pra mim é R. Se eu fizer mais uma [ela traça uma reta perpendicular à anterior] e colocar infinitos pontos aqui ó, pra mim é outro R. Agora se eu unir isso aqui infinitamente, pra mim é R2. Eu não sei se pra mim é tão /eu vejo assim, isso aqui tudo unido, certinho é o R2. Daqui, aí, tira um ponto fora, desse ponto que tá aqui fora eu relaciono aqui, eu faço o R3. [com a mão, ela sugere um ponto fora do plano da lousa]. Pra mim é isso. Eu não sei se eu tô simplificando alguma coisa demais, mas tenho essa visão. Eu acho assim, se eu quiser o R3 eu tenho que tirar um ponto fora daquele R2, se eu ligar, eu tenho R3. Se eu conseguir montar uma terceira dimensão; se eu pegar um outro ponto fora dessa terceira e ligar, vou ter R4. Agora, eu não consigo visualizar essa quarta, o R4. Mas eu acredito que nesta mesma medida e proporção deve existir.

Logo, para Azul, o objeto $\mathbb{R}$ é constituído como a reta real; $\mathbb{R}^2$, como o plano cartesiano e $\mathbb{R}^3$, como o espaço físico. Assim, olhando da sua perspectiva, não é possível obter $\mathbb{R}^3$ de $\mathbb{R}^2$, mas é possível obter $\mathbb{R}^2$ de $\mathbb{R}^3$.

Na fala de Azul, observamos que ela possivelmente, tenha ido aos livros-texto e lá tenha encontrado as definições de espaço vetorial, corpo e dimensão. Além disso, ela esteve presente às aulas onde Betty apresentou seu encaminhamento da resolução do problema. Porém, ao que parece, ela não constituiu esses resíduos de enunciação em texto. Notamos que ao longo das aulas, Azul foi silenciando. No decorrer dos dois meses a totalidade de sua fala foi muito pequena. Ao final desses dois meses de discussão, na aula em que a solução do problema foi apresentada, ela ainda comentou:

Azul: Interessante que desde o início, esse problema, eu achava assim, se fosse possível mudar, como você falou agora [referindo-se ao professor], “dimensão três, onde $\mathbb{R}^2$ é o conjunto de vetores desse espaço”. Eu sempre achei que fosse assim. Mas, do outro jeito, eu acho difícil de entender isso. Por exemplo, se eu mudar isso aqui ó, assim, vão supor, se eu falasse assim: “investigue se é possível existir um espaço vetorial real de dimensão três, onde $\mathbb{R}^2$ é o conjunto de vetores do espaço”. Pra mim, isso é claro assim. Se eu mudar isso aqui, eu não consigo perceber a mesma coisa. [...]. Não sei, pra mim, fica claro, eu consigo, assim, meu cérebro acha isso perfeito. Se eu mudar a ordem, não consigo encontrar razão pra isso. Eu acho interessante isso. Agora, se eu falar assim, “a dimensão três onde $\mathbb{R}^2$ ”, aí, pra mim, faz razão. Eu não consigo encontrar a mesma razão no outro texto. Não tem assim, como provar isso. Eu tô pensando, porque só mudando a seqüência, muda pra mim, a razão. Se eu falar isso, é desde o início. Lembra que eu comentei que, pra mim, mudando, eu via nitidamente que sim. É interessante, eu não consigo encontrar a razão. Eu tenho que pensar bem,

até que conexão tá fazendo o meu cérebro, pra entender, de uma maneira assim. Que é desde o início que eu tava com a mesma dúvida. [...]

Ao que parece Azul operava em relação ao que era dado para ela. Ela passa por todo o processo operando com os objetos IR^2 , IR^3 , dimensão como elucidamos anteriormente; seu núcleo se mantém estável, isto é, as estipulações locais – a dimensão do IR^2 é 2 e a dimensão do IR^3 é 3 – se mantêm fixas, não transformando-se durante o processo.

Com o objetivo de estender um pouco nosso olhar para o que está acontecendo com Azul, suponhamos que nosso objetivo, enquanto professor, fosse de intervir para que ela resolvesse o problema. Vejamos, da ótica do MCS, o que está acontecendo. Se considerarmos que, para resolver o problema, é preciso operar com a noção de espaço vetorial como uma estrutura algébrica e com a de dimensão de uma perspectiva também algébrica – número de vetores de uma base do espaço vetorial considerado –, vemos que Azul estaria frente a um limite epistemológico.

O que designamos por limite epistemológico é a impossibilidade do sujeito produzir significados para o resíduo de uma enunciação numa certa direção devido a sua maneira de operar. Sendo assim, se ela não mudasse sua maneira de operar, ela não resolveria o problema proposto. Do que estamos observando, com o caso de Azul e outros sujeitos de pesquisa, é que estar frente a um limite epistemológico pode levar ao ponto de paralisar o processo de produção de significados desses sujeitos. Sendo assim, ao professor caberia intervir de modo a auxiliá-los a mudar a maneira como estava operando.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa análise sugeriu que Betty, Ades e Azul, produziram diferentes significados para o problema proposto, com maneiras peculiares de operar, com constituição de diferentes objetos, o que, por consequência, produziu dinâmicas próprias.

O estudo da dinâmica do processo de produção de significados de Betty, Ades e Azul evidenciou três processos diferentes, do que nós designamos por impermeabilidade. O caso típico e extremo que ocorreu em nosso estudo foi apresentado por Ades. A despeito de tudo o que foi dito em sala de aula, em nenhum momento, ele produziu significados em outra direção diferente daquela em que ele estava operando inicialmente. Uma possibilidade que levantamos foi o fato de Ades não ter encontrado nenhuma oposição explícita à sua fala – a não ser uma breve divergência com as colegas de grupo no início do processo – pode tê-lo feito acreditar na legitimidade do que estava dizendo.

Betty se abriu a possibilidades e mudou o seu jeito de falar ao longo do processo – iniciou produzindo significados geométricos e passou a produzir significados algébricos. Se tornando impermeável às falas que eram produzidas na direção dos interlocutores de Ades.

Betty e Ades, ao que parece, tornaram-se impermeáveis a tudo que estava sendo dito naquela sala de aula, por acreditar na legitimidade de suas produções de significados, operando assim, de modo a não se deixar contaminar, um pela produção de significados do outro, por exemplo.

Por outro lado, a impermeabilidade de Azul parece ser decorrente da não constituição daqueles resíduos de enunciação, presentes em sala de aula, em texto.

Além disso, nossa observação evidenciou ainda que grande parte dos alunos como Azul, começou produzindo significados a partir do que lhes eram familiares e não foram muito longe falando. Talvez, pelo fato de, como comentamos anteriormente, não constituírem aqueles resíduos de enunciação em texto ou por não acharem legítimo dizer algo na direção, por exemplo, dos interlocutores de Betty.

Nossa conclusão, baseada em nossas observações foi de que existem vários caminhos que levam à impermeabilização no processo de produção de significados; ou por acreditar na legitimidade do que se diz; ou por entender que não há por que dizer de outro jeito; ou por não poder produzir significados em outras direções – por estar, naquele momento, frente a um limite epistemológico –, ou ainda, por entender que não seja legítimo falar naquela direção. Porém, novos estudos deverão ser conduzidos para um melhor entendimento do processo de impermeabilização.

REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. 10. ed. Campinas, SP: Papirus, 1995. 128 p. (Série Prática Pedagógica).
- BOGDAN, R. & BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos**, 1994. Traduzido por Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, coleção Ciências da Educação., original em língua inglesa de 1991,. p.336.
- LEONTIEV, A. N. **O Desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, sd.
- LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia y personalidad**. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1984.

LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa. **Revista da Educação Matemática da SBEM-SP**. Ano 1, n.1, 1993, p.75-91.

LINS, R. C. Campos semánticos y el problema del significado en álgebra. **UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, n.1, , jul., 1994, p.45-56.

LINS, R. C. Luchar por la supervivencia: la producción de significado. **UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, n.14, out., 1997a, p.39-46.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997b. (Perspectivas em Educação Matemática).

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. (Seminários e Debates). p.75-94.

LINS, R. C. et al. Of course IR^3 is blue! Developing an approach to turn a mathematics course into a mathematics education course. In: **International Conference an the teaching of mathematics**, Heronissos – Creta – Grécia. Proceedings of the Second International Conference an the Teaching of Mathematics, jul. 2002, 1 CD–Rom.

SILVA, A. M. **Uma análise da produção de significados para a noção de base em álgebra linear**. 1997. 163p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro.

SILVA, A. M., LINS, R. C. An analysis of the production of meaning for the notion of basis in linear algebra. In: International Conference an the teaching of mathematics, 2, Heronissos – Creta – Grécia. **Proceedings of the Second International Conference an the Teaching of Mathematics**, jul. 1, 2002, CD–ROM.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. 2003, 243p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

5

CONTRIBUIÇÕES DO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS (MCS) EM PRÁTICAS EDUCATIVAS INVESTIGATIVAS QUE FOCAM QUESTÕES SOCIOAMBIENTAIS E NA ANÁLISE DO CONJUNTO DA PRODUTIVIDADE TÁTICA E SUA INTEGRAÇÃO ESTRATÉGICA, EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Rodolfo Chaves

INTRODUÇÃO

Este capítulo foi produzido a partir da tese de doutorado “*Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?*” (CHAVES, 2004), orientada pelo Professor Romulo Campos Lins, idealizador do Modelo dos Campos Semânticos e defendida em 17 de dezembro de 2004, junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, da Unesp, campus Rio Claro.

Chaves (2004) apresenta elementos que permitem reflexões a respeito das relações poder-saber, no que classifica como Ensino Tradicional de Matemática (ETM), aponta ainda consequências dessas relações no ensino e principalmente no que dizem respeito à Matemática quando apresentada como um discurso ou uma possível ferramenta de leitura do mundo.

Este texto, além das relações de poder-saber, também dispõe sobre dispositivos advindos de tais relações que se põem diante do desenvolvimento de práticas educativas constituídas a partir de cenários investigativos, com o propósito de intervir em problemas

socioambientais locais. Tais práticas são apresentadas, a partir de um viés epistemológico libertário, como forma de afrontamento e desestabilização aos dispositivos de controle do ETM, que serve à pedagogia panóptica (de controle) e à ideologia do capital, defensoras de uma educação voltada para o consumo. Os objetivos das práticas aqui defendidas são: estrategicamente, subverter o que está posto pelo modelo panóptico de educação; taticamente, pensar globalmente e agir localmente, intervindo em problemas locais para minimizar os impactos socioambientais que degradam o planeta e nos submetem a valores, preconceitos e discursos de submissão e não-liberdade. Mais do que um grito em prol da liberdade, as práticas propostas visaram romper com valores que nos atrelam ao instinto de rebanho, comprometendo-se com a possibilidade de se produzir conhecimentos em prol da liberdade enquanto fim. O respeito à vida, ao indivíduo, ao coletivo e, conseqüentemente, ao meio ambiente são princípios balizadores deste trabalho, da mesma forma que o afrontamento ao autoritarismo.

O procedimento metodológico adotado foi o *conjunto da produtividade tática e sua integração estratégica*, apresentado em Foucault (2001a) e, dentre outras, possui como características básicas: (i) identificar e analisar estratégias de controle, mecanismos disciplinares e regulamentadores do indivíduo e da população como uma característica da sociedade moderna; (ii) realizar uma análise do poder focando os alicerces concretos e históricos de seus procedimentos para construir uma analítica do poder exercido sobre os sujeitos do ambiente escolar, para que estes não tomem mais a pedagogia panóptica como modelo.

Chaves (2004) utilizou o referido *conjunto* para discutir as relações de poder-saber que, por vezes, fixa(va)m as pessoas a concepções

positivistas no ensino da Matemática, como forma de exclusão social.

Tal conjunto também

[...] identifica e analisa estratégias de controle, mecanismos disciplinares e regulamentadores do indivíduo e da população como uma característica da sociedade moderna e realiza uma análise do poder focando os alicerces concretos e históricos de seus procedimentos para construir uma analítica do poder exercido sobre os sujeitos (CHAVES, 2004, p. 113).

Para dar conta das análises, ao utilizar o *conjunto da produtividade tática e sua integração estratégica*, pautamo-nos em algumas ideias relativas ao Modelo dos Campos Semânticos (MCS).

A pesquisa que originou a tese (CHAVES, 2004) foi iniciada em janeiro de 2001 e, no ambiente escolar, o contexto histórico em que vivíamos era de incertezas em relação à utilização dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) e de como implementaríamos em nossas práticas educativas os temas transversais (TT), voltados à compreensão e à construção de práticas sociais e dos direitos, mas também com relação a responsabilidades, referentes à coletividade e ao indivíduo. Tudo era novo e diferente. A começar que os TT se constituíam como assuntos a serem tratados interdisciplinarmente e por isso perpassariam todas as áreas do conhecimento, como temas vividos pela coletividade, pelos alunos e educadores em seus cotidianos.

A questão que causava insegurança a todos no ambiente escolar era: como tratar *ética, meio ambiente, saúde, trabalho e consumo, orientação sexual e pluralidade cultural* de forma não autônoma, mas como temas que percorressem todas as áreas do conhecimento? Inclusive pela Matemática, que historicamente preocupava-se substancialmente com

as questões relativas à (e para a) Matemática. Como falar de inclusão, a partir de uma disciplina que por muito tempo foi dispositivo de controle, exclusão e retenção? Como trabalhar na direção da ampliação dos *significados* legítimos na rua e não na substituição desses pelos *significados* produzidos na escola (LINS, 1999)? Como levar em conta as necessidades da rua sem negligenciar a relevância dos *significados* matemáticos (LINS; GIMÉNEZ, 1997)?

Pois bem, fruto de ações como professor, mas também ativista ambientalista, optamos por trazer para o chão da sala de aula de Matemática a discussão de questões socioambientais. Para tal, optamos por trabalhar com escolas de Educação Básica no entorno da Reserva Jacaranema, uma Área de Proteção Ambiental (APA) localizada em Vila Velha – ES, tendo como parceira a Organização Não Governamental (ONG) Amabarra e o curso de Licenciatura em Matemática da Unesp / Rio Claro, que nos contemplou com bolsistas de iniciação científica para o planejamento e desenvolvimento de ações. As práticas educativas desenvolvidas possuíam perspectiva interdisciplinar na qual contamos com a participação de professores e alunos do segundo segmento do Ensino Fundamental, além dos licenciandos da Unesp / Rio Claro participantes.

Nosso trabalho de campo envolveu onze escolas públicas no entorno da APA Jacarenema, mas aqui focaremos o trabalho desenvolvido em uma das escolas, a que estava mais próxima à APA, localizada em uma comunidade na qual passamos grande parte de nossa infância, adolescência e fase adulta.

Por uma questão de recorte e limitação de espaço, neste texto trataremos apenas alguns recortes de nossa pesquisa.

O PORQUÊ DA PESQUISA

A partir do que expusemos em relação ao momento histórico vivido nas escolas relativo à implantação dos PCN e às propostas de trabalho com os TT, as análises advindas de Chaves (2004), pautadas no *método da leitura* compatíveis às propostas do MCS, foram frutos da verificação de possibilidades de impedimentos ou viabilizações que levavam o professor de Matemática a desenvolver as práticas educativas voltadas exclusivamente às Matemáticas (Acadêmica e Escolar), a assumir discursos mantenedores ou desestabilizadores do ETM, não como procedimento didático, mas como ação política, cujo dispositivo de controle é o da meritocracia, da fixação de castas, que oportuniza ascensão social às classes mais abastadas, rechaçando os menos favorecidos economicamente e as minorias.

A partir da compreensão de que a sala de aula se configura como um lugar privilegiado para confrontar valores e certezas cristalizadas, opusemo-nos a quaisquer instrumentos de controle e manutenção próprios da pedagogia panóptica, que preconiza o instinto de rebanho, sujeita os indivíduos e coloca o aluno como coadjuvante nos processos de ensino. O objetivo foi identificar, denunciar e se contrapor a esses dispositivos de controle. Utilizamos como estratégia a implementação de práticas educativas investigativas (PEI) (CHAVES, 2004; 2005) voltadas às situações locais envolvendo o aluno e utilizando a Matemática como uma possível ferramenta de leitura de mundo. A disciplina deve ser entendida como um conjunto de discurso (LINS, 1993) que possibilite ao aluno produzir conhecimentos que lhe permitam intervir nas situações locais, com o propósito de operar possíveis transformações nos quadros socioambientais apresentados.

O dispositivo tático adotado foi o da produção de conflitos, incertezas e confrontos que propiciassem, segundo nosso referencial, uma possível produção de conhecimentos que se contrapusessem às verdades impostas pela produção de verdades que minimizavam, ocultavam ou mascaravam os problemas que permeavam as questões socioambientais. A fome, o desemprego, a prostituição infantil, as injustiças sociais, ícones dessas questões, mas também as diversas formas de poluição aos mais distintos e diversos ecossistemas produzidos pela especulação e pelo consumismo desenfreado que alimentam o sistema mantenedor desses problemas.

O HABITAT E OS ALICERCES EPISTEMOLÓGICOS DA PESQUISA

O cenário do estudo foi construído em escolas de Ensino Fundamental do entorno da Reserva Jancarenema, uma APA, formada por restinga, rio, mar, corais rochosos, mangue e morros. Nossa (pesquisador e licenciandos da Unesp) inserção nessas escolas ocorreu por intermédio de ações educativas a partir da ONG Amabarra.

Os atores foram alunos do segundo segmento do Ensino Fundamental, bem como seus professores, que participaram das PEI desenvolvidas e de um grupo de três licenciandos em Matemática, da Unesp / Rio Claro, a partir de seus projetos de iniciação científica.

As intervenções foram planejadas segundo uma perspectiva interdisciplinar (JAPIASSU, 1976), tomando como parâmetro a proposta do urbanista, pai da Educação Ambiental, Patrick Geddes (1854-1923), e defendendo que

[...] um aluno em contato com a realidade do seu ambiente desenvolve atitudes criativas em relação ao mesmo, cabendo aos professores

desempenhar o papel de **interlocutores** de uma educação que incorpore uma análise da realidade **socioambiental** opondo-se àquela em que o aluno é levado a ignorar as consequências dos seus atos (CHAVES, 2004, p. 81-82, destaques do original).

Tais intervenções pautaram-se nos princípios norteadores de PEI (CHAVES, 2004; 2005) que não se restringem ao ambiente da sala de aula; partem de ambientes e cenários investigativos onde há, por parte dos professores, o compromisso de estimular a curiosidade e a espontaneidade de pensamentos e de ações. “Uma *prática educativa é investigativa* por agregar os indivíduos envolvidos no processo em torno da resolução de um problema local, desenvolvida a partir das dúvidas e das incertezas que venham a surgir ao longo do processo” (CHAVES, 2005, p. 128, destaques do original).

Os princípios norteadores encontram-se no seguinte *heptálogo*:

O princípio da *liberdade de expressão* — pertinente ao professor; consiste em deixar que o aluno fale, produza incertezas e discuta o “erro” como forma de propiciar a construção de novos aprendizados.

O princípio da *ordem natural* (primeiro surge o problema e depois o instrumental para enfrentá-lo) — consiste em permitir que o conteúdo surja a partir da necessidade de se obter respostas para a situação que se está investigando.

O princípio *colaborativo* — consiste em assinalar o tipo de interferência que o professor realiza nos grupos. Sua participação é fundamental na organização do processo, o que não significa que ele deva centralizar informações, nem tampouco que deva passá-las aos alunos como algo pronto e acabado [...].

O princípio da *integração* — consiste em facultar que ocorra uma discussão conjunta com diversas áreas do conhecimento, não se tratando mais de um trabalho de Matemática. Não é a Matemática que está no centro do processo, mas a possibilidade de desestabilizar uma inércia, intervindo localmente

[...]. Com a integração, o foco central não é a Matemática, mas a busca da resolução de um problema presente, em que a Matemática é uma das ferramentas no processo.

O princípio da *intervenção* — é estratégico, consiste em implementar uma PEI voltada para situações locais que envolvam o aluno e o seu habitat (escola, comunidade, família etc.), de tal forma que ele possa utilizar a Matemática como uma ferramenta [...] que lhe permita intervir nestas situações locais, com o propósito de operar possíveis transformações nos quadros socioambientais apresentados.

O princípio do *dispositivo tático* — consiste em desenvolver a produção de conflitos, incertezas e confrontos que propiciem a construção de conhecimentos para se contrapor às verdades impostas pela produção de conhecimentos que minimizam, ocultam ou mascaram os problemas típicos das questões socioambientais existentes.

O princípio da *liberdade* enquanto fim — como expressão genuína da criatividade e da espontaneidade dos indivíduos no processo de aprendizagem [...] A liberdade, somada à criatividade e à espontaneidade de alunos e professores, permite que aflore a dinâmica de auto-organização e de auto responsabilização no processo de aprendizagem dos múltiplos saberes, e essas são pilares que orientam o comportamento dos envolvidos em uma PEI no sentido de aprendizados integrados, opondo-se à fragmentação curricular e também ao enrijecimento de programas e currículos (CHAVES, 2005, p. 120-130, destaques do original).

Todas as práticas foram planejadas e desenvolvidas conjuntamente com os professores e licenciandos, atores da pesquisa.

Em Chaves (2004), para pôr em curso o *conjunto da produtividade tática e sua integração estratégica*, foi adotado o *método de leitura* pertinente ao MCS, focando um procedimento de *leitura global* (dos atores no interior de uma atividade) e um procedimento de *leitura local* (relativa às falas dos indivíduos em um processo de interação face a face) (SILVA, 2003) de *resíduos de enunciação* dos atores. Neste

nosso capítulo, por uma questão de limitação de espaço, apresentaremos apenas algumas *leituras globais*.

Implicitamente, para o desenvolvimento das práticas propostas e para a análise a partir do *conjunto da produtividade tática e sua integração estratégica*, trabalhamos com algumas ideias relativas ao MCS. Essas ideias foram:

Processo de descentramento – que se refere à tentativa de “[...] mudar de lugar no mundo, mudar de *interlocutor* [...] seria falar em outra direção para ver se existe alguma, na qual aquelas coisas são legítimas, ou seja, que elas podem ser ditas” (VIOLA DOS SANTOS; LINS, 2016, p. 337, destaques do original).

Processo de estranhamento – é aquele no qual ocorre:

[...] de um lado, aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito. Esta é a característica fundamental do processo de estranhamento, um processo que pode ser visto da primeira série do Ensino Fundamental em diante (LINS, 2004, p. 116).

Limite epistemológico – refere-se à “[...] impossibilidade do sujeito produzir significado para o resíduo de uma enunciação numa certa direção devido a sua maneira de operar” (SILVA, 2012, p. 88).

Processo de impermeabilização – no qual “os alunos são levados a não compartilharem novos interlocutores em situação de interação face a face, diferente daqueles para o qual eles estavam voltados; de não se propor a produzir significados numa outra direção” (SILVA, 2012, p. 79).

Significado – é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o que poderia ser dito, mas o que efetivamente é dito por alguém no interior de uma atividade (LINS; GIMÉNEZ, 1997). Um

significado pode ser enunciado de uma pessoa a outra através do uso de algum elemento intermediário como, por exemplo, linguagens, gravuras, gestos, organização de objetos, padrões etc. (LINS, 2012; LINS; GIMÉNEZ, 1997). Já “objeto é aquilo para o qual se produz significado” (LINS, 2012, p. 28), ou “‘algo’ do qual o sujeito pode falar a respeito” (SAD, 1999, p. 126, destaque do original). *Produzir significado* é, então, “[...] falar a respeito de um objeto” (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 145-146). Para Lins, em seus termos, a “[...] produção de significado é o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana” (LINS, 1999, p. 86).

Autor-Texto-Leitor – à luz do MCS para *produzir significado* há de considerar essa tríade, essa inter-relação entre os sujeitos *autor* e *leitor*, envolvendo o objeto *texto*. Esses três elementos são constitutivos em um processo comunicativo, cuja *enunciação* é produzida pelo *autor* que fala na direção de um *leitor*. O que é dito constitui-se como um *texto* e o que é compreendido/externado constitui-se como outro *texto*. A partir do momento que um *leitor* ocupa o lugar de um *autor*, ele *produz significado* a partir de *resíduos da enunciação*:

O autor produz uma enunciação, para cujo resíduo o leitor produz significado através de uma outra enunciação, e assim segue. A convergência se estabelece apenas na medida em que compartilham interlocutores, na medida em que dizem coisas que o outro diria e com autoridade que o outro aceita. É isto que estabelece um espaço comunicativo; não é necessária a transmissão para que se evite a divergência (LINS, 1999, p. 82).

Resíduos de enunciação – um *resíduo de enunciação* é “Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém [...]. Um resíduo de enunciação não é nem menos, nem mais importante que uma

enunciação: ele é *de outra ordem*” (LINS, 2012, p. 27, destaques do original).

Estipulações locais – “[...] são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação” (LINS, 2012, p. 26).

Interlocutor e legitimidades – *interlocutor* é um ser cognitivo, não um ser biológico, uma direção na qual se fala. Interlocutores são *legitimidades* e, portanto, diriam o que dizemos e aceitariam a justificação que nos autoriza a dizer o que dizemos e assim “[...] o que internalizamos, nos processos de humanização e do que se costuma chamar de desenvolvimento intelectual, são interlocutores, são legitimidades” (LINS, 2012, p. 20). *Legitimidade*, “Aplica-se (ou não) a *modos de produção de significado*” (LINS, 2012, p. 21, destaques do original). No MCS consideramos *modos de produção de significado* como “‘*campos semânticos idealizados*’ que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se, o que dizem, é legítimo ou não” (LINS, 2012, p. 29, destaques do original).

Leitura à luz do MCS – é posta como a contraposição a uma leitura pela falta e com ela objetivamos o compartilhamento de um espaço comunicativo, que “é o processo de interação no qual interlocutores são compartilhados” (LINS, 2012, p. 24).

[...] Trata-se de saber de que forma uma coerência se compõe na fala de uma pessoa, num livro, e assim por diante, e não de, *em meus termos*, dizer que aquela fala indica falta de informação, ou de reflexão, ou isso ou aquilo [...] é útil nas situações de interação, como são (ou deveriam ser) todas as situações envolvendo ensino e aprendizagem (LINS, 2012, p. 23, destaques do original).

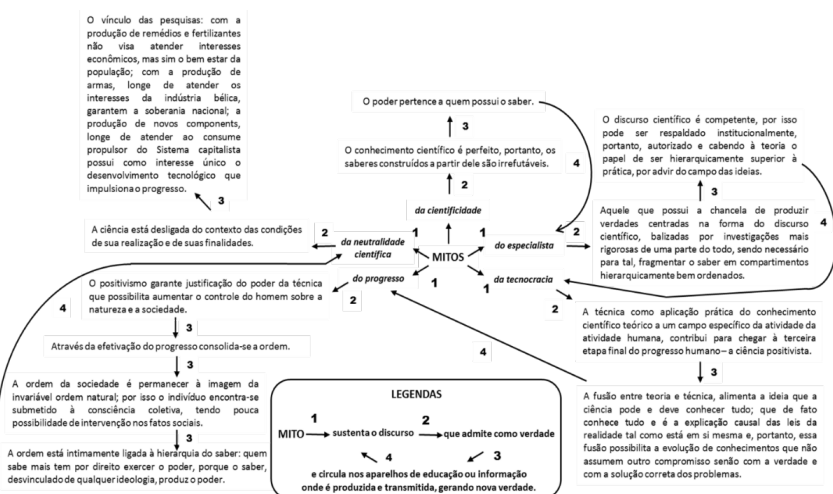
Ao realizar uma *leitura* de tal natureza objetivamos

[...] saber *onde o outro (cognitivo) está* [...] para supormos o que este estava pensando e, daí, analisar se pensamos da mesma forma ou não na tentativa de fazer com que se interesse em saber como pensamos (LINS, 2012, p. 23-24, destaques do original).

Ainda no que tange ao método de *leitura* adotado, Silva (2003) destaca que, ao adotarmos tal processo, é fundamental considerarmos dois elementos centrais: (1) *a constituição e a transformação de objetos*; (2) *o processo de nucleação*.

Ao adotarmos essas *leituras*, procuramos romper com mitos positivistas (figura 1) que auxiliam na fixação da pedagogia panóptica e, portanto, na manutenção do *efeito Dolly* e do ETM.

Figura 1: Como os mitos positivistas são produzidos



Fonte: Chaves (2004, p. 104)

Dessa forma, para nós, *leitura*, à luz do MCS, é um procedimento que possibilita-nos ler o aluno, na tentativa saber de onde ele fala,

porquê fala e em que direção fala. Tal procedimento possui algumas características gerais, das quais destacamos como essencial a *produção de significados* dos atores de pesquisa (SILVA, 2003; LINS, 2012; HENRIQUES; SILVA, 2019). Vale ressaltar que uma leitura de tal envergadura refere-se ao “[...] interesse de entender o que as pessoas dizem e por que dizem” (SILVA, 2003, p. 10).

Essas ideias centrais do MCS foram importantes para que pudéssemos realizar *análises da produção de significados* no desenvolvimento de atividades. Destacamos alguns elementos que constituem as noções de categorias identificados para a realização desse tipo de análise:

Constituição de objetos – anteriormente caracterizamos o que entendemos por objeto, segundo o MCS.

Formação de núcleos – “O núcleo de um campo semântico é constituído por estipulações locais, que são localmente, verdades absolutas, que não requerem localmente justificação” (LINS, 2012, p. 26). Em outro texto, que aborda questões relativas ao MCS, observamos que

Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação “realista” ou ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai ser produzido significado, seja para que texto for (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 144, destaques do original).

Fala na direção de interlocutores – ao falarmos de interlocutores não nos referimos a pessoas, mas à direção na qual se emite uma enunciação.

Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que

me autoriza a dizer o que estou dizendo. O interlocutor é um ser cognitivo, não um ser biológico (LINS, 2012, p. 19).

Legitimidades – já explicitado anteriormente.

Conhecimento produzido – No MCS consideramos conhecimento como “[...] uma crença-afirmação junto com uma justificação que me autoriza a produzir aquela enunciação: conhecimento é algo do domínio da enunciação; sempre há um sujeito do conhecimento (e não do conhecer)” (LINS, 1999, p. 88). Tal concepção nos coloca em posição diametralmente oposta às defendidas pelo positivismo comteano, pois para nós o “real” o “verdadeiro” são fugazes, por entendermos que, “Como consequência de ser enunciado na direção de um interlocutor, e de ter mesmo sido produzido, todo conhecimento é verdadeiro. Isto não quer dizer que aquilo que é afirmado seja ‘verdade’” (LINS, 2012, p. 21, destaques do original).

As ideias do MCS apresentadas, bem como a dinâmica para análise da produção de significados, possibilitaram adotarmos o procedimento metodológico denominado *conjunto da produtividade tática e sua integração estratégica*, apresentado em Foucault (2001a), em que pautamos em algumas de suas características básicas (identificar e analisar estratégias de controle, mecanismos disciplinares e regulamentadores do indivíduo e do coletivo como uma característica da sociedade moderna; realizar uma análise do poder focando os alicerces concretos e históricos de seus procedimentos para construir uma analítica do poder exercido sobre os sujeitos) para analisarmos os efeitos de possíveis implementações de PEI com foco em questões socioambientais, a partir de nosso referencial. Dessa análise, assim como em Foucault (2001a), elencamos algumas proposições gerais a respeito

do que estava em jogo, do método, do domínio percorrido e, das periodizações admitidas como provisórias. Tais proposições gerais, que à luz do MCS constituímos como núcleos, foram:

(1º) *A incitação aos discursos* – ao identificarmos e discutimos a presença: da censura; de níveis do discurso e de seus domínios; da multiplicação dos discursos; do policiamento dos discursos; da interdição de certas palavras e ações; da produção de efeitos específicos sobre as PEI propostas e as questões socioambientais trabalhadas; de mecanismos de poder para cujo funcionamento o discurso sobre o ETM passou a ser essencial; da formulação de um discurso sobre as PEI que não seja o da moral ou da paixão; do discurso autorizado; da imposição do silêncio.

(2º) *A implantação perversa* – ao identificarmos e discutirmos a presença: da exaltação aos mitos positivistas do especialista (figura 1) e do discurso neutro; da caça às propostas educacionais que tomam como modelo PEI; da superação de velhas interdições.

(3º) *O que está em jogo* – ao identificarmos e discutirmos a presença: do que Foucault (2001a) caracterizou como relação negativa; de uma instância da regra; de um ciclo de interdição.

Devido à limitação de espaço não abordaremos todos esses núcleos, discutiremos apenas alguns.

ALGUNS RESULTADOS

O USO DO MCS NO DESENVOLVIMENTO DE PEI

Ao apresentarmos a proposta de desenvolvimento de PEI voltadas a questões socioambientais nas escolas identificamos, a partir de uma *leitura*, que os alunos compartilharam espaços comunicativos conosco e com o coletivo e, portanto, *produziram significados* relativos: (i) às ideias matemáticas apresentadas como ferramentas que lhes possibilitaram

alguma leitura do mundo; (ii) à Matemática como uma possibilidade lúdica e possível de intervir em questões socioambientais locais; (iii) à relevância de trabalhar coletivamente para intervir em questões socioambientais que lhes atingem.

Os alunos estiveram mais abertos – em *processos de descentramento* – no que se refere à utilização da Matemática como ferramenta de leitura e intervenção, *produzindo significados* à ideia de que a Matemática não se restringe à prática de “realizar contas” e a aplicar algoritmos, como apresentado em Lins e Giménez:

Tudo indica que na escola interessa mesmo é que apliquemos “o” algoritmo, e de forma precisa. Por fim, na escola, números não são números de nada, a não ser em “problemas com história”, e no fim termina-se mesmo pedindo que os alunos se esqueçam da história e “pensem na matemática” (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 15-16, destaques do original).

À luz do MCS podemos dizer que a Matemática como forma de leitura, como um discurso (LINS, 1993), caracterizou-se como um *modo de produção de significado* e, portanto, como algo *legítimo* a esses atores.

Entendemos que *limites epistemológicos* foram rompidos naturalmente, pelo fato de adotarmos ideias matemáticas como consequência e não como causa; isto é, rompemos com os dispositivos de controle de uma pedagogia panóptica – que privilegia a linearidade e a rigidez de conteúdos programáticos, ou tabelionato curricular, como apresentado em Chaves (2004) – ao tomarmos como pressuposto a proposta de Patrick Geddes – já citada –, focando o indivíduo, o coletivo e o meio, a partir das intervenções em questões socioambientais e as ideias matemáticas como ferramentas para intervir nessas questões, como protagonizado nos moldes das PEI.

No que se refere aos professores, coautores e participantes de nossas intervenções, verificamos que alguns compartilharam espaços comunicativos, participaram em todas as etapas das atividades (planejamento, elaboração, discussão, aplicação, avaliação e replanejamento) e estavam ávidos por transformações e transvalorizações. Esses atores, portanto, também elencaram a Matemática escolar como forma de discurso, de leitura e de intervenção em questões socioambientais como um *modo de produção de significado* e, assim, como algo *legítimo*. Identificamos que tais atores queriam romper com os dispositivos de controle imputados a partir do ETM. Alguns desses dispositivos foram:

- (i) romper com aulas expositivas, pautadas em uma pedagogia diretiva, onde o professor fala e induz, enquanto o aluno passivamente escuta e acata;
- (ii) utilizar a Matemática como uma ferramenta prática, que pudesse despertar motivação no aluno, por convergirem com a ideia a seguir:

A aritmética escolar, hoje, embora plenamente justificada do ponto de vista dos significados matemáticos, parece não levar em conta necessidades da rua, embora muitas vezes se diga que sim. É preciso insistir que, embora os significados matemáticos sejam relevantes como parte do repertório das pessoas comuns, o que se constata é que mesmo especialistas da matemática ou da física, por exemplo, usam em seu cotidiano da rua métodos que não são os da matemática escolar (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 16).

- (iii) Trabalhar *uma* Matemática, diferente da acadêmica e da escolar (nos moldes do ETM), rompendo com os mitos positivistas da neutralidade, da tecnocracia e da cientificidade (figura 1), com o controle de corpos, caracterizados, por exemplo, pela disposição matricial das salas de aula, pela rigidez de apresentação de conteúdos programáticos (tabelionato curricular), pela ideia de universalidade da Matemática.

No que se refere à vontade de trabalhar *uma* Matemática, diferente dos moldes impostos a partir do ETM, verificamos que tal vontade converge com algumas ideias presentes ao MCS; isto é, verificamos que esses atores também operavam em um campo semântico considerando que

[...] o problema do educador matemático não pode ser simplesmente o de fazer com que as pessoas tenham sucesso nesse mundo – a matemática escolar – que não sobrevive a dez minutos sozinha na rua, mas essa situação tem raízes profundas, e até no discurso que supostamente a discute ela se mostra dominante: quantas vezes – e com veemência! – são pronunciadas as palavras mágicas “é preciso trazer a realidade para as salas de aula”. Mas essa frase não parte exatamente do pressuposto de que a escola não é realidade? O problema com esse pressuposto *ignorado* é que a idéia (*sic*) de trazer a rua para a escola transforma-se na idéia (*sic*) simplista de usar as coisas da rua para ajudar a fazer com que os alunos aprendam *a matemática da escola*, isto é, os significados não-matemáticos são vistos como degraus na escada que “sobe” em direção aos significados matemáticos (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 18, *ipsis litteris*, destaques do original).

Por tal espectro, os atores professores passaram a assumir como legitimidade uma ideia preconizada por Lins, no que se refere à sua visão em relação à Educação Matemática:

[...] meu projeto, sustentado no MCS, trabalha naturalmente na direção da *ampliação dos significados que são legítimos na rua*, e não na substituição da rua pela escola. Diversos projetos de Etnomatemática trabalham na mesma direção (LINS, 1999, p. 92, destaques do original).

Os professores, atores, parceiros e coautores de nossas intervenções, mesmo chancelado pelos PCN e TT, quando procuraram usar suas aulas para implementar PEI voltadas às questões

socioambientais, nos moldes que propusemos, tiveram seus discursos censurados. A *censura*, assim como a *interdição* ou *palavra proibida*, a *separação* ou *segregação*, a *rejeição* e *separação permanente* e a *vontade de verdade*, fazem parte dos sistemas de exclusão do discurso, segundo Foucault (2000b). Vejamos um exemplo de PEI desenvolvida nos moldes supracitados.

Figura 2: Uma PEI desenvolvida

Título:	“Compostagem de material orgânico no espaço escolar”.
População envolvida:	Alunos de 5ª série do ensino fundamental e seus respectivos professores de Geografia, Ciências e Matemática.
Localidade:	Vila Velha – ES.
Período de execução:	Agosto a novembro de 2002.
Carga horária:	128 horas.
Questão socioambiental focada:	Reaproveitamento de materiais orgânicos produzidos no espaço escolar e construção e manutenção de composteiras para produção de adubo orgânico a ser utilizado na horta escolar.

Fonte: Chaves (2004, p. 123).

Essa PEI foi desenvolvida em parceria com alunos, professores e funcionários de uma escola pública de Ensino Fundamental, localizada no entorno de uma APA, com a preocupação de transformar as condições de higiene da escola dando um destino adequado ao lixo orgânico produzido. Alguns dos dados levantados no processo investigativo foram:

Esse é o destino do lixo que produzimos no Brasil: 76% em lixões¹; 13% em aterros controlados²; 10% em aterros sanitários³; 1% é tratado⁴. E o esgoto nosso de cada dia? 50% dos habitantes da rede urbana, no Brasil, não dispõem de rede coletora; mais de 95% do esgoto produzido no Brasil não é tratado – é jogado in natura nos rios e mares [...] (CHAVES, 2004, p. 123).

Identificar criticamente o problema foi uma etapa do processo, mas não a única. A prática política desse processo educacional encontrava-se na sistematização e implementação de propostas que pudessem interferir no problema identificado. Logo, a partir do que foi identificado, partimos para duas linhas de ação: (I) uma voltada à identificação dos principais problemas locais realizando projeções futuras; (II) outra à implementação de propostas que pudessem alterar o quadro vigente no ambiente escolar (*agir localmente*).

Os principais pontos (potencialidades e problemas) levantados foram: (i) a comunidade escolar em questão era extremamente criativa, com um potencial artístico e cultural muito grande; (ii) não havia investimentos dos poderes públicos, que só recorriam à comunidade em épocas de eleições; (iii) o número de crianças, que atuava como catadores de materiais recicláveis — para complementarem a renda familiar — era expressivo no meio sociocultural em questão; (iv) as atividades de pesca artesanal, comum na região, foram reduzidas drasticamente em decorrência da poluição do rio que corta a APA,

¹ “Disposição inadequada de resíduos sólidos pela simples descarga sobre o solo, sem proteção ao meio ambiente ou à saúde pública” (CHAVES, 2004, p. 123).

² “Disposição de resíduos sólidos no solo, sem causar danos à saúde pública e a sua segurança, minimizando impactos ambientais” (CHAVES, 2004, p. 123).

³ “Disposição de resíduos sólidos no solo — particularmente lixo domiciliar — usando critérios e normas técnicas, permitindo uma confinamento segura em termos de controle sustentável de poluição ambiental e proteção à saúde pública” (CHAVES, 2004, p. 123).

⁴ Compostagem, reciclagem, incineração etc.

causada, dentre outras coisas, pela imensa quantidade de lixo e esgoto, *in natura*, lançados diariamente por oito municípios⁵; (v) para mais de 50% dos alunos a merenda escolar representava a principal fonte de alimentação durante todo o dia.

Para desestabilizar o quadro identificado foram propostas diversas ações. Vejamos algumas delas: (a) construção e manutenção de uma horta escolar e criação aves (galinhas e codornas) fornecedoras de ovos para intervir na qualidade nutricional da merenda; (b) construção de uma composteira⁶ para fertilizar a horta, utilizando resíduos alimentares e esterco das aves; (c) construção de bijutérias produzidas a partir de materiais recicláveis (papel, sementes, pigmentos naturais, escama de peixes, penas etc.) em uma oficina montada na própria escola; (d) orientações básicas para coleta, higienização e armazenamento de materiais recicláveis (como latas de alumínio e garrafas PET⁷) para agregar valor às mercadorias vendidas.

No processo de construção das composteiras (figura 3), o primeiro problema encontrado foi determinar as dimensões que pudessem facilitar o trabalho de regar e revirar o composto, uma vez por semana. O segundo ponto seria determinar a quantidade de material produzido semanalmente para calcular a capacidade suporte de cada composteira, o número de composteiras necessário para atender a demanda do material orgânico produzido, a quantidade semanal por categoria de

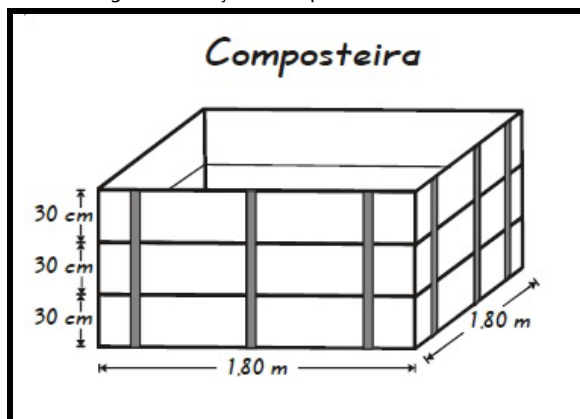
⁵ A comunidade estava localizada no estuário de um rio que cortava oito municípios que, em sua maioria, despejavam, *in natura*, resíduos domésticos e industriais nesse rio.

⁶ Local onde se produz material orgânico a partir da decomposição de cascas de frutas, verduras e legumes, misturados a folhas secas e esterco de animais, para reciclar componentes orgânicos sólidos produzidos na escola.

⁷ **PET (Polietileno Tereftalato)** é um polímero termoplástico, considerado o mais resistente plástico para fabricação de garrafas, frascos e embalagens para refrigerantes, águas, sucos, óleos comestíveis, medicamentos, cosméticos, produtos de higiene e limpeza, destilados, isotônicos, cervejas dentre outros.

cada material a ser reaproveitado etc. Para a resolução destes problemas, realizamos várias práticas que passaram pela produção de conhecimentos produzidos também a partir da Matemática: calcular volumes de sólidos geométricos (recipientes de coleta); determinar o percentual de perda da altura após uma semana de sedimentação do composto, prever a quantidade de material etc.

Figura 3: Esboço de composteiras construídas



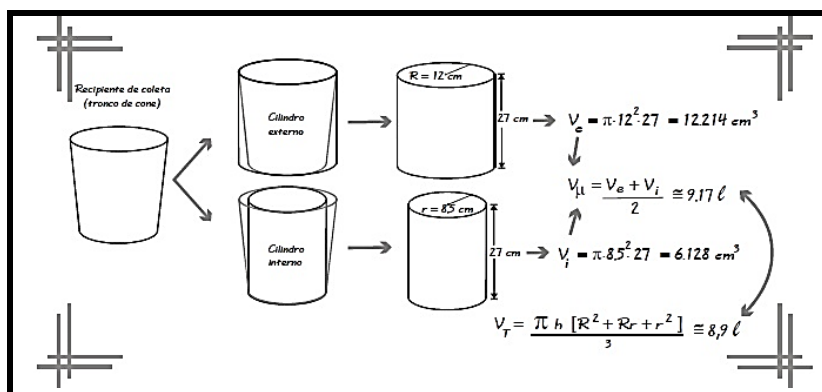
Fonte: Chaves (2004, p. 125).

Para determinar o volume do recipiente de coleta, deparamo-nos com um problema que ia além do que usualmente é trabalhado em turmas de 6º ano (na época 5ª série do Ensino Fundamental), com alunos na faixa etária de dez a treze anos. O artifício utilizado por alunos e professores para que o problema fosse sanado, desencadeou uma série de leituras, estudos e trabalhos que apresentaram resultados satisfatórios, pois a vontade de intervir no problema gerou o engajamento dos atores. Trabalhar no viés do MCS foi fundamental para analisarmos os *significados produzidos* pelos atores e, assim, *minimizarmos limites epistemológicos* que se puseram em curso ao longo do processo.

O recurso adotado para o cálculo do volume do recipiente (tronco de cone) através do volume do cilindro médio, foi encontrado a partir do estudo de um problema de Modelagem Matemática, conhecido por “*Fabricação de ‘pipas’ de vinho: as ‘pipas’ do ‘Seu’ Joaquim*”, em Bassanezi (2002). Se observarmos o resultado encontrado pelo cálculo das médias e o resultado obtido pelo usual processo adotado com alunos de Ensino Médio (figura 4), é possível observarmos que, considerar o volume do recipiente como nove litros, nos dá um bom grau de aproximação. Bom para os atores do processo. Não se tratou apenas de levarmos para uma Matemática escolar uma aplicabilidade da Matemática da rua, como observamos anteriormente ao citarmos Lins e Giménez (1997), mas a possibilidade de mostrar que no mundo real não há essa exatidão que normalmente exigimos em nossas aulas. Vale esclarecer que antecedeu ao cálculo do volume do cilindro: (1) a determinação da razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro⁸ para que produzissem significado a um valor aproximado de π como 3,14; (2) o cálculo da área da circunferência, com outros artifícios, que não cabem no momento.

⁸ Para determinarmos a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência realizamos uma aula de campo na qual, por experimentação, medimos o entorno do caule e o diâmetro de várias árvores na APA. Para tal utilizamos fita métrica, paquímetros (fabricados pelos professores, utilizando madeira e fitas métricas), pranchetas, tabelas, calculadoras etc.

Figura 4: Cálculo do volume do balde



Fonte: Chaves (2004, p. 125).

Tendo em mãos o recipiente e após calcular sua capacidade, outros dados foram analisados. Lançamos alguns questionamentos para observarmos alguns *significados produzidos* pelos alunos. *Será que basta dividir a capacidade da composteira pela capacidade do recipiente para saber quantas vezes deveremos despejar o recipiente na mesma?*

Pelo método usual a resposta mais provável seria

$$\frac{V_C}{V_R} = \frac{2916\ell}{9\ell} = 324 \text{ recipientes.}$$

Porém, esse tipo de procedimento de ensino leva o aluno à aceitação de tal resultado como uma verdade. O conjunto de “verdades” denominado por Foucault (2000a) como “regimes de verdade”, sustentam discursos mantenedores desse tipo de verdade, tal como, “a Matemática é precisa” — combatida por quem trabalha com Modelagem Matemática, cenário investigativo, como em Skovsmose (2000) — que alimenta uma forma de controle para que todos passem a ter a visão singular e universalista de que a precisão do resultado não coloca em

dúvida o fato. O processo de desenvolvimento dos cálculos pode estar “correto”, segundo tal regime de verdade, mas inibe outras *produções de significados* que, como uma teia, envolvem a situação. Os resíduos utilizados (folhas, cascas de alimentos, pequenos gravetos em decomposição, terra, capim, esterco etc.) eram despejados diariamente, e a cada camada acrescida realizava-se uma compactação proveniente de componentes como ação da gravidade, massa, densidade etc. A cada semana o material era regado pelo menos uma vez, o que alterava a compactação devido à proliferação de fungos, ao volume de água e à produção de chorume. Mas também era remexido, alterando mais uma vez a disposição do material, interferindo na altura de matéria orgânica. *Como chegar a um resultado o mais próximo possível da realidade para saber a capacidade de suporte da composteira, tanto em relação ao volume, quanto em relação ao tempo total de preenchimento?*

Para responder a tal pergunta, voltamos a discutir e a elaborar novas ações, nesse processo dinâmico de investigar um problema que interferia nas ações que deveriam ser desenvolvidas para, pelo menos, chegarmos próximo a nossos objetivos. Para responder à questão anterior, buscamos dados em uma tabela (figura 5) que, na concepção dos alunos seria mais útil.

Figura 5: Planilha de dados das composteiras

Quantidade de recipientes

Mês _____ ano: _____ Semana: de _____ a _____

	<i>Segunda</i>	<i>Terça</i>	<i>Quarta</i>	<i>Quinta</i>	<i>Sexta</i>	<i>Aluno - turma</i>
<i>Esterco</i>						
<i>Folhas</i>						
<i>Cozinha</i>						
<i>Pátio</i>						
<i>Terra</i>						
<i>Manguezal</i>						
<i>Serragem</i>						
<i>Cal</i>						

Altura do composto na composteira: antes de regada _____
depois de regada _____
% de massa reduzida _____

Fonte: Chaves (2004, p. 127, *ipsis litteris*)

Pode-se imaginar a riqueza de situações que emergem da questão? Observe que não nos referimos à “beleza de um conteúdo matemático”, mas à pluralidade de caminhos a perseguir em busca da resolução de um problema concreto que envolve coleta de dados e não se restringe a aplicação de algoritmos.

O processo utilizado seguiu da simples confecção e preenchimento de uma tabela, à estimativa de situações que possibilitaram outras ações educativas intervencionistas, com uso de informações que passavam pela utilização de ideias matemáticas, como ferramenta. Com tal procedimento procuramos colocar em curso o que fora apresentado em Lins e Giménez (1997, p. 18) por “problema do educador matemático” – já citado anteriormente – e também em Lins, quando defende um projeto, sustentado no MCS, que “trabalha naturalmente na direção da

ampliação dos significados que são legítimos na rua, e não na substituição da rua pela escola” (LINS, 1999, p. 92, destaques do original).

Tomar o MCS como solo epistêmico nessa PEI nos possibilitou aprendermos a ouvir os alunos, a exercitarmos a vontade de compartilhamento de espaços comunicativos, de rompermos com limites epistemológicos, de intervirmos em questões locais e, sobretudo, de trabalharmos na “*ampliação dos significados que são legítimos na rua, e não na substituição da rua pela escola*” (LINS, 1999, p. 92, destaques do original).

O USO DO MCS PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONJUNTO DA PRODUTIVIDADE TÁTICA E SUA INTEGRAÇÃO ESTRATÉGICA

Adotando as ideias do MCS colocamos em curso o conjunto da *produtividade tática e sua integração estratégica* para realizarmos nossas análises. A partir destas, identificamos a necessidade de afrontarmos o *modus operandi* do ETM, a pedagogia panóptica e seus dispositivos táticos — que defendem a aceitação objetiva de ideias acabadas como se o conhecimento se produzisse linearmente através da aceitação — e, para tal, adotamos PEI baseadas na ideia de que o conhecimento é produzido a partir do confronto de valores e do confronto com os instintos de rebanho. Assim, parafraseando Matos (1995), em sua leitura da análise weberiana do capitalismo e da unificação do valor de troca, do mercado e do dinheiro, e, associando a ideia de dinheiro com a pedagogia panóptica, de mercadoria com o tipo de saber referendado por esta pedagogia, de capital com a burocracia e com as práticas cartoriais, de lei do valor com as ideologias e os mitos que sustentam esses tipos de saber, observamos que:

[...] a onipotência e a onipresença da **pedagogia panóptica e do ETM** transformam os agentes sociais em seres passivos, determinados pelo poder e pela lógica da circulação dos **tipos de saber** referendados por **esta pedagogia** e do acúmulo da **burocracia e das práticas cartoriais**. O homem se converte em mero agente das ideologias e mitos que sustentam esses **tipos de saber**. Essa racionalização destrói a relação direta entre os indivíduos: o contato direto é o dos **tipos de saberes** referendados por esta **pedagogia**, mediado pelo homem. O homem é transformado e reduzido a estatuto de coisa [...] os **tipos de saberes** referendados pela **pedagogia panóptica e pelo ETM** passam a ser ativos e o indivíduo se isola e se fragmenta pela divisão social do trabalho. E mais: a especialização do trabalho e sua automação reduzem o homem a um apêndice da máquina, fazendo-o repetir o mesmo gesto, vazio de significado (MATOS, 1995, p. 17-18, paráfrase).

A partir de uma releitura de Tragtenberg (1985) entendemos que a vigência e a hegemonia desse tipo de pedagogia, reduzem e nivelam cada indivíduo à categoria de mero consumidor compulsivo, que privilegia – dentre outras coisas – as desigualdades sociais, reduz a escola a espaço disciplinar na qual “[...] os efeitos do poder se multiplicam devido à acumulação cada vez maior de novos conhecimentos adquiridos a partir da entrada dos indivíduos no campo do saber [...]” (TRAGTENBERG, 1985, p. 40-45).

Como afirmamos anteriormente, os atores, parceiros e coautores de nossas intervenções, mesmo chancelados pelos PCN e TT, ao implementarem, em suas aulas de Matemática, PEI voltadas às questões socioambientais, nos moldes que propusemos, tiveram seus discursos censurados. Não apenas a *censura*, mas também a *interdição ou palavra proibida*, a *separação ou segregação*, a *rejeição e separação permanente* e a *vontade de verdade*, são núcleos constituintes dos sistemas de exclusão do discurso, como examinamos em Foucault (2000b). Identificar as partes

desses sistemas configurou-se para nós, atores das intervenções, como um *processo de estranhamento*, pois estávamos respaldados por documentos oficiais. Todavia, identificamos que essas técnicas pertinentes aos *sistemas de exclusão do discurso* não se restringiram às nossas propostas, pois Escher (1998), Friske (1998), Caldeira (1998) e Francisco (1999), que também trabalharam na perspectiva de intervir em questões socioambientais a partir de aulas de Matemática, também levaram as pessoas a produzirem *processos de estranhamento*, por entenderem que não caberia a um professor de Matemática propor discussões relacionadas a temas associados às questões socioambientais. Mais do que um *estranhamento*, muitos professores e gestores tornaram-se *impermeáveis* à proposta por entenderem que, nas aulas de Matemática, o professor não pode se desvirtuar do conteúdo programático a ser seguido.

Passamos por experiências assim várias vezes. Na PEI *Compostagem de material orgânico no espaço escolar*, apresentada anteriormente, a *incitação aos discursos* ficou por conta da *censura* instaurada por conta daqueles que não compartilharam conosco o mesmo espaço comunicativo, por aqueles que não operavam no mesmo *campo semântico*, no caso gestores e professores que não aceitavam que trabalhássemos no viés da interdisciplinaridade e operavam em um *campo semântico* no qual o modelo de ensino pautava-se no ETM. Por parte desses censores, a *implantação perversa* se fez presente a partir da proposta que nos apresentaram: de assumir a cadeira de Ciências, para abordar tais assuntos na aula de Ciências e não mais na aula de Matemática. Tal modelo nos reporta ao que já expusemos anteriormente de que, na escola – pelo menos na época em que desenvolvemos nossas intervenções – o que interessava era que nós,

professores de Matemática, nos restringíssemos à aplicação de algoritmos, tal como preconizado por Lins e Giménez (1997).

Segundo o ETM e seus dispositivos de controle, na aula de Matemática só há espaço para se discutir uma Matemática: a escolar. Não apenas isso, pois não é qualquer matemática que se discute; deve ser aquela específica do programa. Vários professores que trabalharam conosco relataram que o tabelionato da ordem curricular era a toda hora cobrado e as abordagens socioambientais e os ambientes de investigação eram questionados e censurados. O que se caracterizou como relação negativa, como de uma instância da regra, como um ciclo de interdição (FOUCAULT, 2001a) foi a assertiva de que as aulas de Matemática deveriam ocorrer na sala de aula e não no pátio, na horta ou em outro local. O *que estava em jogo* não era apenas o controle de unidades ou conteúdos programáticos, mas o controle de corpos, a fixação de *modus operandi* em práticas docentes pertinentes a alunos e professores em uma aula de Matemática.

Ao examinarmos o *nível do discurso e de seus domínios*, ainda no final da década de 1990, com a implantação dos PCN e dos TT, entendemos que os discursos relativos à Educação Ambiental (EA) e às as questões socioambientais passaram a ser legitimados e, a partir de então, ocorreu um processo inverso à *censura*, de tal forma que se passou a ser produzidos discursos sobre tais questões nas salas de aula, inclusive de Matemática. Seria inexplicável, porém, se não fossem os dispositivos de controle postos a partir do ETM, especificamente na aula de Matemática, que ainda hoje, passados vinte anos, ainda são reticentes. Os professores podiam participar de cursos de Educação Ambiental (EA), como nas propostas de formação continuada a partir dos *PCN meio ambiente em ação*, mas daí partir à implementação de

projetos na sala de aula havia um verdadeiro abismo. Porque o essencial era que houvesse uma multiplicação de discursos para que se estabelecessem quais tipos de discursos passariam a configurar os regimes de verdade pertinentes ao ETM ou não. Se por um lado muitos órgãos burocráticos passariam a coordenar atividades pautadas nos princípios da EA para professores – inclusive de Matemática, por outro, muitos professores teriam dificuldades em implementar PEI pautadas em questões socioambientais, em aulas de Matemática, pois no espaço escolar lhes eram imputadas a propagação de tais discursos que muitas vezes passam a ser rejeitados, negados ou separados.

A multiplicação dos discursos se deu em uma velocidade vertiginosa, mesmo que a prática tendo sido negada — entendendo como prática a ação direta com o aluno, como nos moldes de PEI trabalhos para feiras de ciências e de Matemática surgiam envolvendo questões ambientais na aula de Matemática, mas grande parte destes trabalhos era desenvolvida fora do espaço relativo às aulas, como apêndices, ou projetos extracurriculares.

Na tentativa de multiplicar e fazer circular discursos que sustentassem um regime de verdade voltado ao equilíbrio ecológico, ao desenvolvimento sustentável e à biodiversidade, Organizações (não) governamentais passaram a organizar cursos de formação (inicial e continuada) e, para tal, utilizaram a tática dos agentes multiplicadores, tática que já era utilizada pelos anarquistas sindicalistas nas fábricas no final do séc. XIX e início do séc. XX. Nesses cursos, professores participantes se responsabilizam a atuarem como vetores na propagação de informações para os demais colegas da escola. A mesma tática, na época, foi adotada pelos cursos oferecidos pelo Ministério da Educação e por diversas secretarias estaduais e municipais de Educação,

que treinavam técnicos das superintendências regionais que passaram a configurar como agentes multiplicadores, responsabilizando-se por levar as informações obtidas nos cursos do PCN Meio Ambiente — *PCN em ação* — às escolas.

Entretanto, por mais que esta tática de propagação de discursos e ideias, historicamente tenha se mostrado eficaz, não ocorreu o mesmo efeito de ampliação da densidade de propagação do cerne da ideia para que as pessoas pudessem produzir conhecimento a respeito de questões socioambientais a fim de que ações de intervenção pudessem vir a reverter os quadros de degradação socioambiental. O surgimento de especialistas (agentes multiplicadores, educadores ambientais, educadores matemáticos, dentre outros) – nos moldes do positivismo (figura 1) – vinculados a instituições passaram a funcionar como técnica do poder e as questões socioambientais passaram a configurar como seus objetos de disputa. A partir daí os discursos se propagaram, circularam e se multiplicaram, mas essas questões se limitaram tão somente à ordem do discurso, permanecendo na esfera da conscientização, estágio que não chega necessariamente à produção de conhecimento, segundo Nietzsche. Era possível falar sobre, mas não agir para transformar.

Para produzir conhecimento a esse respeito faltava a ação direta que pudesse intervir no problema. Se nas PEI focamos o processo para implementação da desestabilização da ordem socioambiental vigente, no que se refere à intervenção, o resultado, como consequência do processo, foi relevante. Identificamos que o rio e seu estuário, localizados próximo à escola, estavam morrendo. Quando planejamos ações para atacar o problema, no entanto, intencionamos engendrar um processo que intervisse na morte do rio

ou do manguezal, ou que, no mínimo, provocasse uma discussão com as pessoas que produziam (ou sofriam com) os impactos identificados. A eficácia da ação direta estaria na componente política de exercer um contrapoder que não estava presente nos agentes multiplicadores. Estes, por outro lado exerciam um poder, em nome de organizações (não) governamentais, que se apresentavam de forma centralizadora (quem pode propagar e fazer circular o discurso — como no mito positivista do especialista – figura 1), autoritária (em nome de quem se fala, tornando-o legítimo — como no mito positivista da tecnocracia – figura 1) e burocrática (segundo a chancela que foi concedida a partir do mito positivista da cientificidade — o saber gerando o poder – figura 1). A ação direta, pautada nos princípios da filosofia e da pedagogia ácrata, que foi solo da pesquisa, foi importante por se orientar exatamente no contrário: descentralizar o poder, dissolver a autoridade e reproduzir a lei fundamental da natureza de não aceitar a conformidade e sim buscar a diversidade.

O centralismo e os princípios hierárquico-burocratizantes que se puseram na multiplicação dos discursos cerceavam outro princípio que impedia que a conscientização passasse à esfera da produção de conhecimento, e que, portanto, a intervenção realmente ocorresse. Foi cerceada a liberdade de experimentar e pensar segundo outros referenciais que não fossem os que estavam por trás da ideologia do discurso proferido pelo agente multiplicador.

No que diz respeito ao *policimento dos discursos*, verificamos que, falar sobre horta e compostagem era possível, pois assim. o controle passou se dar na ordem do discurso, repelindo então a ação e efetuando um trânsito entre ambientes de aprendizagem de forma a se abandonar a pedagogia diretiva, na qual o aluno portava-se passivamente e o

professor mantinha um comportamento centralizador. Dessa forma, a aula continuava sendo apresentada expositivamente e o discurso socioambiental passava a configurar como decorativo na manutenção do ETM, pois o processo continuava centrado no desenvolvimento da Matemática pela Matemática. Assim, o discurso passava a ser policiado e interditado, pois, segundo tal modelo, pertinente eram os discursos obedientes, sejam discursos que passam a funcionar como *estipulações locais*, atrelados ao regime de verdade de órgãos burocráticos (que unidade curricular deve ser ensinada e em que intervalo de tempo), ao regime de verdades da academia e suas sociedades científicas (qual Matemática deve ser ensinada na escola), ou ao regime de verdades de um determinado agente/ator que exerça certo tipo de poder no ambiente escolar.

Como dispositivo tático, adotado a partir do *policimento dos discursos*, pôs-se em curso o *efeito Dolly* ou clonagem acadêmica (CHAVES, 2004) — comum nos meios universitários. A bucólica ingenuidade presente na figura do ovino clonado prestava-se à metáfora, pois os instrumentos utilizados pela pedagogia panóptica não eram, aparentemente, assustadores ou não o eram de confrontos. Esses instrumentos eram – e continuam sendo – docilmente introduzidos, sem fazer alardes: subtraindo-se valores culturais, hábitos e costumes, prestando-se a impor, docilmente, verdades e discursos. O *efeito Dolly* servia para manter o discurso obediente e para policiar os discursos de quem não comungava com o regime em questão.

Outro elemento identificado foi a formação de um *núcleo* que designamos por *interdição de certas palavras e ações*. Quando uma ação, prática ou conjunto de operações passava a ser aceita e ocorria segundo normas que se referiam, dentre outras coisas, à interdição de corpos, o

espaço escolar não podia ser transgredido, ou alterado pelo bem da ordem vigente, isto é, aula de Matemática. Esse elemento, conforme apresentamos anteriormente, não podia ocorrer em outro espaço que não fosse a tradicional sala de aula, com carteiras dispostas matricialmente e o único discurso pertinente deveria ser o relativo à Matemática. Assim, o professor passava a ter que confessar suas ações através do que Tragtenberg (1985) denomina de tabelionato cartorial, com o preenchimento inócuo de relatórios, papeletas, confecção de ementas etc.

Abordar questões socioambientais após as pesquisas desenvolvidas ao longo dos anos 1990 e agora, no século XXI, passa a ser aceito, mas o problema que se põe a partir de então é o referencial e os princípios balizadores. Quando a ação restringe-se ao campo das atividades recreativas e lúdicas essas não são interditas, mas se nos pautamos em princípios libertários e denunciemos tal escolha, não só a ação sofre interdição como também a palavra. Aliás, por optarmos seguir um referencial teórico pautado na pedagogia e na filosofia ácrata, libertária, sofremos *censura* não apenas pela escola, mas também pela academia, pois a palavra anarquia era – e continua sendo – tomada apenas no sentido denotativo de baderna, falta de controle, ausência de disciplina. Daí nossa relutância em escolhermos o título de nossa tese: *Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?*

As estipulações locais que sustentam o núcleo da *interdição de certas palavras e ações* fazem emergir discursos hegemônicos na manutenção de uma Matemática pela Matemática, como um dispositivo de controle que engendra algumas das práticas emergentes de um regime que privilegia verdades, saberes, disciplinas e poderes, segundo o entendimento explicitado por Michel Foucault:

Com Platão, se inicia um grande mito ocidental: o de que há antinomia entre saber e poder. Onde se encontra saber e ciência em sua verdade pura, não pode mais haver poder político. Esse grande mito precisa ser liquidado. Foi esse mito que Nietzsche começou a demolir ao mostrar, em numerosos textos já citados, que por trás de todo saber, de todo conhecimento, o que está em jogo é uma luta de poder. O poder político não está ausente do saber, ele é tramado com o poder (FOUCAULT, 2001b, p. 51).

Usar questões fora da Matemática, em textos de Matemática passou a ser possível, por serem referendadas pelos PCN, mas como um adereço, às questões matemáticas escolares e acadêmicas. Isso porque

[...] não há verdade fora do poder ou sem poder, ela é produzida, centrada na forma do discurso científico e nas instituições que o produzem, [onde o] saber é uma engrenagem política, assegurando o exercício de um poder; e o poder, longe de impedir o saber, o produz (FOUCAULT, 2000a, p. 1-14 e 179-191, destaques do original).

Assim que os PCN passaram a vigorar, os livros didáticos, por exemplo, passaram a conter em suas capas um carimbo afirmando estarem de acordo com os PCN. Configurando-se, então, como um *Index librorum prohibitorum*, um índice de obras vetadas ou não pela “Santa Inquisição”, na qual, o que era proibido passava a ser vigiado e o que estava explícito passava a configurar-se como uma verdade imposta.

Vivendo na multiplicação dos discursos sobre o alcance dos PCN, os autores que almejavam permanecer na disputa mercadológica de seus livros didáticos, tiveram que adaptar suas obras segundo o novo paradigma. Muitos desses textos, apesar do *Index librorum prohibitorum* (de acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais), não apresentavam mudanças de ideias ou conteúdos, somente alterações editoriais, como

colorido, diagramação, formatação etc. No núcleo da *interdição de certas palavras e ações* denominamos tais atitudes como *mutandis pro forma ad animum manendum in eodem*, ou seja, “mudando-se o que deve mudar por mera formalidade, com a intenção de permanecer a mesma coisa”⁹,

Assim, no contexto escolar, a palavra interdita passava a ser aquela que não se encontrava em consonância com as diretrizes propostas pelos PCN e tais diretrizes também passavam a balizar as ações que deveriam ser desenvolvidas no que tange às questões socioambientais no contexto da escola. De outra maneira há também a interdição da palavra a partir de quem fala, como, por exemplo, para os educadores matemáticos as publicações da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) passam a apresentar as palavras interditas tal como as publicações da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) passam a configurar como palavra interdita aos matemáticos. Essa relação dicotômica, utilizada para demarcação de territórios, tem sido adotada para reforçar os respectivos regimes de verdade que se põem a partir do centralismo institucional.

Outro núcleo constituído a partir de nossas análises foi o da *produção de efeitos específicos sobre a PEI e as questões socioambientais*. Ao ser institucionalizado o discurso sobre questões socioambientais e ao receber a chancela de legalidade de se falar sobre tais questões, procurou-se produzir efeitos específicos sobre as mesmas. Efeitos que objetivam colocar tais questões integralmente dentro do discurso segundo o regime de verdades que interessa a quem exerce um tipo de poder e que o propaguem de forma que as ações desestabilizadoras

⁹ Tradução do Professor Irineu Bicudo (*in memoriam*).

desses regimes sejam enfraquecidas ou que percam seu efeito desestabilizador.

É isso que ocorre, por exemplo, com Organizações Não Governamentais que passaram a depender do custeio exatamente de quem deveriam denunciar (as empresas impactantes do meio ambiente). A tarefa passou a ser então dizer tudo sobre as questões socioambientais, a fim de se eliminar o efeito da censura em dizer, e para reduzir os efeitos da ação. A valorização do discurso sobre estas questões deve ocorrer inclusive através das instituições de sequestro, para controlar o discurso e limitar as ações. Com o mesmo objetivo a escola passa a abordar tais questões com o aval dos organismos burocráticos denominados órgãos oficiais de educação (secretarias estaduais, municipais, federal). Assim, a valorização e a majoração desses discursos produzem efeitos múltiplos de intensificação e reorientação sobre as próprias questões.

Não havia mais uma lei de interdição ou censura; pelo contrário, a ampliação dos discursos sobre tais questões passou a interessar ao consumismo e discutir tais problemas deixou de ser da ordem da produção de conhecimentos que visassem a intervenções para desestabilizar os quadros geradores do problema. A discussão de problemas que visassem intervir em busca de solução, extrapolou esse cenário e passou, então, a ser de ordem econômica, pois a circulação de capital que se deu a partir da produção de livros e outros materiais que focam tais questões passou a gerar lucro. Desta forma o problema em si passou a ter um papel secundário diante do papel econômico. A formulação de tais discursos balizados pela ordem econômica passou, então, a defender uma moral não necessariamente pacifista, mas inibidora de ações de cunho político como a que propomos através das

PEI. A livre experimentação deixou de existir em detrimento ao que, segundo essa moral, é permissível ou não. As PEI como livre iniciativa deixaram de ser presenciais, pois a legalidade das ações passou a ser controlada pelos discursos que foram ampliados segundo interesses múltiplos.

Por isso uma PEI não pode ser institucionalizada ou centralizada como os projetos educacionais advindos dos organismos burocráticos de controle (superintendências de ensino, secretarias de educação etc.). Uma PEI, para desestabilizar a ordem vigente, deve ser balizada pelo princípio da liberdade; liberdade de experimentar e expressar. A partir do instante em que ela passa a ser tomada segundo interesses econômicos ou quaisquer outros segundo o crivo da pedagogia panóptica, ela deixa de ser desestabilizadora, e os efeitos específicos sobre ela passam a ser de controle.

Quaisquer tentativas de controle dessa ordem inibem o princípio da diversidade enquanto lei da vida. Princípio este que faz com que as coisas fujam ao controle e que possibilitam que o trabalho se desenvolva a partir de um cenário de investigação. Malatesta dizia que

A experiência através da liberdade é o único meio de chegar à verdade e a melhores soluções; e não há liberdade se não houver liberdade para se errar.
(MALATESTA, 2004 apud CHAVES, 2004, p. 203, tradução nossa).

A tentativa de controle de uma PEI, antes de tudo, leva ao cerceamento de se experimentar a partir da liberdade de propor ações e de errar e tentar outras ações.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O MCS, a partir de suas ideias centrais, levou-nos à transvalorização do nosso *modus operandi*, principalmente no que se refere ao desenvolvimento das práticas educativas que desencadeamos. Tais ideias foram basilares para o desenvolvimento dos princípios norteadores das Práticas Educativas Investigativas (PEI).

Produzir conhecimento para os processos de estranhamento, descentramento, impermeabilização e limites epistemológicos contribuíram para que aprendêssemos e déssemos importância aos atos de ouvir e ler o aluno. Atos que entendemos ser fundamentais para operarmos a partir da dialogicidade, principalmente quando nos pautamos em uma política de educação para todos, direito universal e inalienável. Para tal, foi importante pautarmo-nos no processo comunicativo proposto por esse modelo epistemológico, principalmente por considerarmos a tríade autor-texto-leitor.

As leituras engendradas a partir do MCS constituíram-se como diametralmente opostas à leitura pela falta. Nas PEI desenvolvidas passamos a nos preocupar com os significados produzidos pelos alunos e não com o que eles deixavam de produzir. Essas leituras, por nós realizadas, foram pautadas pelo processo de produção de significados, no qual foi possível identificarmos as técnicas pertinentes aos *sistemas de exclusão do discurso* por meio da análise de *noções categorias* relativas ao MCS, em que buscamos identificar: a *formação de núcleos*, algumas estipulações locais, *objetos constituídos*, *conhecimentos produzidos*, *falas na direção de interlocutores* e algumas *legitimidades*.

Sem a menor pretensão de realizar uma arqueologia, no sentido foucautiano, adotar o *conjunto da produtividade tática e sua integração*

estratégica como procedimento metodológico – identificando e analisando estratégias de controle, mecanismos disciplinares e regulamentadores do indivíduo e da coletividade como uma característica da sociedade moderna e realizando uma análise do poder fazendo emergir alicerces concretos e históricos de seus procedimentos para construir uma analítica do poder exercido sobre os sujeitos do ambiente escolar, para que estes não tomem mais a pedagogia panóptica como modelo – possibilitou-nos revisitar a luta da humanidade contra a escravidão.

REFERÊNCIAS

- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- Brasil. **Ministério de Educação. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudança. Campinas**. 1998. 553 p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de Campinas – Unicamp, Campinas, 1998.
- CHAVES, Rodolfo. **Material pedagógico na base nacional comum na linha da pedagogia da alternância: ensino de Matemática nas Escolas Família-Agrícolas**. Viçosa, MG: Departamento de Educação da UFV; Associação das Escolas Família-Agrícolas de MG, 2005.
- CHAVES, Rodolfo. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?** 223 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp, Rio Claro, 2004.
- COMTE, Isidore Auguste Marie François Xavier. **Discurso sobre o espírito positivo**. São Paulo, Martins Fontes, 1990. (Coleção Grandes Obras do Pensamento Universal, 30).

ESCHER, Marco Antonio. **Educação Matemática e qualidade de vida: a prática da cidadania na escola**. 1998. 129 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp, Rio Claro, 1998.

FOUCAULT, Michel. **A história da sexualidade**: a vontade de saber, v. 1. 14 ed. Rio de Janeiro: Graal, 2001a.

FOUCAULT, Michel. **A verdade e as formas jurídicas**. 2. ed. 2. reimp. Rio de Janeiro: Nau, 2001b.

FOUCAULT, Michel. **Microfísica do poder**, 15 ed. Rio de Janeiro: Graal, 2000a. (Biblioteca de Filosofia e História das Ciências, v. 7).

FOUCAULT, Michel. **A ordem do discurso**: aula inaugural no Collège de France, pronunciada em 2 de dezembro de 1970, 6 ed. São Paulo: Edições Loyola, 2000b. (Leituras Filosóficas).

FRANCISCO, Carlos Alberto. **O trabalho de campo em Educação Matemática: a questão ambiental no ensino fundamental**. Rio Claro. 240 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp, Rio Claro, 1999.

FRISKE, Henriette Damm. **Educação Matemática e Educação Ambiental: uma proposta de trabalho interdisciplinar como possibilidade às generalizações construídas socialmente**. Rio Claro. 289 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp, Rio Claro, 1998.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus et al (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

LINS, Romulo Campos. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

- LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria. Aparecida. Viggiani. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).
- LINS, Romulo Campos. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólida as bases da pesquisa. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – São Paulo**, Ano 1, n. 1, set./1993, p.75-91.
- LINS, Romulo Campos; GIMÉNEZ, Joaquin. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática).
- MATOS, Olgária Chain Feres. **A escola de Frankfurt: luzes e sombras do iluminismo**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 1995. (Coleção Logos).
- SAD, Ligia Arantes. **Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos**. Tese de Doutorado (em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 1999.
- SILVA, Amarildo Melchiades da. Impermeabilização no processo de produção de significados para a Álgebra Linear. In: ANGELO, Claudia Laus et al (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 79-90.
- SILVA, Amarildo Melchiades da. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp, Rio Claro, 2003.
- SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **BOLEMA** (PGEM/UNESP), n. 14, p. 66-91. 2000.
- TRAGTENBERG, Mauricio. Relações de poder na escola. **Educação & Sociedade** (FE – UNICAMP), n. 20, p. 40-45. Jan./Abr de 1985.
- VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo; LINS, Romulo Campos. Movimentos de Teorizações em Educação Matemática. Rio Claro (S.P), **Bolema**, v. 30, n. 55, p. 325-367. Ago. 2016.

6

DESDE QUANDO NÃO SE SABE BEM QUANDO, ATÉ QUASE UMA PESQUISA

Patricia R. Linardi

Nesse texto apresento o meu trabalho de doutorado realizado no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro e orientado pelo autor do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) – Prof. Dr. Romulo Campos Lins – no qual busco e estudo os rastros da formação matemática nas práticas de sala de aula de professores de Matemática¹. Primeiramente retomarei algumas questões apontadas no transcorrer de todo trabalho, para depois, focar, nos procedimentos e na análise realizada com o suporte teórico do MCS.

Inicialmente assumi, com o grupo de pesquisa (Sigma-t) e a partir da leitura de um relatório de pesquisa escrito por Wilson et al.(2001), a responsabilidade de tentar fornecer indicações sobre de que maneiras a formação matemática é ou não incorporada à pratica efetiva do professor e que mecanismos estão envolvidos nestes processos. E, em consonância com Lins (2004b), tinha como uma das respostas à esta empreitada a seguinte assunção: quando inicia a sua prática em sala de aula, depois da graduação, o que acontece é que o(a) professor(a) toma a própria experiência escolar como referência para o seu ensino.

No entanto, essa assunção não poderia ser assumida (a não ser no senso comum) antes que houvesse um corpo de pesquisa efetiva

¹ LINARDI, P. R. **Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2007. 291p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP/Rio Claro - SP, 2007.

comprovando-a. Com o intuito de contribuir com essa comprovação, passei a realizar minha pesquisa de doutorado. Mas, para isso, era preciso escolher ou desenvolver instrumentos adequados para realizar a leitura dessa formação na prática do professor.

Na busca por esses instrumentos, deparei-me com dificuldades em desenvolver um estudo longitudinal da prática profissional do professor, no tempo destinado para se cumprir uma pesquisa de doutorado e, com alguns empecilhos no cumprimento de um estudo etnográfico, em virtude do grande tempo despendido a esse tipo de estudo, da dificuldade de um único profissional acompanhar diariamente as atividades de vários professores e das sucessivas negativas ao acesso, por tempo prolongado, às salas de aula de professores.

Por esse motivo, passei a repensar minha pesquisa e acreditar que necessitava, sim, *desenvolver* instrumentos que permitissem realizar *uma leitura da prática profissional do professor de matemática* sem a necessidade de uma permanência prolongada nas atividades diárias desse professor.

Não estava fazendo uma crítica ao estudo etnográfico, mas, naquele momento, gostaria de evitá-lo devido à dificuldade encontrada pelo formador brasileiro em conciliar o seu tempo para a pesquisa com suas outras atividades como professor, além da dificuldade encontrada, no Brasil, na aceitação (e permissão), por parte dos professores e das escolas, da permanência de um pesquisador nas atividades diárias de uma sala de aula (e muitas vezes de uma escola) por um tempo indeterminado (e longo).

Após a análise dos dados obtidos com a aplicação dos instrumentos desenvolvidos, pude concluir que esses se mostraram adequados para realizar uma caracterização da prática da professora entrevistada.

Essa leitura da prática profissional dessa professora não caracterizou, nem pretendeu caracterizar, alguma “essência” dessa prática. O que obtive foi *uma* caracterização de *algo*, que me deu a prática com a qual pude ficticiamente trabalhar. Se há outras coisas da prática dessa professora a ver ou saber, não posso dizer; no Modelo dos Campos Semânticos é a partir do que construímos que podemos dizer algo.

Com isso, sugeri como uma contribuição desta pesquisa, que esse conjunto de instrumentos pode servir para informar as ações de formadores de professores de matemática (como, por exemplo, o planejamento de uma intervenção de formação), sem que haja necessidade de freqüentar as aulas de seus alunos por um tempo prolongado.

Além dos instrumentos, precisei estabelecer o que estava chamando de formação matemática. Iniciei minha investigação com um estudo documental das ementas dos cursos de licenciatura em Matemática de três universidades públicas (de diferentes Estados). Com esse estudo, busquei caracterizar os elementos da formação matemática que investigaria na prática do professor de matemática, mas o que consegui foi apenas uma lista de conteúdos e de disciplinas com nomenclaturas muito similares.

A dificuldade em caracterizar o que procurava na prática do professor, quando me referia à formação matemática, – seriam somente os conteúdos trabalhados no ensino superior? Ou algo mais? Existiria uma especificidade do professor de matemática universitário que seria

adotada pelos futuros professores? – aliada a nossa experiência no Sigma-t, em tentar elaborar ementas e abordagens para as disciplinas de conteúdo matemático das licenciaturas em Matemática, e em definir a Matemática do professor de Matemática, me mostrou que estava em busca de muito mais do que apenas conteúdos e temas matemáticos.

Além disso, nesse momento já era sabido que “o conhecimento [do conteúdo] matemático é trabalhado no processo de formação a partir da perspectiva e dos valores da matemática acadêmica, ignorando-se importantes questões escolares que não se ajustam a essa perspectiva e a esses valores” (MOREIRA, 2004, p. iii). Nesse contexto, queria mostrar que, além dos conteúdos e temas matemáticos, também existia uma diferenciação entre os modos de produção de significado encontrados na formação matemática e na prática profissional do professor.

Portanto, decidi que a formação matemática tomada nesta pesquisa estaria ligada aos modos de produção de significados legítimos na Matemática do matemático (LINS, 2004a). A diferença entre a Matemática do matemático e, por exemplo, o que se denomina de Matemática Acadêmica está em sua caracterização, pois o que caracteriza a primeira não são conteúdos (temas) ou métodos para o estabelecimento de verdades, mas, sim, os modos de produção de significados legítimos nela² – modos definicional, internalista e

² “Poderia parecer estranho caracterizar qualquer ‘matemática’ em termos de processo de produção de significados, e não em termos de, digamos, conteúdo (por exemplo, definições e teoremas) e métodos para o estabelecimento de verdades. Meu ponto aqui é que, enquanto para o matemático – ou talvez mais precisamente para o filósofo da matemática – isso é um problema de capturar a ‘essência’ de alguma coisa já em seu lugar e bem estabelecida como parte – talvez central – de uma prática social, para o professor de matemática, tal abordagem é insuficiente, porque não importa quanto o professor queira que seus(as) alunos(as) pensem de um dado modo ou entendam uma afirmação de um dado modo, ele simplesmente não pode antecipar o que os alunos farão disso.” (LINS, 2004b)

simbólico (definição, teorema, demonstração) (LINS, 2004a; LINARDI, 2007).

Além disso, do ponto de vista do processo de produção de significados, a Matemática do matemático é uma parte própria da Matemática do professor de Matemática, pois a forma de significar a segunda abrange a primeira.

A minha escolha pelo o estudo da formação matemática ligada à Matemática do matemático se justificou por acreditar que, no Brasil, grande parte dos futuros professores de matemática realizam, em sua formação matemática, cursos sobre Cálculo, Álgebra Abstrata, Álgebra Linear, Análise, Espaços Métricos, Topologia e assim por diante, ministrados quase sempre da perspectiva da Matemática do matemático, ou seja, em muitos cursos como esses, o que ainda se espera dos alunos-professores é a reprodução dos modos definicional, internalista e simbólico de produção de significados.

Portanto, após a trajetória percorrida pela pesquisa, o objetivo principal de minha pesquisa passou a ser: tentar identificar, na prática profissional de uma professora de matemática, traços daquilo que chamamos de a Matemática do matemático. Com relação a esse objetivo principal, pude concluir que:

(a) essa professora é capaz de tratar com a matemática do matemático (modos definicional, internalista e simbólico de produção de significados) mas,

(b) esses modos de produção de significado não se revelam como organizadores de sua prática enquanto professora de matemática.

A partir dessa conclusão, recomendo que a segunda contribuição deste estudo pode ser tanto sugerir, de forma incisiva, uma inadequação do atual padrão de formação de professores de matemática (3+1), no que

se refere a cursos de conteúdo matemático (disciplinares) estruturados sobre as categorias da Matemática do matemático: Álgebra Linear e Análise, por exemplo, quanto contribuir para diminuir a escassez (identificada em Wilson et al (2001)) de pesquisas sobre formação de professores que relacionem as partes específicas da formação (formação em conteúdo específico, formação pedagógica, “prática de ensino”) aos efeitos sobre a prática do professor.

Uma sugestão a esse tipo de pesquisas é que possam considerar, além da análise da formação recebida e do desempenho dos alunos e dos professores, um estudo de como professores organizam sua prática profissional, e por que o fazem dessa maneira (o que, como concluído anteriormente, poderia ser feito utilizando-se um conjunto de instrumentos como os desenvolvidos nesta tese).

O CONJUNTO DE INSTRUMENTOS

Ao começar a elaborar os instrumentos de investigação, tinha-se uma intenção³: conhecer como o professor organiza a sua prática profissional, mais especificamente, como o(a) professor(a) prepara a sua aula, quais as ações e decisões que participam dessa preparação, como seleciona os materiais que utiliza e, nestas atividades, como se manifesta a Matemática do matemático.

Estava-se em busca de um instrumento que permitisse ler – utilizando as noções do Modelo dos Campos Semânticos (LINS, 1999; SILVA, 2003) – o professor de matemática a partir do seu discurso, no interior de atividades planejadas para favorecer a produção de evidência sobre seus processos de tomada de decisão e, por meio disso,

³ Todo o processo de elaboração dos instrumentos se deu juntamente com Regina Ehlers Bathelt.

caracterizar os elementos que organizam a – ou participam da organização da – prática profissional do professor. Neste sentido, procurava-se responder a algumas questões: Com base em que o professor de matemática organiza sua prática profissional? Como planeja, executa e avalia suas aulas? Que perguntas ele formula para organizar essa prática? Como responde a elas ou que critérios utiliza para tomar decisões?⁴ Para isso, era preciso elaborar como unidade de análise, não um, mas um conjunto de instrumentos que pudessem dar conta das atividades envolvidas na prática profissional do professor de matemática. Em particular, esses instrumentos deveriam favorecer o surgimento de oportunidades diversas para o discurso do professor⁵.

A caracterização da prática profissional do professor de matemática requer foco nas “ações e relações que configuram o dia a dia do professor [de matemática] para dar suas aulas” (ANDRÉ, 1995). A preocupação com a dificuldade encontrada pelos formadores brasileiros – por exemplo, pelo excesso de atividades que realizam nas universidades – em caracterizar, conhecer e mesmo acompanhar (no caso do estágio supervisionado) a prática profissional do professor – não é recente e perdura sem solução até hoje, apesar das tentativas das diretrizes curriculares em abarcar, de várias formas, a prática profissional do professor. André (1995), ao escrever sobre a etnografia da prática escolar, apresenta os seguintes questionamentos:

Como é possível, dentro das condições de trabalho do formador de professores brasileiro – que em geral desenvolve suas atividades docentes

⁴ No meu caso, em específico, como o professor organiza sua prática profissional, e se a matemática do matemático faz parte dessa organização.

⁵ Em consonância com Lins que, em sua tese de doutorado, após a realização de estudo piloto, optou por tomar, como unidade de análise, grupo de problemas e não problemas isolados.

em paralelo a uma série de outras atividades, de pesquisa, administrativas – realizar essa caracterização? Como é possível realizar um tipo de estudo [por exemplo, o estudo etnográfico] que requer permanência longa e concentrada em campo e uma intensa imersão nos dados? Como conciliar as exigências da prática da pesquisa com as demandas da atividade profissional diária, de formação de professores? (ANDRÉ, 1995, p. 55)

Encontra-se aqui um dilema para o qual proponho a utilização de um conjunto de instrumentos que permita ao formador (ou pesquisador) realizar uma caracterização plausível da prática profissional do professor de matemática, sem ter que freqüentá-la por um longo tempo.

Em busca de construir esse conjunto de instrumentos que contemplasse as questões apresentadas anteriormente e me permitisse realizar a leitura do processo de produção de significados⁶ da prática do professor – evitando a realização, por exemplo, de um estudo etnográfico –, elaborou-se cinco instrumentos que possibilitariam “mostrar” o professor em ação, pensando/falando sobre sua sala de aula.

No primeiro instrumento, a preocupação estava em conhecer – e perguntar efetivamente – como o professor prepara a sua aula, como seleciona os materiais utilizados e como analisa esses materiais. Para isso decidiu-se dividir o primeiro instrumento (original) em três: instrumentos 1A, 1B e 1C. O instrumento 1A (entrevista sobre o material do professor), que seria uma situação aberta, na qual o professor levaria o material que utiliza em suas atividades diárias, para que fosse possível conversar sobre sua prática; essa conversa seria realizada através de uma entrevista com oito questões abertas (GOLDENBERG, 1998). O

⁶ Esperava também que os instrumentos permitissem que o professor falasse, o mais naturalmente possível, sobre sua aula.

instrumento 1B (o nosso material), uma situação focada na mudança de direções da fala do professor (mudança de interlocutores) (SILVA, 2003, p.51), em que levar-se-ia um conjunto de materiais (partes de livros didáticos, jogos e folhas de atividades), para que fosse possível continuar a conversa sobre a prática do professor e, se possível, em outras direções; essa conversa seria realizada por meio de 4 perguntas abertas repetidas pelo entrevistador a cada material mostrado ao professor, e de cinco perguntas finais e específicas sobre todos os materiais. O instrumento 1C, uma situação focada nas escolhas do professor, no qual ele apresentaria sua posição em um segmento de reta, entre concordar totalmente e discordar totalmente, com relação a 54 afirmações colhidas por nós em nossa experiência como professores de matemática e formadores desses (Instrumento 1C – “escalas”⁷).

Além desses três instrumentos, foram elaborados mais dois, com situações focadas nos modos de produção de significados legítimos no interior das salas de aulas de matemática (e das escolas) dos ensinos fundamental e médio, e na Matemática do matemático (e nos cursos de Matemática da Licenciatura em Matemática).

Em um deles (Instrumento 2 – problemas da prática profissional), apresentam-se nove episódios da prática profissional de professores de matemática⁸ e solicita-se o posicionamento do professor, para que fosse possível conhecer as suas tomadas de decisão e quais categorias participam de tal ação. Esse instrumento foi pensado e elaborado com vistas à pesquisa de Regina E. Bathelt.

⁷ Apesar do nome “escalas” nos remeter a um instrumento quantitativo utilizado na Psicologia, estarei utilizando as “escalas”, aqui, como um instrumento qualitativo que se constituirá, para mim, num indicativo das tendências e preferências do professor.

⁸ Dos quais alguns são hipotéticos – e com os quais já havíamos trabalhado outras questões do processo de produção de significados – e outros reais.

Como realizei a análise dos dados em ordem inversa, ou seja, da aplicação do instrumento 3 para o instrumento 1 – com o intuito de refinar o meu olhar para as categorias da Matemática do matemático, por sua vez mais visíveis nos dados da aplicação do instrumento 3 – e observei, em uma análise inicial, que os resultados a partir do instrumento 2 se repetiam nos referentes aos instrumentos 1A e 1B, decidi não aprofundar a análise dos dados referentes ao instrumento 2.

No terceiro instrumento, apresentam-se seis problemas de matemática elementar, que se caracterizam como matemática do matemático, e solicita-se que os resolvesse (Instrumento 3 – problemas de matemática elementar que se apresentam como matemática do matemático), para que fosse possível reconhecer quais categorias da matemática do matemático apareceriam nessas resoluções.

Para a aplicação do conjunto de instrumentos – que seria realizada em diferentes momentos por dois pesquisadores –, era necessário estabelecer um controle das intervenções que seriam feitas pelos dois entrevistadores e, de uma certa maneira, sistematizar suas ações – o que levou a elaboração de um protocolo de pesquisa para cada instrumento idealizado. Esses protocolos tinham o objetivo de formalizar o que cada entrevistadoralaria, como seria falado e quandoalaria, de modo a evitar interferências e desvios nas falas dos entrevistados, inclusive levando em conta possíveis perguntas que fariam.

Ao terminar a elaboração do conjunto de instrumentos, realizei uma aplicação piloto, a qual me levou a algumas modificações nesse conjunto de instrumentos.

Esperava-se (e espera-se) que esse conjunto de instrumentos e a discussão desse processo sejam subsídios para formação de professores de matemática, uma espécie de diagnóstico, em que o formador possa ter indicadores confiáveis da sala de aula de seu aluno – ou da sala onde seu aluno está atuando como professor – sem ter que frequentá-las por um longo tempo. Mais especificamente, espera-se que esses instrumentos possam indicar, de maneira confiável, como o professor de matemática (ou futuro professor) estrutura a sua prática profissional⁹ sem que, para isso, seja preciso ir até a sua sala de aula (ou a sala em que está atuando como professor).

Por fim, observa-se que o exame individual de cada instrumento não permite ver adequadamente sua contribuição, a qual se obtém somente com o conjunto deles. Desse modo, ao considerar um instrumento particular (sua forma de proposição, os dados colhidos e sua análise), o leitor deve ter sempre em mente o conjunto de instrumentos e o espectro total de possíveis situações oferecidas. Por isso, apesar de apresentarem-se cada instrumento e os respectivos exames dos dados separadamente, minhas considerações e conclusões foram resultantes de um olhar para o todo obtido a partir da aplicação do conjunto dos instrumentos.

UMA LEITURA PLAUSÍVEL

Uma vez que eu estava em busca de uma leitura da formação matemática (em termos do processo de produção de significados utilizando as noções centrais do MCS) na prática profissional do

⁹ Relembrando, aqui, que não se estava em busca de uma “essência” dessa prática profissional, mas de “uma prática” (de algo) com a (o) qual se possa trabalhar com o professor.

professor de matemática – mais especificamente, **de uma leitura da utilização ou não, por esse profissional, de categorias da matemática do matemático** –, decidi iniciar a análise partindo de categorias simples – com características tomadas do senso comum¹⁰ – que me permitisse tratar com clareza e detalhes, para o leitor, o que se buscava nas falas da professora entrevistada. Além disso, com elas, estaria delimitando e caracterizando as enunciações do sujeito de pesquisa, ou seja, focalizando mais especificamente os meus objetivos.

Com o que chamei de "caracterização da prática do professor" esperava apresentar uma leitura plausível dessa prática profissional e, por meio dela, explicitar algumas direções da fala do professor.

Foi a partir da discussão das categorias e da caracterização da prática profissional que pude refinar a minha busca pela presença ou não de uma "Matemática do matemático" no discurso do professor.

AS CATEGORIAS

A análise inicial das enunciações do sujeito de pesquisa, colhidas na aplicação do conjunto de instrumentos, foi feita com a utilização de cinco categorias básicas adotadas com o fim de oferecer ao leitor uma referência mais confortável na busca do meu objeto de estudo (a Matemática do matemático)¹¹: (1) nada de matemática, (2) matemática de forma genérica, (3) conteúdos matemáticos citados, (4a) conteúdos matemáticos tratados matematicamente, (4b) conteúdos matemáticos

¹⁰ Segundo Lakoff (1990), utilizamos, o tempo todo, modelos cognitivos para tentar entender o mundo. Em particular, fazemos isso tanto na teorização do mundo ou na construção de teorias científicas, como em qualquer tipo de teorização que criamos. Neste trabalho, estaremos assumindo essa noção quando falarmos em categorização.

¹¹ Relembrando que se estava em busca de modos de produção de significado, e não de conteúdos, ou mesmo de uma "essência" da "atividade matemática" do matemático.

tratados não matematicamente e (5) Matemática do matemático. Nesse texto, devido à limitação da quantidade de páginas, apresento a análise das falas colhidas a partir do instrumento 1A.

As falas tomadas como representantes da primeira categoria, denominada “nada de matemática”, foram aquelas em que não consegui determinar nenhuma referência à (palavra) matemática, a conteúdos matemáticos e a elementos legítimos no interior de uma atividade matemática (definição, propriedades, demonstração, calcular, determinar...). Usarei a primeira fala como exemplo:

“Como eu uso!? Como material de consulta mesmo. Aqui a gente recebe esse daqui [aponta para o livro adotado pela escola¹²], que é o livro que vêm do Estado, então todos os alunos tem um. Então a partir desse a gente monta o roteiro das nossas aulas, só que o que tem aqui não é suficiente então daí a gente vai buscando em outros materiais. Aqui assim... eu e uma outra professora temos a oitava série que é comum, então a gente procura estar sempre trabalhando a mesma coisa nas oitavas.”

Nessa fala pode-se pensar que se trata, por exemplo, de um professor de Português, se não fosse sabido que o entrevistado é um professor de matemática, e que o livro apontado por ele é um livro didático de matemática, ou seja, apenas com essa fala não seria possível dizer qual a especialidade desse professor.

A metade das falas da professora, no instrumento 1A, foi classificada nessa categoria – 19 frases das 38 categorizadas. Citarei mais uma fala como exemplo:

“Como eu descreveria minha aula! Ah!!! meu Deus! [ri ao falar] Olha, minha aula eu vou ser sincera é bem mais expositiva, ainda eu uso muito giz e lousa, e

¹² LONGEN, A. **Matemática em movimento**. São Paulo: Ed. do Brasil, 4v., 1999.

assim... e bastante resolução de exercícios, então eu explico, dou vários exemplos na lousa, do conteúdo, daí eu passo os exercícios e em seguida eu faço a correção de todos, um por um, mas é tudo lousa e giz... Os alunos têm os seus livros, que eles recebem do Estado, então o livro é emprestado no começo do ano e no final do ano eles devolvem, o livro fica com eles..."

Para a segunda categoria, “matemática de forma genérica”, foram tomadas as falas que tivessem alguma referência à matemática (à palavra) ou a elementos comuns em uma atividade matemática (definição, propriedades, demonstração, calcular, lógica, calculadora etc.). Por exemplo, na frase seguinte¹³:

*“Então a gente procura pegar atividades do... das **Experiências Matemática** [aponta para o “Experiências Matemáticas”¹⁴, que estão sobre a mesa], então a gente troca as atividades que a gente prepara, entendeu? Lista de exercícios, avaliação... e a gente troca, também, e passa para as duas classes ao mesmo tempo.”*

Categorizei, nesse nível, 9 (nove) frases das 38 tomadas. Listarei, abaixo, mais um exemplo e grafarei em negrito os objetos que me fizeram classificá-las nesse nível:

*“Material!? Eu queria assim algum material que ensinasse a desenvolver a capacidade leitora dos meus alunos, que se pede tanto hoje e... em **Matemática** você não vê nada assim... de concreto, né? Pra trabalhar, só fala que a gente tem que trabalhar, mas ninguém dá uma direção, um caminho, então eu queria um material nesse sentido, pra leitura...”*

¹³ Em que dei ênfase aos elementos que me fizeram classificá-las nessa categoria por meio da fonte em negrito.

¹⁴ SAO PAULO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas**: 5ª a 8ª séries. São Paulo:SE/CENP, 4v., 1997.

No nível 3, “conteúdos matemáticos citados”, classifiquei as falas nas quais os conteúdos matemáticos sejam apenas citados. Abaixo um exemplo entre as 08, num total de 38, falas categorizadas nesse nível – grafarei em negrito os conteúdos matemáticos citados:

*“Quando eu vou começar conteúdo eu começo perguntando se eles sabem alguma coisa daquilo, né? Que nem **equação**, vocês sabem o que... é uma **equação**? Eu vou questionando, daí depois é que eu começo a passar o... o conteúdo”*

A transcrição da aplicação do instrumento 1A apresentou poucas falas com conteúdos matemáticos que tenham recebido certo tratamento, matemático ou não (4a). Na maioria das vezes, os conteúdos foram apenas citados durante a entrevista, como se viu anteriormente. Somente em duas falas, a professora se propôs a tratar de um conteúdo matemático. E pode ser visto, em negrito, na primeira:

*“... daí eu achei até engraçado na oitava série eu estava passando **equação do segundo grau daí chegou no delta negativo, ah! E agora!** [a professora reproduz a fala dos alunos] Eu falei não vai ter solução agora... no conjunto do reais mas depois vocês vão aprender que tem solução essa equação em um outro conjunto, ah! mas você tem ensinar agora! Porque a gente não vai esperar! [a professora reproduz a fala dos alunos] Eu falei: Mas a gente vai ensinar o ano que vem! Agora não! E eles estão no pé que eles querem, entendeu? Então eu vou parar uma aula, eu estou dando toda a parte de equações, depois eu vou dar uma parada e vou falar: Olha gente! Existe esse conjunto!... Pra matar a curiosidade deles, você entendeu?”*

Como o modo de produção de significados da professora para a equação de segundo grau é legítimo no interior de uma atividade matemática (ou da matemática do professor de matemática (LINS,

2004b)), então o classifiquei nesse nível, ou seja, como um tratamento matemático.

Vejamos agora a outra fala:

*“(...) já o livro que os alunos recebem [começa folhear o outro livro]... aqui tem um comecinho de introdução histórica, né? E daí aqui já começa o conteúdo e daí sempre faz comparação com a nossa vida, que nem aqui óh! [aponta para uma página do livro] a questão dos números naturais... [começa a ler em voz alta] **“que é difícil imaginar a nossa vida sem a idéia de número, de comparação, de seqüência”**, daí fala, né? Onde eles usam o número, como eles usam e daí vem o “Pra Pensar e Pra Discutir” (...).”*

Na fala acima, a professora referiu-se matematicamente aos números naturais. Invocou características que são matemáticas (idéia de número, comparação, seqüência), ou seja, características legítimas no interior de uma atividade matemática.

Como disse anteriormente, encontrei apenas duas falas que apresentavam um tratamento para um conteúdo matemático e essas foram categorizadas em (4a); portanto, não encontrei, no instrumento 1A, nenhuma fala representante desse nível.

Não encontrei nenhuma fala a partir do instrumento 1A que apresentasse modos de produção de significados legítimos na Matemática do matemático (LINS, 2004b). Como exemplo do que eu procurava nessa categoria, citarei uma fala fictícia utilizando uma frase da professora por mim transformada. Vejamos:

“... daí (...) na oitava série eu estava passando equação do segundo grau, daí chegou no delta negativo, ah! E agora!? [a professora reproduz a fala dos alunos]”, agora! O que faríamos era expandir o conjunto dos números reais acrescentando as soluções não reais de equação do segundo grau... com isso temos o conjunto dos números complexos! Onde cada número, chamado

número complexo, é da forma $a + bi$, onde a e b são números reais e i é a chamada unidade imaginária, para qual $i^2 = -1$ [escreve na lousa, $i = \sqrt{-1}$], pode-se também demonstrar que uma equação de segundo grau com coeficientes reais admite soluções que são conjugadas, se uma é $a + bi$, a outra é $a - bi$ Para a nossa equação [aponta para a equação $w^2 + 2w + 10 = 0$ escrita na lousa] teríamos o conjunto solução [escreve: $S = \{-1 - 3i, -1 + 3i\}$].

Classificaria a fala acima nessa categoria porque, na produção de significados desta "professora fictícia", encontrei a definição de um objeto matemático simbólico (números complexos), a menção da demonstração de um fato matemático e um modo de produção de significados legítimo na Matemática do matemático: o conjunto dos números complexos como uma extensão formal do conjunto dos números reais.

Com essa categorização, pude delimitar e caracterizar as enunciações do meu sujeito de pesquisa. Delimitá-las, no sentido de me concentrar na análise, nas enunciações encontradas nas categorias (2), (3), (4a), (4b) e (5)¹⁵ – uma vez que eu estava em busca de uma leitura da formação matemática (caracterizada em termos do processo de produção de significados utilizando as noções centrais do MCS) na prática profissional do professor de matemática. E caracterizá-las, à medida que analisei a distribuição das falas da professora – coletadas utilizando o instrumento 1A – nas categorias.

Assim, a distribuição dos tipos de falas, coletadas a partir da aplicação desse instrumento, se concentrou entre as categorias (2) – matemática de forma genérica – e (3) – conteúdos matemáticos citados

¹⁵ E que no caso do instrumento 1A me remeteu à metade das falas.

– praticamente com a mesma quantidade. A seguir, passarei a detalhar melhor essas falas encontradas com maior incidência por meio do Instrumento 1A.

Na categoria (2), encontrei três falas que descrevem como e quando utiliza o livro "Experiências Matemáticas". Uma delas citei na apresentação dessa categoria logo acima e a outra é a que se segue:

"Eu trouxe o EM [Experiências Matemáticas] de quinta e o de sétima, e eu trabalho, às vezes, com um de oitava, também. Eu uso quando eu vejo que tem alguma atividade para introduzir algum conteúdo, daí eu pego, sabe? Pra iniciar, despertar o interesse deles..."

Uma em que a professora explicita sua procura por um material que desenvolvesse a "capacidade de leitura dos seus alunos"¹⁶.

Outra em que cita os materiais permanentes que a escola disponibiliza a todos os professores – régua, compasso, esquadro, calculadora – e, além disso, a possibilidade do empréstimo desses materiais aos alunos¹⁷.

Por fim, encontrei 3 falas em que explicita como e por que trabalha com o livro didático adotado pela escola e 1 fala na qual justifica a utilização do livro "Matemática: pensar e descobrir"¹⁸.

Na categoria (3), encontrei seis tipos de falas em que a professora cita conteúdos matemáticos para explicar como utiliza o livro adotado,

¹⁶ Segunda citação da categoria (2) apresentada anteriormente.

¹⁷ Cita também, nessa mesma fala, o fato de procurar sempre preparar suas aulas, principalmente as que utilizam atividades do livro "Experiências Matemáticas": *ah!! e tem todo esse material que a gente tá trabalhando, e as aulas assim eu procuro sempre estar... preparando antes, né? pra daí eu vir aqui aplicar, principalmente atividades da... das Experiências Matemáticas, aí tem que estar preparando antes..."*.

¹⁸ Material também trazido pela professora à entrevista. Referência: GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. **Matemática: pensar e descobrir**. São Paulo: FTD, 4v., 2000.

o “Experiências Matemáticas” e o livro “Matemática: pensar e descobrir”.

E dois tipos de falas em que cita os conteúdos, para contar dois casos em que usou outro material que não o trazido para a entrevista:

“O caso do livrinho lá [se referindo ao material que recebeu num curso de capacitação citado anteriormente]... o ano passado, esse ano eu ainda não apliquei com os meus alunos de quinta série, o ano passado eu peguei o livrinho tinha o Jogo do Resto, então quando eu estava trabalhando a divisão então eu trabalhei com eles o jogo...”

CARACTERIZAÇÃO DA PRÁTICA PROFISSIONAL DA PROFESSORA¹⁹

A partir das categorias destacadas, pude estabelecer uma caracterização inicial da prática profissional dessa professora – realizada por meio de uma leitura plausível (LINARDI, 2007), dos objetos e significados produzidos por ela, nesse instrumento – que respondesse às questões que nos levaram à elaboração do Instrumento 1A: Como o professor descreveria o que faz em suas atividades de professor de matemática (utilizando o material)? Como utiliza o material trazido? Como se organiza para utilizá-lo? Quais decisões e ações são tomadas no uso desse e de outros materiais? – para que eu pudesse (ou não) enxergar categorias da Matemática do matemático.

A prática dessa professora se caracteriza em um trabalho conjunto com uma outra professora de matemática com quem trabalha no mesmo período, por meio da troca de materiais – lista de exercícios,

¹⁹ Em alguns momentos da caracterização, apontarei, entre chaves, as direções para as quais a fala da professora está dirigida.

avaliação e “atividades do *Experiências Matemáticas*”²⁰ – por elas escolhidos. O critério de escolha das “atividades” do livro “*Experiências Matemáticas*” se dá a partir do teor da atividade nele encontrada, cuja proposta deve possuir uma introdução do conteúdo matemático a ser tratado e, ao mesmo tempo, motivar os alunos [prática da professora referendada pelo conteúdo matemático e pela motivação dos alunos]. Assim, esses materiais são “passados” para as duas classes ao mesmo tempo (por exemplo, para as oitavas séries que ela e a outra professora, já mencionada, têm em comum). Em sua prática, procura sempre preparar suas aulas, principalmente as que utilizam atividades do livro “*Experiências Matemáticas*”.

Além desses, os materiais permanentes – régua, compasso, esquadro, calculadora –, que todos os professores de matemática da escola têm ao seu alcance, são emprestados aos alunos, quando há necessidade de utilização – como no caso da calculadora, que se pode emprestar ao aluno, caso ele não possua uma, e de ensiná-lo a trabalhar com ela.

A professora diz que gostaria de ter algum material que ensinasse a desenvolver a capacidade de leitura dos seus alunos em suas atividades – algo que para ela “*é muito solicitado nos dias de hoje*” – e que “*em matemática não há nada de concreto (nem uma direção, nem um caminho)*”.

O livro didático adotado pela escola²¹ – e que todos os alunos possuem – só não é utilizado pela professora na falta de algum

²⁰ Um dos materiais trazidos pela professora à entrevista. Referência: SAO PAULO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências matemáticas**: 5ª a 8ª séries. São Paulo:SE/CENP, 4v., 1997.

²¹ Um dos materiais trazidos pela professora à entrevista. Referência: LONGEN, A. **Matemática em movimento**. São Paulo: Ed. do Brasil, 4v., 1999.

conteúdo, porque, como ela mesma disse, *"só o que tem aqui [no livro] não é suficiente, então daí a gente vai buscando em outros materiais"*. Para ela, esse livro *"tem uns exercícios assim bem de raciocínio, que tem que pensar mesmo para resolver"*, e que não são *"aquela coisa mecânica"* de *"calcule isso, determine isso"*. Segundo ela, é um livro interessante que está dividido em três partes²². Uma delas, *"Aplicando os Conhecimentos"*, na qual ele [o autor] *"aplica mesmo"* os conhecimentos introduzidos, é *"aquela coisa determine, calcule, mas, às vezes, ele faz de outro jeito a pergunta, entendeu?"* [preocupação da professora com a matemática aplicada ao dia-a-dia do aluno], *mas em resumo é isso, determinar e calcular"*. A outra, *"Matemática em Movimento"* – uma das partes preferidas pela professora juntamente com a última, *"porque faz os alunos pensarem"* –, em que ele põe questões; e a última, *"Respondendo as Questões"*, na qual ele questiona *"os exercícios que [os alunos] resolveram... propriedades, definição..."* [apesar de aparecerem aqui termos comuns à Matemática do matemático, não sabemos quais os significados produzidos para eles e, portanto, nada temos a dizer]. Além dessas três partes, no fim de cada capítulo, há o *"Pesquisando os Significados"* que se refere ao próximo conteúdo. Ainda ao falar sobre o livro, a professora justifica:

"(...) nós escolhemos esse livro exatamente por isso, pelo tipo, sabe? É a estrutura do livro, foi o jeito que nós escolhemos, como ele era estruturado... [começa a folhear e mostrar para o entrevistador] Tem um pouco de história no começo do capítulo... Tem algumas coisas para pensar, para discutir... exemplos e daí já vem "Aplicando os Conhecimentos", o "Matemática em Movimento" e o "Respondendo as Questões", e o "Pesquisando os Significados" é sempre o que vem depois, que nem aqui pede do ábaco, daí vai falar do ábaco... aqui, na lousa,

²² Para cada conhecimento matemático tratado.

eu vou passar aquilo que eu quero chamar a atenção, os exemplos que eu quero que chame a atenção, a resolução que... eu acho importante, então eu pego aqui e coloco [na lousa].”

Elogia, também, o esquema utilizado pelo livro “Matemática: pensar e descobrir” (faz uma pergunta que o aluno consegue responder, em seguida expõe o conteúdo e só depois apresenta a definição) e descreve sua prática utilizando esse livro:

*“Óh!, ele começa... questionando com pergunta que o aluno consegue responder e daí depois é que ele coloca o conteúdo e daí depois a **definição**, ele **generaliza**, né? E põe a **definição geral** então eu gosto bastante dele, então as vezes quando eu vou passar na lousa eu sempre passo por aqui que é o “Pense e Descubra”... pra eles irem... quando eu vou a lousa eu vou colocando mais o que chama a atenção, o que leva ele a descobrir o assunto, daí depois que ele descobriu eu coloco sempre a **definição matemática** para eles, deixo indicada que é uma **definição** [aqui aparecem sublinhados termos comuns (rastros) da Matemática do matemático], então eu já faço todos os exemplos e exercícios, deixo na lousa... e assim nas aulas seguintes eu sempre faço pergunta da aula anterior, olha! Na aula anterior nós fizemos isso, isso e isso, quem lembra!? Quem sabe falar o que que é!? Pra ir puxando eles pra eles continuarem ... Aí ele vai continuando e daí aqui já começa os exercícios...”*

A partir da categoria (3), evidenciou-se que a prática profissional da professora está centrada nos conteúdos matemáticos, já que as escolhas dos materiais utilizados e a estratégia de ensino adotada foram balizadas pelo conteúdo matemático.

Por esse motivo, a caracterização realizada por meio dos objetos e significados produzidos pela professora, neste instrumento e nesta categoria²³, restringiu-se aos materiais que ela utiliza. Vejamos.

²³ Que muitas vezes se repetem nas categorias.

Como vimos anteriormente, a professora utiliza o livro didático adotado pela escola "como material de consulta" em sua prática profissional e, a partir desse, "monta", junto com a outra professora de matemática da escola, "o roteiro de suas aulas":

"(...) Os exercícios eu dou bastante do livro deles, mas eu procuro sempre tá complementando com exercícios com... extras, né? Então depois que eu fiz o do livro, corriji o do livro, daí eu passo mais na lousa para eles fazerem exercícios extras... daí é que eu consulto os outros livros, e até para eu passar exemplos, conteúdo eu vou pegando dos outros também, entendeu? Eu não sigo certinho o livro deles, então eu dou assim... eu explico, passo exemplo, passo conteúdo para eles terem no caderno porque depois eles vão devolver o livro e não vão ter mais contato e daí ah!... algum conteúdo eu peço para eles fazerem a leitura do que tá no livro deles, além de resolverem o exercício, tá?. (...) Bom... eu passo o conteúdo na lousa diferente do que está no livro e daí depois eu peço para eles fazerem a leitura do livro e muitas vezes eu peço também pra eles ah!... assinalarem alguma coisa do livro que não entendeu, que as vezes eu não expliquei, ah!... se ficou alguma dúvida e daí eles fazem isso, eles questionam. (...) Eu foco na lousa o que é essencial, eu não fico assim "enchendo lingüiça" na lousa, sem muito texto, e assim...e... a resolução daí eu faço passo a passo porque no livro traz assim direto, né? Então daí eu faço passo a passo explicando pra não deixar dúvidas pros alunos..." (Transcrição do instrumento 1A – categoria (1))²⁴

Para exemplificar como utiliza esse material, por exemplo, o volume de 8ª série, ela toma o capítulo de **equações**, evidenciando sua preocupação com os conteúdos matemáticos que nele são abordados ou não. Vejamos:

"ele [o livro] tem... problemas com equação de segundo grau, daí a... a solução e

²⁴ Inserir uma fala da categoria (1) para que eu pudesse contextualizar o início dessa caracterização.

a fórmula de Báskara, só que daí ele acaba, então ele não traz... equação biquadrada, ele não traz equações irracionais que são conteúdos que a gente trabalha, ah! sistemas, então daí eu faço na lousa e trabalho fora do livro... então eu tô trabalhando agora fora, mas o que tem o conteúdo aqui, eu pego os exercícios e trabalho daqui, tá?";

Coloca também que antes de usar o livro, "quando **vai começar um conteúdo**, inicia perguntando se os alunos sabem alguma coisa daquilo?" Por exemplo, para o conteúdo matemático citado anteriormente, perguntaria: "Vocês sabem o que é uma **equação**?" E, que, após este questionamento **começaria "a passar o conteúdo"**.

Acrescenta que as oitavas séries em que leciona (período da manhã e da tarde) "são muito boas", que os alunos "questionam bastante, perguntam, procuram saber". E que, gosta de utilizar o livro "Experiências Matemáticas" nas aulas de **Geometria** (em todas as séries), porque esses livros têm atividades interessantes:

"(...) Esses livros... Eles têm umas coisas legais, concreta, principalmente eu acho assim pra quinta série, então fica concreto pra eles, né? Porque ainda eles dependem um pouco, né? do material e pra usar esses material [se referindo ainda as "Experiências Matemáticas"] eu as vezes trago xerocado a atividade, ou as vezes eu passo na lousa, dependendo o comprimento... o tamanho da atividade eu xeroco, dependendo eu passo na lousa e vou fazendo, tá?. E tem também um material que eu não trouxe, que está até em casa, são uns livrinhos que eu fiz de capacitação [curso de capacitação], um ano que teve, e nesses livrinhos também tem algumas atividades interessantes, tem jogos então daí dá para aplicar, então **dependendo do conteúdo eu aplico.**"

Sobre “os livrinhos de capacitação”, a professora diz que ainda não aplicou, este ano, com seus alunos de quinta série, mas no ano anterior, ao trabalhar a **divisão**, “trabalhou com os alunos o *Jogo do Resto*” e que “agora esse ano [está] pretendendo aplicar o *Jogo do Dominó*, as relações com o *Jogo do Dominó*”. E coloca:

*"(...) dá pra você trabalhar o quadrado mágico... usando as peças do dominó, ah!! uma vez também um outro material que eu já usei, até foi em uma universidade, um curso que eu fiz sobre **fractais**, daí eu apliquei com as minhas classes também, daí nós construímos o **triângulo**..."*

Com relação ao outro livro trazido na entrevista, acrescenta:

*"Esse, eu também gosto [pega o livro “Matemática: pensar e descobrir” e começa a folhear] que é o “Pensar e Descobrir” porque o **conteúdo vem tudo em forma de pergunta**... pro aluno, então, às vezes, eu começo com esse... daqui óh! [começa a folhear e mostrar ao entrevistador] Ah!! tem o desenho, daí óh! quantas fileiras de carteiras há nessa sala, **até introduzir o conceito de... potência**, pro aluno, então eu gosto desse daqui também, por isso, sabe? [...] Aí ele vai continuando e daí aqui já começa os exercícios... [continua a folhear] “Vamos Resolver” e aqui vêm **as propriedades... da potência**, que já não trabalha na quinta série... **daí já entra na raiz quadrada, expressões numéricas e a raiz quadrada**... daí também... esse é o livro de quinta série, tem o de oitava também que é no mesmo esquema, e o de sexta também ele faz isso, sempre tem um “Pense e Descubra”, daí vem um probleminha que vai questionando, questionando, **até que chega no ponto do conteúdo e daí é que introduz o conteúdo**, então eu gosto bastante dele também".*

Para a última categoria contemplada no instrumento 1A, na qual tomei tipos de falas que tivessem conteúdos matemáticos tratados matematicamente (4a), encontrei duas falas da professora: uma, em que conta um episódio ocorrido em sua sala de aula, “quando estava passando

equação do 2º grau", e outra, em que destaca – fazendo uma leitura em voz alta – como o livro "Matemática em Movimento" trata a questão dos números naturais.

A seguir, utilizando essas duas falas, apresentarei, como nas categorias anteriores, uma terceira caracterização da prática profissional dessa professora, em termos do processo de produção de significados que ocorre em sua sala de aula, e também, nesse momento, uma caracterização inicial do que, acredito, seja a matemática do professor de matemática no MCS (LINS, 2004b). Mais especificamente, apresento uma caracterização da matemática que acontece na sala de aula dessa professora²⁵ – essa matemática caracterizada em termos de processos de produção de significados baseados no MCS.

Em sua prática, como visto anteriormente, ao iniciar um conteúdo, a professora, primeiramente, questiona seus alunos sobre esse determinado conteúdo e, em seguida, *"começa a passar o conteúdo"*. Em um dia desses, em sua sala de aula,

[ela] *"estava passando equação do segundo grau [quando] (...) chegou no delta negativo, ah! E agora!?"* [Os alunos perguntaram] [e ela respondeu:] *Eu falei não vai ter solução agora... no conjunto do reais, mas depois vocês vão aprender que tem solução essa equação em um outro conjunto, ah! mas você tem que ensinar agora!* [pedem os alunos] *Porque a gente não vai esperar! Eu falei: Mas a gente vai ensinar o ano que vem! Agora não! E eles estão no pé que eles querem, (...) Então eu vou parar uma aula, eu estou dando toda a parte de equações, depois eu vou dar uma parada e vou falar: Olha gente! Existe esse conjunto!... Pra matar a curiosidade deles, você entendeu?*

²⁵ Relembrando, assumirei aqui, que o que ocorre na sala de aula dessa professora, é o que a professora efetivamente está dizendo que ocorre.

A professora, nesse momento, precisou tomar uma decisão. Como falar de um conjunto numérico que não está inserido no conteúdo por ela programado? Como agir para satisfazer a curiosidade dos alunos e, também, satisfazer o que ela acredita ser o certo, para o conteúdo matemático? A sua tomada de decisão e o processo que ocorre a partir (e momentos antes) desta – as ações realizadas pelo professor e pelos alunos, e os significados matemáticos e não matemáticos produzidos – é o que estamos chamando da matemática do professor de matemática.

Ao mostrar ao entrevistador o material adotado em sala, a professora comentou:

*“O livro que os alunos recebem [começa folhear o livro]... aqui tem um começo de **introdução histórica**, né? E daí aqui já começa **o conteúdo** e daí sempre faz **comparação com a nossa vida**, que nem aqui óh! [aponta] a questão dos **números naturais**... [começa a ler em voz alta] **que é difícil imaginar a nossa vida sem a idéia de número, de comparação, de seqüência**, daí fala, né? Onde eles usam o número, como eles usam e daí vem o ‘Pra Pensar e Pra Discutir’.”*

Nessa fala são produzidos objetos e significados não matemáticos, tais como: "introdução histórica", "o livro sempre faz comparação com a nossa vida", "vida", "é difícil imaginar a nossa vida sem a idéia de número...", juntamente com objetos matemáticos: "o conteúdo (matemático)", "números naturais", "idéia de número", "comparação", "seqüência", o que, de acordo com o MCS, torna esse processo de produção de significados tão singular a ponto de ser chamado de Matemática do professor de matemática.

Durante essas leituras, levantei algumas direções das falas da professora (SILVA, 2003). Foram elas: o conteúdo matemático como norteador da prática profissional; a utilização do livro didático como

material de consulta diário; a procura por atividades que motivem a aprendizagem de certo conteúdo; a crença de que as atividades aplicadas ao dia-a-dia do aluno possibilitem a motivação; o desejo de conseguir um material didático que trabalhe a capacidade de leitura dos alunos, e outras.

Portanto, se eu tivesse, e esse não é o meu caso nesta pesquisa, a intenção de interagir com essa professora²⁶ (compartilhar novos modos de produção de significado, no caso do MCS), sugerir novas direções – e, assim, novos interlocutores –, e mesmo de, efetivamente, intervir na sua prática profissional. Poderia se sugerir algumas ações que pudessem mudar essas direções. Por exemplo: perguntar o que é, para ela, "a capacidade de leitura do aluno", uma vez que, ao utilizar o livro com os seus alunos, muitas vezes, ela mesma faz a leitura:

(...) vem o “Pra Pensar e Pra Discutir”, daí esse “Pra Pensar e Pra Discutir” eu faço oral, com eles, conforme eu já estou dando, eu vou lendo... já... como eu já li, já sei o que que tem, daí conforme eu vou explicando eu já vou perguntando pra eles... ... e aqui tem exemplos, esse livro é mais extenso em termos de texto e de exercícios ele já é mais curtinho, óh! É no máximo duas folhas, não são todos os conteúdos que eu peço para eles lerem, tá? Qual eu acho que é interessante eles estarem lendo, que vai acrescentar alguma coisa, eles lêem, alguns eu leio junto com eles, agora outros eu nem peço pra ler que eu vou direto pro exercício, depende o texto. (Transcrição do instrumento 1A – categoria (1))

Poderia se também sugerir a leitura e discussão de alguns textos (em sua maioria de Educação Matemática) relacionados à motivação (por exemplo, em psicologia cognitiva), à epistemologia da Educação

²⁶ Essa interação poderia ocorrer em cursos de formação inicial e continuada ou, mesmo, em uma conversa informal.

Matemática, à cognição humana, à teoria da atividade e a muitas outras possíveis intervenções (ou interações).

REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, M. E. D. A. (Org.) **Etnografia da prática escolar**. 10. ed. Campinas, SP: Papirus, 1995. 128 p. (Série Prática Pedagógica).
- GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 2. ed. Rio de Janeiro: Record, 1998. 107 p.
- LAKOFF, G. **Women, fire and dangerous things**. Chicago: The University of Chicago Press, 1990. 614 p.
- LINARDI, P. R. **Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2007. 291p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP/Rio Claro – SP, 2007.
- LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. (Seminários e Debates). p.75-94.
- _____. (2001). The production of meaning for algebra: a perspective based on a theoretical model of semantic fields. In: SUTHERLAND, R. et al. (Ed.). **Perspectives on school algebra**. London: Kluwer Academic Publishers, 2001. p.37-60.
- _____. (2004a). Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: Bicudo, M. A. V., Borba, M. C. (org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004a. p.92-120.
- _____. (2004b). Characterising the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: ICME, 10., 2004b, Copenhagen – Denmark. **Proceedings...** Copenhagen. No prelo.
- MOREIRA, P. C. **O conhecimento matemático do professor**: formação na licenciatura e prática docente na escola básica. 2004, 195p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. 2003, 243p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

WILSON, S. M.; FLODEN, R. E.; FERRINI-MUNDY, J. **Teacher preparation research: current knowledge, gaps and recommendations (document R-01-3)**; Washington: Center for the Study of Teaching and Policy/University of Washington, 2001. Disponível em: <<http://www.ctpweb.org>>. Acesso em: 20 ag. 2006.

7

SOBRE TEORIZAÇÃO, ESTÉTICA FICCIONAL E ALGUMAS APROXIMAÇÕES ENTRE O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E A HISTÓRIA ORAL

Heloisa da Silva

João Ricardo Viola dos Santos

Era 14 de janeiro de 1922 quando Emma Zunz recebera uma carta que anunciava o suicídio de seu pai. Um mal estar no ventre e nos joelhos, temor, frio, tristeza e solidão foram os sentimentos que inundaram a vida dessa trabalhadora da fábrica de tecidos Tarbuch e Loewenthal. Nas histórias recordadas de sua infância, lembrou os veraneios na chácara, a casinha de Lánus, os amarelos losangos de uma janela... Recordara também que seu pai jurara um dia que o ladrão da fábrica, em outros tempos, era Aaron Loewenthal, antes gerente, agora um dos donos. Tal lembrança, que por vezes lhe dava um íntimo sentimento de poder, lhe fez ficar aquela noite inteira em claro e arquitetar um plano para vingar seu pai.

Os trabalhadores da fábrica estavam organizando uma greve e Emma marcou um encontro com Loewenthal a fim de contar-lhe algumas informações sobre o movimento. Marcou um encontro para a noite, fora do horário de trabalho. Mais uma vez na manhã daquele dia, desenhou em sua mente a trama de seu plano e seguiu seus passos. Passou por um bairro, entrou em dois ou três bares, onde homens pagavam pelo prazer sexual com as mulheres; escolheu um homem do tipo grosseiro, rude, de modo que a pureza do horror não fosse diminuída. Não o olhou nos olhos e nem mesmo ficou com o dinheiro

que ele lhe pagou – Emma o rasgou. O homem serviu para Emma como um instrumento de justiça, enquanto ela serviu para ele como instrumento de gozo. Seguiu para fábrica para continuar seu plano e encontrar com Loewenthal. Queria que ele confessasse sua culpa no roubo de tempos atrás e permitir que a justiça de Deus triunfasse sobre a justiça dos homens. Entrou no escritório e, durante a conversa, conseguiu que ele fosse pegar um copo d’água. Quando voltou, Emma disparou dois tiros com o revolver que ele sempre guardara em sua gaveta. Iniciou sua acusação: “Vinguei meu pai e não me poderão castigar”, mesmo sem saber se Loewenthal estava em condições de compreendê-la. Tirou sua roupa, o paletó de Loewenthal e ligou para polícia relatando o que sempre repetira para si mesma, inúmeras vezes: “Aconteceu uma coisa inacreditável... O senhor Loewenthal me fez vir com o pretexto da greve... Abusou de mim, eu o matei...”.

“A história era inacreditável, de fato, mas se impôs a todos, pois substancialmente era certa. Verdadeiro era o tom de Emma Zunz, verdadeiro o pudor, verdadeiro o ódio. Verdadeiro também era o ultraje que padecera; só eram falsas as circunstâncias, a hora e um ou dois nomes próprios” (Jorge Luis Borges, *Ficções*, 1949, p. 631).

Recontamos, à nossa maneira, o texto Emma Zunz de Jorge Luiz Borges, com a intenção de mostrar uma direção para as discussões que queremos propor – talvez uma imagem ou mesmo uma sensação. Para nós, esse recontar oferece um pano de fundo para construir algumas relações entre o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e a História Oral (HO).

As relações que elaboramos são entre as fontes históricas e os resíduos de enunciação; na aproximação dos processos de textualização e do processo de comunicação; da ficção como uma possibilidade de

teorização em Educação Matemática, caracterizada como um modo legítimo de produzir significados. Esperamos, com isso, apresentar alguns traçados, sentidos, movimentos, ideias e direções para a construção de outra estética de pesquisa nas relações entre o MCS e a HO – mesmo que primeiros e provisórios.

UMA PERSPECTIVA DE PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO HISTÓRICO E A PRODUÇÃO DE FONTES: APROXIMAÇÕES ENTRE A HISTÓRIA ORAL NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O MCS

Nesses últimos dez anos, a HO vem se consolidando como possibilidade metodológica em pesquisas no campo da Educação Matemática, sejam elas investigações historiográficas ou não¹. Ao mesmo tempo em que explora compreensões de outros campos de estudo – como a história, a sociologia, a antropologia, dentre outros – o uso da HO na Educação Matemática movimenta parâmetros qualitativos de investigação que se apóiam na oralidade, na coleta de depoimentos que, de maneiras variadas, são analisadas sob várias perspectivas.

Nesse sentido, pode-se dizer que um trabalho em HO trata de registrar memórias orais e, a partir delas, constituir, intencionalmente, fontes históricas junto a parâmetros próprios, das quais estes – e outros – podem amparar-se para focar determinados objetos de pesquisa. Esses parâmetros de constituição das fontes se dão, basicamente, numa série de procedimentos para o seu tratamento, aliada a uma fundamentação específica. Considerando tal intencionalidade, todo trabalho em HO apresenta uma preocupação com o caráter historiográfico. Assim, mesmo sem o desígnio de desenvolver uma

¹ De acordo com GOMES & BRITO (2009), temas como a história da formação e da profissão docentes em Matemática têm sido investigados, sobretudo, pela via da História Oral.

pesquisa historiográfica, o pesquisador que desenvolve um trabalho em HO deve conhecer os trâmites gerais de uma operação historiográfica – ou seja, estudar e constituir um significado para a escrita da História, para o que são e como são elaboradas as narrativas históricas, enfim, defender uma concepção sobre o que é História e sobre modos de praticar historiografia –, já que estará provendo registros que podem alimentar um tipo de operação como esta em seu próprio trabalho ou no de outros. Nesse âmbito, entende-se não ser o pesquisador quem decide se seus escritos serão ou não utilizados, no presente ou no futuro, como fontes historiográficas (isso é uma atribuição do *leitor* que escapa às intenções do *autor*) e, por isso, todas as produções, todos os registros, são fontes historiográficas potenciais (GARNICA, FERNANDES e SILVA, 2011).

Constituídas as fontes, o trabalho analítico desenvolvido pelo pesquisador da HO na Educação Matemática, requer uma grande variedade de recursos/fontes (e, conseqüentemente, de pontos de vista), além dos depoimentos orais. Nele os pontos de vista (possíveis a partir dos depoimentos e das outras fontes disponíveis) são postos em diálogo pelo pesquisador em um processo em que um não recebe maior destaque que o outro, em termos de valoração – considerando que cada um desses recursos/fontes abre a possibilidade de conhecer perspectivas distintas e, muitas vezes, conflitantes. Tal trabalho analítico é, pois, chamado de uma versão (histórica) do fenômeno pesquisado.

Em tal processo, destacam-se características particulares do trabalho (historiográfico ou não) mobilizado pela HO que o diferirá de outras práticas usuais:

é possível, ao promover um diálogo entre várias perspectivas (e talvez, principalmente, por mobilizar depoimentos orais), realçar a subjetividade dos pontos de vista; é possível percebermos quais futuros foram projetados; quais estratégias relativas à memória foram disparadas por cada um dos depoentes ao criarem seus passados. É possível, em suma, reconduzir a subjetividade para dentro das práticas historiográficas e, num campo mais amplo, para dentro das práticas científicas. A realidade é complexa e multifacetada; e um mérito principal da história oral – afirma Paul Thompson (1992) – é que, em muito maior amplitude do que a maioria das fontes, ela permite que se recrie a multiplicidade original de pontos de vista (GARNICA, FERNANDES e SILVA, 2011, p. 238).

Nesse trabalho, portanto, as fontes historiográficas constituídas a partir de depoimentos orais pelo pesquisador, terão o papel de possibilitar ao seu olhar e ao olhar de seu leitor “não apenas o que o povo fez, mas o que queria fazer, o que acreditava estar fazendo e o que agora pensa que fez” (Ibid), além de apresentar um grande comprometimento na relação do narrador com sua história.

Dentro desta perspectiva analítica ocorrida no interior de trabalhos em História Oral e Educação Matemática, assim como em Le Goff, Foucault, Paul Thompson, Joutard e outros historiadores, destaca-se uma concepção, sobre história e os elementos nela agenciados, que não teme um saber perspectivo. Como afirma Foucault, esse sentido histórico:

sabe que é perspectivo e não recusa o sistema de sua própria injustiça. Ele olha de um determinado ângulo, com o propósito deliberado de apreciar, de dizer sim ou não, de seguir todos os traços do veneno, de encontrar o melhor antídoto. Em vez de fingir um discreto aniquilamento diante do que ele olha, em vez de aí procurar sua lei e a isto submeter cada um de seus movimentos, é um olhar que sabe tanto de onde olha quanto o que olha. (FOUCAULT, 1999, p.30).

Por assim ser, questões sobre parcialidade e objetividade são emergentes na discussão do método em trabalhos de HO. Elas se manifestam nesse seu empenho de registrar versões diferenciadas, que deixa de lado o exercício de redução ao interesse comum e, com ele, a escolha entre o triunfo ou a derrota, impedindo deste modo, que um determinado ponto de vista interfira com o que é julgamento digno de louvor imortalizante (ARENDT, 1997, *apud* GARNICA, FERNANDES e SILVA, 2011); manifestam-se no esforço de articular diferentes posições, criando significados a partir do respeito ao ponto de vista do outro e, com eles, constituindo uma história para aquilo que investigou.

Assim, num certo sentido, as histórias contadas nos trabalhos de HO e Educação Matemática, mais especificamente nos trabalhos do Grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM)², têm se esforçado em serem histórias de *processos de produção de significado*, num exercício de mobilizar versões, assumidamente formadas por sistema de regras que não tem em si significação essencial (não são formadas por significantes). A partir de questões de cunho investigativo (historiográfico) e dessas histórias contadas, o pesquisador impõe uma direção para a sua pesquisa, dobrando tais histórias a uma nova vontade, fazendo-as entrar em um outro jogo (o do pesquisador), submetendo-as a novas regras num *processo de produção de significados* que permite a criação de sua versão científica (ou historiográfica). Buscam, assim, contar a história das morais, dos ideais, dos conceitos metafísicos, dos conceitos de liberdade, de identidade ou da vida ascética, como manifestações de *processos de produção de significados* diferentes.

² Para mais informações sobre o GHOEM acesse o site www.ghoem.com.

Vemos nesses aspectos, portanto, aproximações com a proposta do MCS. De acordo com esta, fontes históricas são *resíduos de enunciação* e o que se tem chamado de “fato histórico” só se constitui por meio dos significados que são produzidos para aquilo que se diz ter “acontecido” – e que, portanto, não existe até que se fale sobre ele. Os *processos de produção de significados* não definem, portanto, uma constituição interna do objeto/fato/acontecimento, mas permitem que ele apareça, situando-o em relação a outros modos, determinando sua diferença. Os fatos históricos, assim como os objetos, não são e não se constituem anteriormente aos modos de produção de significados de alguém.

Com vistas a caracterizar o que as pessoas dizem, isto é, seus *processos de produção de significado* em seus próprios termos, e não nos que lhes faltam ou nos que estão “errados”, pode-se dizer que o que move as ações fundamentadas no MCS é a busca de coerências, e não de contradições, nesses processos (LINARDI, 2006). Ora, essa é justamente a ação que os pesquisadores do GHOEM buscam ter em seus procedimentos de análise. Ao mobilizar os seus depoimentos, o pesquisador pretende caracterizar o que seu entrevistado disse sem, com isso, sair em busca de “equívocos” em seu depoimento. Nossos esforços são os de realizar uma *leitura plausível* dos modos de produção de significados e com isso ampliar nossos horizontes de possibilidades (LINARDI, 2006), na tentativa de utilizar os termos que eles utilizam, falar de coisas que acreditamos que eles fariam.

Os trabalhos em HO e Educação Matemática tendem a mobilizar, de certo modo e, portanto, dois tipos de tendências em seu desenvolvimento: a dissociação de abordagens frequentes na pesquisa científica (historiográfica) tradicional – que usam o discurso científico tradicional como referência para autenticar verdades geralmente

centralizadoras –, fazendo aparecer descontinuidades atravessadas nos discursos; e o afastamento da abordagem do conhecimento como essencialmente dado, que tudo revela, que é inteiriço, aproximando-se de uma abordagem oposta, que não tem por fim reencontrar o que há de essencial no conhecimento, mas, ao contrário, sente-se, impelida, obstinadamente, a dissipá-lo. Entendemos que essa segunda tendência também caracteriza o movimento promovido pelo MCS na Educação Matemática com sua proposta que parte de uma noção de *conhecimento* que é compartilhada pelos trabalhos em HO dessa mesma área, ou pelo menos, do Grupo de História Oral e Educação Matemática (GHOEM).

Ainda nessa segunda tendência, produzir conhecimento histórico se aproxima, portanto, do modo como se produz *conhecimento*, segundo o MCS. Ao produzirmos *crenças-afirmações* junto com *justificações* na tentativa de compartilhar interlocutores, nos afastamos de uma perspectiva que advoga a produção de conhecimento ligada a sistemas empíricos ou dedutivos, para nos aproximarmos de uma perspectiva em que nossas *crenças-afirmações* junto com *justificações* sejam produzidas porque acreditamos pertencer a algum *espaço comunicativo*. Não há busca dos últimos fundamentos, da essência de uma fonte a respeito do que ela, realmente, revela; não há a intenção de descoberta ou resgate da história. Ao produzir conhecimento histórico, nos meandros entre a HO e o MCS, produzimos enunciações provisórias em meio aos *espaços comunicativos* que compartilhamos. Presentificamos um passado, em meio a subjetividades e parcialidades naturais desse processo. Um passado, pois em um futuro podemos construir outros. Não reconstruímos, resgatamos, nem mesmo não nos dispomos a construir a história tendo como objetivo dizer como ela aconteceu.

Essas seriam as primeiras relações que elaboramos entre elementos do MCS e a HO, em que as fontes históricas seriam tomadas como *resíduos de enunciações* e os fatos históricos seriam tomados como *processos de produção de significados*. A construção do conhecimento histórico pode se assentar na perspectiva da produção do conhecimento segundo o MCS que, por sua vez, dialoga com as crenças daqueles que o produzem. Passaremos agora a discutir o processo de textualização realizado nos procedimentos de trabalhos em HO e suas possíveis relações com o MCS.

SOBRE TEXTOS E TEXTUALIZAÇÕES

Como já dito em Garnica, Fernandes e Silva (2011), as fontes historiográficas criadas em trabalhos de HO são disparadas pela oralidade e sua constituição se inicia em momentos de entrevista. Ainda que a áudio-gravação possa ser vista como uma fonte, nessas práticas de pesquisa o texto escrito, chamado de textualização, tem se constituído como suporte para as análises³. Na análise dessas textualizações, tem-se certo que esses registros permitem algumas compreensões e que os diferentes registros “não são manifestações distintas de uma mesma coisa: são coisas distintas e, portanto, sujeitas a instrumentos distintos de análise” (IBID, p. 235). Assim, enquanto a oralidade constitui-se como o ponto de partida para a compreensão, a escrita constitui-se como o ponto de partida para a análise formal.

Ainda que sob a perspectiva do GH OEM, a metodologia não se reduz a um conjunto de ações, ficam regulados alguns procedimentos

³ A publicação das fontes e recursos (gravações e “esboços” escritos) é estabelecida pelo entrevistado/depoente.

(relativamente estáveis) seguidos em pesquisas com História Oral. São eles:

(a) a questão diretriz da pesquisa indica um grupo inicial de depoentes cuja memória é julgada importante para compreender o tema levantado pela questão diretriz. /.../; (b) os roteiros de entrevistas são elaborados e devem estar à disposição dos depoentes, caso eles os solicitem previamente para organizar suas exposições; (c) as entrevistas podem estar direcionadas a compreender um tema específico, que é parte das experiências vivenciais do depoente (nesse caso, seguimos uma perspectiva conhecida como História Oral temática) ou, sem fixar tema específico, podem estar interessadas em perspectivas vivenciais amplas, num conjunto de experiências de vida relatadas por determinados atores sociais (nesse caso, a perspectiva é a que temos chamado de História Oral de vida); (d) as entrevistas – realizadas em tantas sessões quantas forem necessárias, seguindo as disposições do pesquisador e do colaborador – são gravadas e/ou filmadas para posteriormente serem transformadas em textos escritos numa sequência de momentos aos quais chamamos transcrição (ou gravação) e textualização: do registro da oralidade (em suportes digitais) passa-se à gravação bruta (elaborando-se um primeiro registro escrito); dessa gravação bruta (ou transcrição, como temos chamado) passa-se à primeira textualização (que implica editoração da transcrição), à qual seguem tantas textualizações quantas julgadas necessárias para “apurar” o texto, sempre em negociações com o depoente. Não há regras para textualizar e essa operação depende fundamentalmente da sensibilidade e do estilo de redação do pesquisador. Uma das disposições exigidas para essa dinâmica de elaborações textuais, por exemplo, é tentar manter, tanto quanto possível, o “tom vital” do depoente, isto é, a construção de frases nas quais se reconheçam (e o próprio depoente se reconheça em) seus modos de falar. Há ainda a possibilidade de que um dos momentos de textualização envolva uma “transcrição”, isto é, uma composição teatralizada, ficcionalizada, construída a partir dos depoimentos (p. 236).

Ao aproximarmos o MCS desse método, entendemos que nesse processo de tratamento das entrevistas ocorre um *processo de produção de significados* que pode ser caracterizado da maneira como a *comunicação* é, no modelo, entendida.

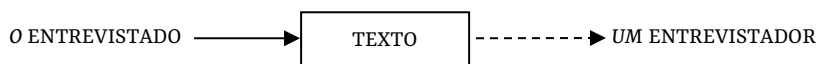
Além dos aspectos destacados acima, na textualização devem-se excluir os vícios de linguagem do entrevistado de maneira a conferir um aspecto de narração exclusiva do depoente que fala em primeira pessoa (MEIHY, 2000). Além disso, a textualização deve proporcionar leitura fácil ou compreensível de modo que possa ser analisada, sem dificuldades, como fonte histórica (GATTAZ, 1996). Nesse processo, o pesquisador toma liberdade de excluir as falas que, para ele, não precisam, necessariamente, ser mencionadas; elaborar, ao seu modo, algumas frases; e reestruturar a transcrição da entrevista, mudando a ordem das falas, segundo o que pensa ser *coerente* com o que disse o entrevistado. Logo, essa “deformação” declarada do que foi proferido pelo entrevistado pode ser encarada como um *processo de produção de significado* do pesquisador para a entrevista e/ou para a transcrição da entrevista.

É importante destacar que, nas pesquisas em História Oral, essas textualizações não se constituem como uma apresentação dos dados, para que depois o pesquisador teça suas análises, ou como um exercício analítico em si. Elas são narrativas apresentadas frente à intenção de dar acesso aos leitores e pesquisadores para que possam, se desejarem, tomá-las para outras pesquisas. As textualizações constituem-se como movimentos de análises, movimentos de teorizações, construção de narrativas que possibilitam compreensões do tema pesquisado. Elas se constituem dessa maneira, pois a ação de textualizar carrega, em si, vieses teóricos do pesquisador que se manifestam na escolha dos

depoentes, na elaboração dos roteiros das entrevistas, nas dinâmicas em que elas são realizadas. A postura qualitativa do pesquisador nesse processo se inscreve em seus desejos, crenças, concepções, subjetividades, ou seja, há todo um amálgama político cultural que circunscreve sua prática de pesquisa e que se constitui em produzir narrativas de momentos de entrevistas e também outras narrativas de análises, teorizações, alinhavos, sistematizações.

A textualização que, por sua vez, passa por um processo de legitimação pelo entrevistado torna-se, neste caso, um novo objeto – no sentido de que não se trata mais nem do que ocorreu no momento da entrevista nem da transcrição do registro daquele momento – para o qual o entrevistado produz novos significados ao ler e sugerir alterações e acréscimos. Todo esse processo de textualização (ou seja, em seu desenvolvimento), pode ser visto como um processo colaborativo entre aquele que quer se fazer entendido – o entrevistado – e aquele que almeja produzir um *texto* com os pensamentos do outro – o pesquisador-entrevistador. No MCS tal processo colaborativo pode ser chamado de *compartilhamento de espaço comunicativo*.

Pensando nas situações em que estão envolvidos entrevistador e entrevistado, este último, ao contar sua história ao entrevistador, fala na direção de um *interlocutor* que, por sua vez, não se trata da pessoa que está posicionada em sua frente, mas de um *ser cognitivo* que o entrevistado constitui. Uma leitura do diagrama de Lins (1999) para esta situação seria a seguinte:



O pontilhado indica que “a transmissão” existe somente na construção de *o* entrevistado. Ao se pronunciar, *o* entrevistado o faz para alguém, mas este alguém, segundo Lins, não se trata daquela pessoa na frente do entrevistado, mas de *um* entrevistador que esse entrevistado constitui cognitivamente: é na direção desse “um entrevistador” que “*o* entrevistado” fala. Esse “um entrevistador” é identificado como o *interlocutor* do entrevistado e, portanto, não deve ser confundido com o indivíduo que *o* ouve enquanto está diante dele quando fala: o *interlocutor* trata-se do *ser cognitivo* a quem se dirige *o* entrevistado quando fala, ou seja, é a direção para a qual *o* entrevistado fala.

O ato da escuta e/ou leitura refere-se a outro processo e, para este, acreditamos que Lins apresentaria o diagrama seguinte:



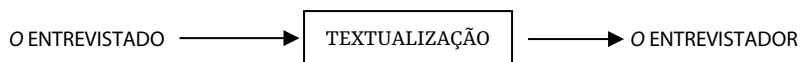
O pontilhado, neste caso, indica que a “transmissão” só ocorre no imaginário de *o* entrevistador. Desta vez, portanto, “*o* entrevistador” constitui “um entrevistado”, também cognitivo, ao “ler” sua *enunciação*, e é em relação ao que este “um entrevistado” diria que *o* leitor produz significados para o texto.

Assim, quando nas situações em que se relaciona com esse *um* entrevistado, quando “lê” as enunciações, tanto em frente ao entrevistado, como na transcrição e no processo de textualização, *o* entrevistador constitui “*um* entrevistado” e é na direção deste “*um* entrevistado” que ele constitui o que é *texto* e, assim, fala, escreve e produz a textualização.

O processo de textualização se faz precioso, portanto, não apenas por deixar fluir para o leitor a narrativa “escondida” pelos vícios da oralidade. Praticar a textualização em história oral é um exercício de amalgamar a ficção que o outro é à ficção que somos nós, ou seja, é uma tentativa de nós, pesquisadores, nos aproximarmos dos significados que o depoente produz para as suas experiências. Textualizar se aproxima do movimento de escrever o que acredito que você escreveria, constituindo um texto que acredito que você diria que é seu. Coloco-me a escrever outro texto que é constituído a partir da gravação (áudio ou áudio-visual) e armazenamento em mídia, da entrevista realizada, como também de minhas lembranças daquele momento. O pesquisador não escreve as mesmas coisas que o entrevistado disse, mesmo se ele utilizar as mesmas palavras. O pesquisador coloca-se em um movimento de instituir palavras, *plausivelmente*, de uma maneira que ele acredita que o entrevistado diria.

Não há pretensão de escrever o que *de fato* o entrevistado falou, pois para o entrevistador está claro que o que o entrevistado disse “morreu”, não existe mais. O que ele tem é apenas uma mídia que reproduz, por meio de um aparelho, falas de duas pessoas; uma que ele reconhece como sendo sua e a outra, do seu entrevistado. Acreditamos que quando o pesquisador escuta essa gravação, tem algumas direções de como construir um texto da conversa (entrevista) que aconteceu. Como o pesquisador já não tem esperança de escrever o que os dois conversaram, ele se coloca em um movimento de produzir significados e constituir objetos que ele acredita que o entrevistado legitimaria. Insere-se em um processo de textualização, que se relaciona como o processo de comunicação segundo o MCS – o pesquisador produz narrativas em um esforço conjunto entre ele e o entrevistado.

A partir dessa noção de *comunicação* proposta no MCS (LINS, 1999) e ao *produzirmos significados* para uma transcrição, temos a sensação de que aquilo que textualizamos seria dito pelo entrevistado. Do mesmo modo, ao produzir significados para a textualização inicial, o entrevistado a reorganiza na direção de *um leitor* (que pode ser *um entrevistado* ou *um outro leitor*). A textualização final acaba por propiciar uma sensação psicológica de que ela trata efetivamente do que disse o entrevistado, terminando por fundir as duas imagens e, então, os pontilhados desaparecem:



Portanto, na situação de uma entrevista e no ato da textualização de sua transcrição, a sugestão para tal compartilhamento é a de que nos empenhemos em dizer coisas que o entrevistado diria e com a autoridade que ele aceita, ou, nos termos de Lins, nos empenhemos em *produzir significados plausíveis* para o que diria o entrevistado. No final do processo de textualização é comum os entrevistados lerem as textualizações e dizerem para os pesquisadores que eles se escutam falando aquelas palavras.

Nas textualizações das entrevistas tentamos, pois, realizar uma *leitura plausível*, ou seja, uma “produção de significados para as falas /.../ que, ao mesmo tempo em que constitui as coerências, se apresenta como dentro de um horizonte cultural legítimo para este nosso discurso (legitimidades para nossa fala)” (LINARDI, 2006, p.35).

Desse modo, as narrativas resultantes das textualizações das entrevistas versam sobre as histórias dos depoentes. Constituídas em meio à pluralidade de posições, o conjunto dessas narrativas é, dessa forma, o primeiro lugar em que as “verdades” sobre fenômenos

aparecem em um trabalho de História Oral. Dessa maneira, elas são os primeiros movimentos de teorizações sobre a temática escolhida. A partir das textualizações, de outros textos⁴ e da construção de convergências⁵ desses textos (para o que ocorreu), um novo texto é constituído em um processo analítico e na direção daquilo que se investiga. É com eles que as histórias são constituídas nos trabalhos de História Oral e Educação Matemática.

No entanto, em contraste com o tipo de análise paradigmática tradicional, a análise dessas narrativas, em grande parte dos trabalhos de HO, é processada partindo de um caso individual a outro e não de um caso de generalização. A preocupação não é identificar cada caso sob uma categoria geral, já que, assim como no MCS, tem-se como pressuposto que um indivíduo é diferente do outro. A tarefa do pesquisador neste tipo análise é configurar os elementos em uma história que unificam e dão significados para os dados, de modo a expressar a vida autenticamente individual, sem manipular o discurso dos participantes (BOLÍVAR, 2002).

Essas seriam outras relações que elaboramos entre elementos do MCS e a História Oral, processos/movimentos de textualização se assentam no processo de *comunicação*, caracterizado pelo MCS. O diagrama reelaborado busca mostrar em detalhes as sutilezas do processo de textualização, oferecendo subsídios para a produção de conhecimento nessa perspectiva. Passaremos agora a falar sobre ficção e as possíveis relações com a HO e o MCS.

⁴ Outros documentos analisados pelo pesquisador.

⁵ Em Lins (1999) tais convergências representam uma estabilidade e uma consistência de um conjunto de *núcleos* – isto é, conjunto de *estipulações locais*, estas definidas como “*afirmações que localmente não precisam ser justificadas*” (p.87) –, das produções de significado geradas nas situações das entrevistas, as quais funcionam como verdades absolutas, “*o que certamente elas não são: dados a priori*” (ibid).

FIÇÃO COMO POSSIBILIDADE DE TEORIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Para muitos pesquisadores em Educação Matemática, há uma linha muito clara que diferencia a produção do conhecimento científico na área e a produção de um romance ou um conto, por exemplo. Um conto fantástico ao estilo de Jorge Luis Borges, como citado anteriormente, não seria facilmente aceito como uma tese de doutorado. Para muitos é possível (e até desejável) utilizar partes de algumas histórias de grandes escritores, como fonte de inspiração para iniciar um trabalho; fazer algumas analogias entre as discussões propostas nas dissertações e teses e alguns filmes; utilizar como epígrafe um parágrafo significativo da obra de um contista para direcionar o tom e os objetivos dos textos. Porém, utilizar a ficção como uma possibilidade de teorização em Educação Matemática, de maneira geral, ainda não parece caber nos parâmetros e *terrenos* das pesquisas acadêmicas. Utilizar a literatura e a ficção como alegoria sim, porém como um caminho para teorizar, produzir uma dissertação ou tese, ainda causa estranhamentos.

Entretanto, alguns trabalhos, dos quais citaremos dois, colocaram em movimento a ficção como um caminho para potencializar seus objetivos e explicitar as posições pretendidas. Dessa maneira, nossa intenção é a de explicitar alguns argumentos favoráveis para mobilizar a ficção e, com isso, construir outra relação entre o MCS e a HO, mais especificamente na produção de narrativas históricas com a noção de *conhecimento* do MCS.

Como White (1994) sinaliza, para muitos historiadores (e aqui estendemos nossas considerações para alguns educadores matemáticos que produzem pesquisas na área da história da matemática e história da

educação matemática) seria uma injúria ventilar alguma suspeita de que o processo de produção do conhecimento histórico tem similitudes com a ficção. A posição epistemológica do conhecimento histórico não tem o mesmo *status* de uma obra literária e, dessa maneira, produzir narrativas históricas se enquadra em processos distintos dos escritores, pois enquanto os historiadores produzem conhecimento científico, balizados por critérios acadêmicos, os escritores produzem qualquer outro tipo de conhecimento, menos o científico. Esses são alguns, dos muitos argumentos, que historiadores utilizam para diferenciar a produção do conhecimento histórico da ficção.

Entretanto, outros modos de caracterizar as narrativas históricas são apresentadas, por exemplo, pelo mesmo White (1994) quando afirma que

/.../ de um modo geral houve uma relutância em considerar as narrativas históricas como aquilo que elas manifestamente são: ficções verbais cujos conteúdos são tanto inventados quanto descobertos e cujas formas têm mais em comum com os seus equivalentes na literatura do que seus correspondentes nas ciências (p. 98)

Na perspectiva de White, na produção do conhecimento histórico está plasmada a ideia de que a narrativa histórica utilizará de elementos colocados, inventados, delineados e conduzidos, segundo as intenções, explícitas ou não, de quem as produz. Ao se buscar constituir uma história, as fontes históricas (*resíduos de enunciação*) passam por processo em que um enredo é empregado e com isso, um sentido, um tom para a história é instituído. Segundo White (1994)

/.../ nenhum conjunto dado de acontecimentos históricos casualmente registrados pode por si só constituir uma estória; o máximo que pode

oferecer ao historiador são os elementos de estória. Os acontecimentos são *convertidos* em estória pela supressão ou subordinação de alguns deles e pelo realce de outros, por caracterização, repetição do motivo, variação do tom e do ponto de vista, estratégias descritivas alternativas e assim por diante – em suma, por todas as técnicas que normalmente se esperar encontrar na urdidura do enredo de um romance ou de uma peça (p. 90).

Ressaltamos o fato de que é o próprio processo de produção das narrativas históricas que se mostra como similar, em diversas características, a produção das narrativas literárias. Se pudéssemos acompanhar o processo de produção de uma narrativa histórica e, ao mesmo tempo, o processo da produção de um romance, notaríamos que tanto o historiador quanto o romancista, estabelecem um enredo para sua obra, tomam decisões no sentido de explicitar e ocultar alguns elementos, mostram suas intenções em empregar um tom trágico, vitorioso, cômico ou irônico nas narrativas e, se posicionam na direção de realçar ou oprimir heróis, vítimas, vencedores, perdedores... Segundo White (1994)

O modo como uma determinada situação histórica deve ser configurada depende da sutileza com que o historiador harmoniza a estrutura específica de enredo com o conjunto de acontecimentos históricos aos quais deseja conferir um sentido particular. Trata-se essencialmente de operação literária, vale dizer, criadora de ficção. E chamá-la assim não deprecia de forma alguma o *status* das narrativas históricas como fornecedoras de um tipo de conhecimento (p. 102).

Em história oral há posicionamentos favoráveis a essas argumentações, sendo que, de certa forma, essa metodologia de pesquisa se mostra como potencializadora para construção de outros modos de pesquisa, pois cada trabalho realizado exercita possibilidades

e regulações, testando seus limites e, com isso, possibilitando outros caminhos para investigar aspectos da complexidade das instâncias da Educação Matemática. Como Garnica (2010) afirma “/.../ cada pesquisa realizada no GHOM serve – serviu e continua servindo – para uma análise metodológica que dá parâmetros para avaliar os sucessos e as limitações do método” (p. 32).

Ao tomar a ficção como um caminho para produzir narrativas históricas nas pesquisas em história oral, a caracterização de conhecimento do MCS oferece um terreno firme para argumentações que sustentam sua utilização, pois ao se estabelecer que a legitimidade de uma crença-afirmação é construída por se acreditar pertencer a algum espaço comunicativo, não nos cabe determinar se uma crença-afirmação é real ou ficcional. Essa categorização (realidade *versus* ficção) é superada no MCS, pois as crenças-afirmações são reais ou fictícias dependendo dos interlocutores que as autorizam e legitimam como reais ou ficcionais. Nosso mundo real é tão ficcional quanto se queira, da mesma maneira que nosso mundo ficcional é tão real quanto se possa imaginar.

Vale ressaltar que a discussão que propomos não sugere que toda narrativa histórica é construída e legitimada, ou ao mesmo tempo, que toda crença-afirmação junto com uma justificação é válida e autorizada. As culturas “internalizam” algumas legitimidades e outras não, ou seja, alguns modos de produzir significados são legítimos no interior de uma atividade, sendo que outros não. Dessa maneira, por exemplo, produzir uma narrativa histórica na qual se tem a intenção de mostrar a angelical proposta de Hitler em construir uma raça mais pura e forte, não se legitima como argumento para o genocídio de milhões de judeus em todos os possíveis espaços comunicativos que se possa constituir. Há

possibilidade de construir alguns espaços comunicativos nos quais esses modos de produzir significados sejam legítimos, porém não todos. Esse é um ponto que gostaríamos de destacar, pois muitas vezes são argumentos restritivos (*Ah, se for assim, acreditar que produzir conhecimento histórico e ficcional são similares, daqui a pouco muitas pessoas vão acreditar que o Hitler era bonzinho*) e ideológicos (*Não. Não!!! História é história, ficção é ficção, uma coisa é uma coisa, outra coisa é outra coisa*) que imperam nas discussões nas quais a produção de narrativas históricas não se colocam com o mesmo *status* das narrativas literárias e ficcionais.

Apresentaremos a seguir nossa leitura de dois trabalhos em que a ficção foi utilizada como recurso para uma teorização em Educação Matemática. Trata-se da tese de doutorado de Heloisa da Silva (2006)⁶ e um texto de Antonio Miguel (2012)⁷. Esses trabalhos são exemplificações de como a ficção pode operar de maneira sugestiva na Educação Matemática e como relações entre HO e MCS se mostram úteis para movimentos de teorizações nos quais ela está presente.

Heloisa da Silva (2006) analisou os processos de constituição de identidades do Centro de Educação Matemática (CEM) a partir de processos de produção de significados – ou invenções, estas vistas, como o avesso de “origem”, de “expressões do real”. Nesse movimento de teorização, a autora utilizou-se da ficção à medida que criou personagens fictícios para a realização de suas análises. Silva

⁶ SILVA, H. **Centro de Educação Matemática (CEM):** fragmentos de identidade. 2007. 448 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

⁷ MIGUEL, A. Vidas de professores de matemática: o doce e o dócil do adoecimento. In: GOMES, Maria Laura Magalhães; TEIXEIRA, Inês Assunção de Castro; AUAREK, Wagner Ahmad; PAULA, Maria José. (Org.). *Viver e Contar: experiências e práticas de professores de Matemática*. 1ed. São Paulo (SP): Editora Livraria da Física, 2011, p. 271-309.

entrevistou dez membros que participaram do CEM em diversas épocas e construiu quatro identidades a partir de processos de produção de significados por meio de quatro posicionamentos teóricos: cartesianismo; sociológico; comunidades de práticas; pós-crítico.

Para uma caracterização cartesiana do CEM, a autora criou a personagem Silvia Cardilli Grubach, uma colega de sua cidade natal, com quem troca e-mails e faz uma análise, à luz do cartesianismo, do que, para elas, seria o CEM. Outro personagem criado por Silva é Roberto da Silva Sanches, formado em Ciências Sociais e aluno especial de uma disciplina do curso de Pós Graduação em Sociologia da UNESP de Araraquara. Juntos, Roberto e Heloisa, fizeram o trabalho final da disciplina cursada, que serviu como uma produção de uma identidade do CEM pela perspectiva da sociologia. Um terceiro personagem para produzir outra identidade do CEM foi Ludmilla S., uma estudante de especialização em ciências antropológicas da Universidade de Bolonha – Itália. Por meio de uma discussão, via e-mail, Heloisa e Ludmila aprofundam seus estudos na teoria de comunidades de prática, da qual se utilizam para produzir outra identidade para o CEM. Para sua última caracterização de uma identidade do CEM, Silva conta com a ajuda de Hélio Ulrich, ex-colega de graduação em Matemática na UNESP de Rio Claro, naquela ocasião estudante do Programa de Pós Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos. Hélio, por ser um conhecedor da obra de Foucault, produziu uma outra identidade para o CEM em meio a uma discussão pós-crítica, cuja principal característica é o descentramento do sujeito.

A primeira análise (fragmento), sob o ponto de vista cartesiano, foi caracterizada pela crença em um sujeito “denso”, formado e centrado em seu “interior” (SILVA & GARNICA, 2011). Já a segunda, que ressalta o

ponto de vista sociológico⁸, assinalou um descentramento desse sujeito ao entender sua formação como se dando a partir de processos sócio-interativos (SILVA & GARNICA, 2009). Nos dois casos, a produção de significados para a identidade do CEM deu-se por meio de discussões em torno dos sujeitos que compõem esse grupo. No primeiro deles, o grupo é um conjunto de pessoas com intenções e perfis similares e, no segundo, o grupo constitui-se mediante configurações (internas e externas) que, por sua vez, exprimiram-se a partir das interações e situações de interdependência entre seus integrantes ou entre estes e pessoas e instituições externas ao grupo.

Enquanto a primeira análise sociológica considerou a constituição da identidade do CEM ocorrendo a partir de configurações (pessoais e coletivas) histórica e socialmente contextualizadas, a terceira análise baseou-se na noção de uma comunidade típica do mundo social (de prática social) em que os processos de aprendizagem e “formação” de identidades – por meio da participação e coisificação – dão-se de forma exclusiva (SILVA, 2010).

Mas se a teorização sobre a constituição da identidade do CEM, obtida a partir dessa concepção de comunidades de prática, afastou-se daquela concepção de identidade desde sempre aí (VEIGA-NETO, 2005), advinda da concepção cartesiana de sujeito, ao analisar a complexidade do social partindo da forma situada, a teorização a partir das comunidades de prática acaba concebendo, assim como as teorias sociológicas utilizadas na segunda análise, a constituição da identidade pessoal como um processo sócio-interativo que inclui um sujeito (denso pelo acúmulo de experiências) que interage com seu meio.

⁸ Nessa análise sociológica a autora se pautou, sobretudo, em Elias (1994) e Elias & Scotson (2000).

Na análise pós-crítica, apoiada em Foucault, as identidades devem ser dissipadas e a história não deve apoiar-se em nenhum tipo de continuidade, constância ou plenitude, mas reproduzir o descontínuo e a ruptura que caracterizam o ser.

Assim, na tese de Silva (2006) pouco importa se as pessoas que ajudaram a produzir as identidades do CEM existem ou são fictícias, pois o que faz diferença para o leitor é a construção de um texto pela autora, que apresente uma plausibilidade para o leitor e que este acredite nessa história construída, quais são as contribuições para a história da educação matemática e para a formação de professores.

Apenas no final da tese Silva explicita para seus leitores que Silvia Cardilli Grubach, Roberto da Silva Sanches, Ludmilla S e Hélio Ulrich são personagens fictícios criados com a intenção de pontuar sua opção por construir identidades para o CEM por meio de processos de produção de significados. Essa escolha foi intencional junto com seus objetivos e ajudou no processo de produção de identidades para o CEM. Segundo Silva (2007),

Assim como a textualização em História Oral não visa somente à fluidez das narrativas, mas uma aproximação (tanto do pesquisador quanto do leitor) mais explícita (ou “sensível”, como assinalou Vianna) das formas como os depoentes produzem significados para as suas *experiências*, o recurso ficcional neste trabalho não pretendeu ser apenas, um artifício literário para atrair o leitor ou para situarmos numa posição menos determinista no que tange as teorizações. A ficção, ao criarmos heterônimos para os fantasmas de nossos *interlocutores*, é tomada, aqui, como uma forma de tornar mais explícito o exercício da diferença envolvido na constituição de identidades (p.430).

No texto de Miguel (2012) encontramos uma análise de três textualizações realizadas a partir de entrevistas com professores de matemática do estado de Minas Gerais. Miguel cria uma trama em que discute o doce e o dócil do adoecimento de professores de matemática ao longo de sua profissão. Mostraremos uma leitura desse texto e como, a nosso ver, o autor utiliza da ficção como uma possibilidade de teorização em Educação Matemática⁹. Ao receber o convite dos organizadores do livro, o autor relata em seu texto, que

/.../ não gostaria de, a partir dessas narrativas, produzir uma meta-narrativa ou um discurso cientificista e generalizante, tomando os conteúdos das falas como “dados objetivos” acerca do exercício da docência, a serem trabalhados e devolvidos, quer sob a forma de recomendações de melhoria da educação (matemática) escolar ou das condições de exercício profissional da docência, quer sob a forma de avaliação político-epistemológica de pesquisas acadêmicas que vêm sendo conduzidas na perspectiva da história oral e/ou das narrativas. Por outro lado, ficou-me também claro que não seria minha intenção produzir uma análise ou julgamento das vidas profissionais dos professores entrevistados, mesmo que tal análise, menos pretenciosamente, se deixasse orientar pelo propósito de estetizar vidas, mantendo-as encapsuladas e incomunicáveis em suas singularidades ou particularidades (p. 272).

Dessa maneira, o autor realiza, então, uma *terapia desconstrutiva* de jogos narrativos inspirado, parcialmente, na perspectiva filosófica não dogmática do segundo Wittgenstein (MIGUEL, 2012). Em nossa leitura, seu movimento de utilizar a ficção como um caminho para a produção de seu texto acontece à medida que afirma

⁹ Alertamos para a possibilidade de que, ao ler este texto, o autor diga que não foram essas as suas intenções.

/.../ por mais paradoxal que isso possa parecer ao leitor, proponho-me a narrar nas seguintes seções, a conversa que tive com Roberto, Marina e Hélio em um encontro imaginário que nos proporcionamos, após termos lido as narrativas uns dos outros (p. 273).

Miguel se inspira em uma peça teatral *Esperando Godot* de Beckett e em uma transcrição do roteiro da cena final do filme *Polícia, Adjetivo* (2009), para elaborar o que chama de jogo de cena. Ao produzir um jogo narrativo dialógico, como foi feito entre os depoentes das três textualizações e o terapeuta que inicia a discussão, mobiliza, ao nosso ver, a ficção. Segundo Miguel (2012), esse movimento pretende se aproximar de uma linha tênue e difusa entre os jogos efetivos e jogos fictícios de linguagem (p. 276).

O jogo de cena do autor constitui-se em três atos nos quais diálogos entre o Terapeuta (T), Hélio (H), Roberto (R) e Marina (M) são construídos tomando como fio condutor seus processos de adoecimento. Trata-se de uma trama, um conversa em que eles vão aos poucos se posicionando e refletindo sobre seus modos de produzir significados para situações de suas vidas como professores de matemática. No início da trama o Terapeuta discursa mais na conversa e questiona os professores em diversos momentos.

T – Não se trata bem de uma hipótese... mas apenas de um ponto de partida para nossa conversa. É que vocês foram logo no ponto... naquilo que mais me chamou a atenção na leitura que fiz das narrativas de vocês. Todos vocês se acham afastados da sala de aula....e pela mesma razão: problemas de saúde, não é isso? E ouvindo essa troca entre vocês em relação a esses problemas, concluo que não apenas eu, mas também vocês desejam que nossa conversa comece por aí... (MIGUEL, 2012, p. 281-282)

Ao longo dos atos os professores se posicionam mais na trama e conjecturam algumas hipóteses como explicações para o momento que passam em suas vidas profissionais, como também para o ensino da matemática como um todo.

H - /.../ Acho que essa contradição tem base no fato de que os discursos exercem poder sobre os sintomas e as doenças tanto quanto sintomas e as doenças tanto quanto os sintomas sobre os discursos, e de que não existe doença fora de um domínio propriamente discursivo que a constitui. Nesse sentido, os sintomas corporais e o adoecimento do corpo de um número cada vez mais expressivo de professores não são, a meu ver, nem uma invenção interna da mente que se projetaria inexplicavelmente sobre seus corpos e nem um mal externo que os escolhe e os captura, devido exclusivamente às más condições de trabalho. Os corpos dos próprios professores, de certo modo, também escolhem e se deixam capturar pelos sintomas que de fato sentem, em função da natureza das relações que estabelecem com os propósitos compartilhados que orientam a atividade educativa que, gosto ou a contragosto, realizam (MIGUEL, 2012, p. 296).

Nossa intenção de exemplificar nossas considerações com esse texto é a de mostrar como a ficção, mobilizada aqui pela construção do diálogo entre o terapeuta e os três professores de matemática, pode ter um papel potencializador nos movimentos de teorizações em Educação Matemática. Não se trata de instituir um juízo de valor em sua utilização, mas assentá-la como legítima nos terrenos acadêmicos de pesquisa.

Tomando como referência o MCS, é perfeitamente plausível pensar que esse diálogo aconteceu, pois os quatro participantes podem ser caracterizados como interlocutores que se alternam entre *o, um* autores e *o, um* leitores em um *espaço comunicativo*.

Acreditamos que demarcamos, pelos menos provisoriamente, outras relações entre o MCS e a HO, no que tange a produção de narrativas históricas, os processos de produção de significados, a ficção como possibilidade de teorização em Educação Matemática.

UM ÚLTIMO ALINHAVO

Os processos de produção de significados, de crenças-afirmações junto com afirmações, sejam na produção de narrativas históricas, narrativas literárias, narrativas acadêmicas trazem consigo a teorização, ou os movimentos de teorizações. Acreditamos que teorizar se caracteriza como uma intenção de produzir conhecimento por meio de um relato sistematizado de experiências. Ao teorizar contamos uma história, produzimos significados e constituímos objetos em uma direção. Nesse movimento abrimos mão do que é particular com intenção de constituir algo diferente do que falamos. Esse movimento é mais que descrever, e se constitui como um contar, narrar uma história que possamos repetir. Ao teorizar produzimos outras possíveis legitimidades para ocupar espaços, ou mesmo expandi-los, variá-los, ampliá-los.

Nossa experiência institui palavras e, nos movimentos de teorizações, ocupamos espaços transitórios nos labirintos da subjetividade. Como disse o psicanalista Contardo Calligaris¹⁰,

¹⁰ Palestra realizada nos Seminários Fronteiras do pensamento. Acesso em 27/02/2011. Disponível em http://www.youtube.com/watch?v=_pQMAjULcTc

/.../ nossa arte narrativa se confunde com nossa capacidade de viver. Nossa identidade é narrativa, ou seja, nossa experiência não descreve, não reflete, mas institui, cria os lugares de quem dança conosco e nosso lugar na dança.

Das fontes históricas como *resíduos de enunciação*; do processo de textualização como uma sensação psicológica em que entrevistados e entrevistadores se alteram nas posições de *o, um* autores e *o, um* leitores por meio da caracterização da comunicação; da ficção como uma possibilidade de teorização em Educação Matemática, caracterizada como um modo legítimo de produzir significados, apresentamos algumas relações entre o Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral.

Acreditamos que essas relações, mesmo que provisórias e primeiras, possam indicar alguns delineamentos de uma estética de pesquisa em Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

- BOLÍVAR, A. “¿De nobis ipsis silemus?”: Epistemología de la investigación biográfico-narrativa em educación. **Revista Electrónica de Investigación Educativa**. Vol. 4, n.1, 2002. Disponível em: <http://redie.uabc.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html>. Consultado no dia 28 de novembro de 2010.
- BORGES, Jorge Luis. “Emma Zunz”. In: *Obras completas I. El Aleph*. Barcelona: Emecé, 1996.
- FOUCAULT, M. **Microfísica do Poder**. Org. e Trad.: Roberto Machado. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1999.
- GARNICA, A. V. M.; FERNANDES, D. N.; SILVA, H. Entre a amnésia e a vontade de nada esquecer: notas sobre Regimes de Historicidade e História Oral. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 213-250, 2011.

- GARNICA, A. V. M. Analisando imagens: um ensaio sobre a criação de fontes narrativas para compreender os Grupos Escolares. In: **BOLEMA**, Rio Claro, SP. v.23, n.35^a, 2010. pp.75-100.
- GATTAZ, A.C. **Braços da Resistência**: uma história oral da imigração espanhola. São Paulo: Xamã, 1996.
- GOMES, M. L. M.; BRITO, A. de J. (2009). Vertentes da produção brasileira em história da Educação Matemática. **Bolema**, ano 22, n. 34, p. 105-130.
- LINARDI, P. R. **Rastros da formação Matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.
- LINS, R.C. Porque Discutir Teoria do Conhecimento é Relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999.
- MEIHY, J.C.S.B. **Manual de História Oral**. São Paulo: Edições Loyola, 4a edição, 2002.
- MIGUEL, A. Vidas de professores de matemática: o doce e o dócil do adoecimento. In: GOMES, Maria Laura Magalhães; TEIXEIRA, Inês Assunção de Castro; AUAREK, Wagner Ahmad; PAULA, Maria José. (Org.). **Viver e Contar**: experiências e práticas de professores de Matemática. 1ed. São Paulo (SP): Editora Livraria da Física, 2011, p. 271-309.
- SILVA, H.; GARNICA, A.V.M. Sobre a identidade do Centro de Educação Matemática (CEM): configurações de uma leitura sociológica. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro (RJ), v. 55, ANO XXXIII, p. 65 – 92, Jul/Dez 2009.
- SILVA, H.; GARNICA, A.V.M. Sobre a identidade do Centro de Educação Matemática (CEM): acidentes de uma leitura cartesiana. **Acta Scientiae**, Canoas (RS), 2011 (no prelo).
- SILVA, H. **Centro de Educação Matemática (CEM)**: fragmentos de identidade. 448 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2006.
- SILVA, H. Uma Caracterização do Centro de Educação Matemática – CEM (1984–1997) como uma Comunidade de Prática de Formação Continuada de Professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 23, nº 35A, p. 185 a 218, abril 2010.

VEIGA-NETO, A. **Foucault & a Educação**. Coleção Pensadores & Educação. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2005.

WHITE, H. **Trópicos do Discurso**: ensaios sobre a crítica da cultura. São Paulo: EDUSP, 1994

8

O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS COMO ESTRATÉGIA DE ANÁLISE DE UMA INVESTIGAÇÃO

Sérgio Carrazedo Dantas

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

No presente texto apresentamos algumas reflexões a respeito de como o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) foi utilizado como procedimento de análise em uma investigação¹ que teve como objetivo constituir uma disciplina de Filosofia da Educação Matemática voltada à formação inicial de professores de Matemática.

Inicialmente, apresentamos os pressupostos teóricos assumidos nessa investigação no que se refere à formação inicial de professores de Matemática e como a Filosofia da Matemática e da Educação Matemática podem participar dessa formação, bem como um breve recorte da sua trajetória, apontando algumas dificuldades e as soluções encontradas pelos atores envolvidos no processo. Em seguida, discutimos como algumas noções do MCS foram úteis no procedimento de análise, nomeadamente as noções de enunciação, linguagem, espaço comunicativo e leitura plausível. Esse novo olhar a respeito das estratégias de análise foi incrementado com trechos de uma entrevista realizada com Romulo Campos Lins, com vista à produção desse texto.

¹ DANTAS, S. C. Uma produção de significado para uma disciplina de filosofia da matemática na formação inicial do professor de matemática. Londrina: UEL (Dissertação de Mestrado), 2007.

1. A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E A FILOSOFIA DA MATEMÁTICA E DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NESTA FORMAÇÃO

A perspectiva de formação de professores de Matemática assumida na investigação aqui analisada estava impregnada das reflexões e discussões dos participantes do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática - GEPEFOPEM provocadas pelas seguintes questões:

- Qual deve ser a formação matemática do professor de Matemática?
- Que conhecimentos devem ser apropriados pelo futuro professor durante seu processo de formação?
- Que disciplinas, ou atividades, são importantes para formação do professor de Matemática?
- Qual o papel das disciplinas que compõem o curso de licenciatura em Matemática para formação inicial do professor de Matemática?

Em nossa compreensão, a formação inicial de professores deve partir de um perfil de licenciando descrito em termos de

[...] **liberdade** de escolha metodológica, **competência** matemático-pedagógica para o exercício dessa liberdade e **compromisso político** de inconformismo com o quadro geral de fracasso do ensino da Matemática (SOUZA; BALDINO; CABRAL; TEIXEIRA, 1995, p. 8, grifo nosso).

Nessa perspectiva o professor é concebido como um agente de transformação social que deve exercer sua profissão com **liberdade**. Essa liberdade não é adquirida gratuitamente, pressupõe independência na escolha do quê deve ser trabalhado com os alunos, bem como da forma de trabalho. É preciso que o futuro professor

[...] tenha desenvolvido uma concepção sobre as ideias que embasam o conteúdo matemático a ser ensinado, como uma compreensão do ser humano a quem ele irá ensinar tal conteúdo. (SOUZA et al., 1991, p. 90).

Além de conhecimentos dos fundamentos dos conteúdos matemáticos a serem ensinados, e diferentes estratégias metodológicas, o futuro professor, para exercer a liberdade, necessita conhecer também como o ser humano constitui conhecimento, os “modos de pensar próprio da criação e do desenvolvimento da Matemática” (SOUZA et al., 1991, p. 91). Ou seja, precisa ter **competência profissional** para exercer essa liberdade.

Concebemos a competência profissional em duas perspectivas: domínios de fundamentos e competência política. A primeira se traduz em

[...] domínio de fundamentos que sustentam a escolha de conteúdos matemáticos a serem trabalhados e da metodologia pela qual tais conteúdos serão trabalhados, incluindo necessariamente o domínio dos instrumentos que permitem desenvolver o pretendido com eficácia. (SOUZA et al., 1991, p. 91).

Quanto à competência política, Souza et al. (1991) sustentam que o futuro professor deve desenvolver conhecimentos a respeito do contexto de trabalho, para que ao fazer suas escolhas tenha possibilidade e flexibilidade para saber até que ponto “pode desviar as condições de sua sala de aula do tradicional, do esperado ou do determinado pela direção, pelas normas e pelas leis da instituição” (p. 91).

Uma outra característica necessária ao futuro professor é o **compromisso**, entendido como:

[...] inconformismo com o quadro geral de fracasso do ensino da Matemática em suas múltiplas dimensões. É um compromisso de ação e de transformação; portanto, político. Garante que o licenciado não perderá as oportunidades que se apresentarem de modificar o quadro geral de fracasso. É preciso, para tanto, que tenha desenvolvido conhecimento sobre a situação das escolas em que será profissional, tanto as da rede particular como as da pública, tanto as das classes dominantes quanto as periféricas. (SOUZA, 1991, p. 92).

Atenta as características de *liberdade, competência e compromisso*, constituintes da identidade profissional do professor, a Licenciatura em Matemática, precisa ser articulada de modo que as disciplinas tenham funções específicas, mas não estanques, no processo de formação. Por exemplo, de acordo com Souza et al. (1991) as disciplinas de “conteúdo matemático” devem objetivar a construção da estrutura cognitiva, por meio da fusão dos domínios do discreto numérico (domínio da contagem) e do domínio do contínuo geométrico (domínio da medida). Esses autores ressaltam ainda que devem ser empregadas metodologias variadas ao serem ministradas disciplinas de conteúdo matemático, com o objetivo de que o futuro professor

[...] experimente e saiba que a construção de sua estrutura cognitiva pode ser feita também por outras metodologias associadas a outros valores [...] A experiência de outras metodologias em disciplinas de conteúdo é a condição de possibilidade da futura liberdade metodológica (escolha, aperfeiçoamento e criação) do licenciando. (p. 93).

Nessa perspectiva, na Licenciatura em Matemática é importante:

1. levar o aluno a construir sua estrutura cognitiva no domínio da Matemática para sintetizar os domínios contínuo geométrico e discreto numérico numa unidade conceptual única;

2. usar essa estrutura cognitiva na análise multiperspectival do objeto de ensino do 1 e 2 graus. (SOUZA et al., 1991, p. 93).

Dentro dessa estrutura, cabe as disciplinas de cunho pedagógico

[...] efetivar um pensar sobre a educação do ser humano dentro e fora da realidade escolar. Para tanto, é fundamental instrumentar o futuro professor para pensar sobre o humano imerso nas relações sócio-político-cultural-históricas presentes no ato de educar. (SOUZA et al., 1991, p. 96).

Independente da disciplina ou da tarefa a ser proposta ao futuro professor de matemática, consideramos importante promover contextos que valorizem a negociação de significados, considerando a interação entre os processos de participação e de reificação², de modo que possamos promover a aprendizagem e a constituição da identidade profissional desses futuros professores (CYRINO, CALDEIRA, 2011).

Como estávamos interessados em compreender a participação das disciplinas de conteúdos históricos e filosóficos na formação do professor de Matemática, em particular, das disciplinas de conteúdo filosófico, investigamos a importância da disciplina de Filosofia da Matemática para a formação do professor na ótica de alunos egressos de um curso de Licenciatura em Matemática.

De acordo com Souza et al. (1991)

[...] a visão histórica do licenciando sobre os conteúdos do 1º e 2º graus deve-se completar com a história recente da Matemática, a aritmetização da Análise e o problema da consistência, o intuicionismo, logicismo e o formalismo de Hilbert-Bourbaki. Devem ser abordadas as principais

² Refere-se "[...] ao processo de dar forma a nossa experiência, produzindo objetos que congelam esta experiência em uma 'coisa'" (WENGER, 1998, p. 58).

posições da Filosofia na Educação, na Educação Matemática e na Matemática. (p. 97).

Acreditamos que discussões a respeito da Matemática e da natureza de seus objetos são fundamentais para a

[...] auto-compreensão da matemática e necessárias para a definição de propostas curriculares, por determinar escolhas de conteúdos, atitudes de ensino, expectativas de aprendizagem. Indicadores de avaliação. (SOUZA, et al., 1991, p. 27).

Para um indivíduo se constituir como professor de Matemática é preciso ter clara sua concepção filosófica a respeito da Matemática, de seus objetos de estudo e do modo como se constitui o conhecimento matemático. Segundo Silva (1999),

[...] não há prática ou teoria pedagógica que não seja, de modo consciente ou não, influenciada, quando não determinada, por uma concepção filosófica sobre a natureza da matemática. O educador precisa necessariamente responder às questões filosóficas fundamentais sobre o estatuto do objeto matemático, sobre a natureza da verdade matemática, sobre o caráter do método matemático, sobre a finalidade da matemática, sobre o estatuto do conhecimento matemático (p. 57).

Silva (1999) defende que só há duas escolhas quanto ao posicionamento do professor diante de suas concepções sobre os fundamentos filosóficos da Matemática. Responder a questões sobre o estatuto da Matemática de modo “ingênuo, incorporando de modo acrítico, assistemático e fragmentários pontos de vista ou meros preconceitos que lhe cruzem o caminho” (p. 57), ou, responder tais questões por meio de uma reflexão filosófica.

Reflexões a respeito da Matemática e do conhecimento matemático impulsionaram e contribuíram para a constituição de um campo de conhecimento e de investigação que passou a se preocupar não em produzir Matemática, mas em

[...] entender seu significado no mundo, no mundo da ciência, o sentido que faz para o homem, de uma perspectiva antropológica e psicológica, a lógica da construção de seu conhecimento, os modos de expressão pelos quais aparece ou materializa-se, cultural e historicamente, a realidade dos seus objetos, a gênese do seu conhecimento. (BICUDO, 1999, p. 26).

Esse campo de conhecimento e de investigação é conhecido como Filosofia da Matemática.

Além da Filosofia da Matemática a Filosofia da Educação Matemática se apresenta como campo importante para a formação de professores de Matemática. Tal área, segundo Bicudo (1999) começa a ser delineada a partir da tese de doutorado de Eric Blaire que defendeu, entre outros pontos, que a Filosofia da Educação Matemática surge a partir da junção da Filosofia da Matemática com a Filosofia da Educação. O que já não é defendido por trabalhos mais recentes.

Segundo Bicudo (1999) a Filosofia da Educação Matemática herda da Filosofia as características do pensar analítico, sistemático e universal. Da Filosofia da Educação,

[...] toma as análises e reflexões sobre educação, ensino, aprendizagem, escolarização, avaliação, políticas públicas da educação, os procedimentos assumidos para trabalhar esses temas, pra mencionar alguns, e os olha da perspectiva daquele que está preocupado com a educação o outro (aluno ou estudante, no caso da escola) e, em particular, com o significado que a matemática, por meio do seu ensino e da aprendizagem, assume (p. 30).

A partir daí, constitui-se como um campo autônomo que se ocupa com um pensar abrangente sobre os temas envolvidos no campo da Educação Matemática. A Filosofia da Educação Matemática tem por objetivo conhecer, criticar, delinear e buscar a identidade da Educação Matemática (BICUDO, 1999). Nesse entorno podemos relacionar algumas de suas questões fundamentais:

O que é a Matemática como disciplina escolar e fenômeno cultural social?
 Como objetos ontológicos e metodológicos, tais como certeza, verdade e prova, da filosofia da matemática podem ser tornar objetos pedagógicos?
 Como se vê a matemática como fenômeno linguístico? (BICUDO; GARNICA, 2001, p. 40)

Ainda de acordo com Bicudo (1999) os fenômenos listados a seguir são focos de análise da Filosofia da Educação Matemática.

- Concepção de Educação e de Educação Matemática.
- Concepção de realidade e de conhecimento.
- Concepção de realidade dos objetos matemáticos.
- Postura e diretrizes didático-pedagógicas do trabalho do professor de matemática.

Mais precisamente, na Filosofia da Educação Matemática há preocupação com análise das ações educacionais que dizem respeito ao ensino e a aprendizagem da Matemática nos diferentes contextos que ocorrem (BICUDO, 1999).

2. MUDANÇA DE TRAJETÓRIA

Nossa proposta inicial de investigação consistia em analisar a participação da disciplina de Filosofia da Matemática na formação

inicial de professores de Matemática. Fomentada pelas discussões do GEPEFOPEM estabelecemos a seguinte pergunta de investigação: “Qual é a importância da disciplina de Filosofia da Matemática para a formação do professor segundo a ótica de alunos egressos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL e do professor responsável por essa disciplina a esses alunos?”. Para tanto, realizamos entrevistas, com quatro alunos egressos do ano de 2004 e a professora que foi responsável pela disciplina nesse ano, que posteriormente foram transcritas e analisadas. Para o exame de qualificação apresentamos um texto preliminar com um ensaio de análise dos depoimentos que apontavam alguns indícios da importância da disciplina de Filosofia da Matemática para formação inicial de professores de Matemática. No entanto, durante o processo de qualificação, a banca examinadora considerou que as informações fornecidas pelos depoimentos não davam conta de responder nossa pergunta de investigação e ainda, que aqueles discursos, emanavam de uma situação muito particular diante de um quadro geral da disciplina em outras instituições.

Por conseguinte, a banca examinadora indicou duas possibilidades de encaminhamento:

- 1) ampliar o número de entrevistados e refazer as análises. Deveríamos entrevistar alunos egressos de outros anos, ex-professores da disciplina e o então representante do colegiado do curso de Licenciatura em Matemática, responsável pela configuração da disciplina no novo Projeto Político Pedagógico recentemente implementado.
- 2) mudar o foco de análise da pesquisa. Baseado nas ideias de linguagem e comunicação presentes no MCS realizar uma *leitura positiva* dos depoimentos que tínhamos, na busca de compreender a disciplina de Filosofia de Matemática constituída a partir da fala dos nossos

entrevistados para, em seguida, constituir, segundo nossa produção de significado, uma disciplina de Filosofia da Educação Matemática.

Optamos pela segunda sugestão e, por conseguinte, nossa pergunta de investigação passou a ser “Quais as características de uma disciplina de Filosofia da Educação Matemática constituída, segundo nossa produção de significado, a partir das ações enunciativas de alunos egressos do curso de Matemática e da professora de Filosofia da Matemática desses alunos?”.

Foi essa a trajetória que nos levou a adotar o MCS como nosso pressuposto teórico de análise das informações de nossa investigação e que culminou com a constituição de uma proposta para disciplina de Filosofia da Educação Matemática para formação inicial de professores de Matemática.

3. COMO O MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS FOI UTILIZADO EM NOSSA ANÁLISE

Na busca de um novo olhar a respeito da estratégia de análise utilizada na investigação descrita anteriormente, examinamos criticamente os procedimentos adotados e agregamos fragmentos de uma entrevista realizada em 24/07/2012 com o Romulo Campos Lins, autor do MCS, que nos permitiram uma (re)leitura do processo. Os fragmentos dessa entrevista serão indicados no texto a seguir como: (E, 2012).

Como o objetivo de nossa investigação foi constituir uma disciplina de Filosofia da Educação Matemática, a partir das ações enunciativas de alunos egressos e da professora responsável pela disciplina de Filosofia da Matemática desses alunos, as noções do MCS que protagonizaram

essa (re)leitura foram as de: comunicação, produção de significados e leitura plausível.

No modelo tradicional “a comunicação efetivamente acontece porque as mensagens emitidas referem-se a um mundo que é objetivo” (Lins, 1999, p. 81). Ainda segundo Lins,

Por que o outro consegue entender o que dizemos? A explicação, na visão clássica, é que as palavras correspondem a coisas. [...] A comunicação no sentido mais amplo seria possível por conta disso. (E, 2012)

Em contrapartida ao modelo tradicional, Lins (1999) apresenta um processo de *comunicação* em que é possível destacar três elementos: autor, texto e leitor. O autor é aquele que produz uma enunciação, o texto é entendido como um resíduo de uma enunciação para o qual o leitor produz significado por meio de uma outra enunciação. No entanto, a comunicação só acontece na medida em que se estabelece um *espaço comunicativo* entre os interlocutores, ao dizerem “coisas que o outro diria e com a autoridade que o outro aceita” (LINS, 1999, p.82).

Consideramos que cada aluno egresso e a professora produziram significados para a disciplina de Filosofia da Matemática, e se constituíram como autores na medida em que buscavam caracterizar a disciplina e justificar tal caracterização. Os entrevistados produziram enunciações em uma direção (ser cognitivo). Discutir isso

Ao realizar a análise, como leitores, buscamos constituir “um autor” (cada aluno egresso e a professora) e produzir significados a partir de resíduos de enunciações, na medida em que produzimos nossas enunciações para constituir a disciplina de Filosofia da Educação Matemática. De acordo com Lins, “eu só sou leitor na medida em que eu

falo. Portanto, em última instância eu sou autor. (...) tudo só existe quando é dito. Portanto, tudo é autor. (E, 2012).

Nesse processo buscamos deixar claro que

o que garante o processo comunicativo não corresponde à troca de alguma “coisa”, como postula o modelo tradicional de comunicação, mas sim à produção de significados a partir das enunciações e justificações feitas pelos participantes da pesquisa [...]. (DANTAS; CYRINO, 2012).

Produzimos *significados* para a fala dos participantes da pesquisa na tentativa de compartilhar interlocutores, de maneira a constituir uma disciplina.

Consideramos que as palavras ou a linguagem na medida em que se juntam ao pensamento criam realidades e funcionam como mecanismos de subjetivação.

As falas de nossos entrevistados foram entendidas não como uma descrição objetiva de um fenômeno que ocorreu como tal, mas sim como uma produção de significados de cada um deles e chegaram até nós como resíduos de enunciações. Segundo Lins, quando

[...] um sujeito acredita que uma coisa que está na frente dele é um resíduo de uma enunciação é porque aquilo foi dito por alguém. Não importa porque foi dito. E se foi dito por alguém, é porque podia ser dito. Junto com essa presença vem a demanda para que eu produza significado para aquilo. (E, 2012).

Nesse exercício e de posse dos resíduos de enunciações de nossos entrevistados, produzimos significados e escrevemos nosso trabalho de dissertação. Nesse novo exercício, nos debruçamos sobre os resíduos de enunciação de nosso trabalho de mestrado, do qual produzimos outros significados, o que resulta nesse capítulo.

Essa nova enunciação, ou seja, o texto do pesquisador foi produzido a partir do exercício de uma leitura positiva, ou conforme Lins (E, 2012), por meio de uma *leitura plausível*. Segundo Lins (E, 2012),

[...] eu comecei a usar essa expressão [leitura positiva] para explicar para as pessoas que eu estava me opondo a “leitura pela falta”; ao invés de dizer o que o sujeito não disse, o que o sujeito não sabe, eu digo o que ele disse.

Lins (E, 2012), afirma que ao utilizar a “leitura plausível”, em substituição a expressão “leitura positiva”, busca-se “produzir significado para aquele resíduo de enunciação, de forma que o que ele disse possa ser dito, para mim”.

A leitura plausível não consiste em “dar a voz ao outro” (oprimido). Segundo Lins (E, 2012) essa é uma interpretação equivocada. A assepsia da expressão diz respeito a buscar restaurar coerência no que foi dito pelo outro por meio de suas legitimidades, compartilhando o mesmo espaço comunicativo. E, para cumprir com esse objetivo em nossa investigação, munidos dos resíduos de enunciações de nossos entrevistados, nos ocupamos de duas tarefas: compomos uma “descrição de cada um dos entrevistados” e, em seguida, “produzimos significados para a disciplina de Filosofia da Matemática a partir de suas enunciações”.

Na descrição de cada entrevistado procuramos caracterizá-lo de acordo com a idade, a atividade profissional, a perspectiva quanto a sua formação e desenvolvimento profissional, o seu comportamento no momento da entrevista, as suas formas de expressar ideias, dentre outros aspectos. Esse exercício nos permitiu conhecer um pouco cada entrevistado, ou seja, compreender “quem falava” e “de onde falava”.

No segundo momento, descrevemos e produzimos significados para a disciplina de Filosofia da Matemática a partir de resíduos de enunciação de cada entrevistado, buscando fazer uma leitura plausível. Procurando restaurar a coerência em tais enunciações atentos ao “por quê” (motivação) e “para quê” (finalidade) fizeram tais enunciações.

Adotando essa perspectiva de investigação, o processo de leitura plausível dos resíduos de enunciações de nossos entrevistados nos permitiu produzir significados para enunciar uma disciplina de Filosofia da Educação Matemática, por meio da proposição de objetos de estudo e formas de trabalho para essa disciplina, descritos em Dantas e Cyrino (2012).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na análise das entrevistas não tivemos a intensão de falar “sobre o que achamos” que os entrevistados disseram, mas falar “a partir” do que eles disseram, de seus resíduos de enunciações. Nos empenhamos em produzir significados para o que cada entrevistado disse. Fomos internalizados pelas práticas, pelas construções dos entrevistados, de modo a estabelecer um horizonte cultural legítimo.

Ao relatar nossa investigação para Lins, durante a entrevista, ele afirmou que de acordo com o MCS não haveria a necessidade de entrevistas para constituir a disciplina. Poderíamos ter constituído um interlocutor imaginário para o qual produziríamos significados para o que ele diria a respeito da disciplina de Filosofia da Matemática.

Utilizar o MCS como estratégia de análise nos permitiu compreender que o tempo todo somos desafiados a produzir

significados, a constituir conhecimentos. O que temos que trabalhar é em modos de se estabelecer efetivos espaços comunicativos.

REFERÊNCIAS

- BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática: um enfoque fenomenológico. In: BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999.
- BICUDO, M. A. V., GARNICA, A. V. M. **Filosofia da Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- CYRINO, M. C. C. T.; CALDERIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Investigações em Ensino de Ciências** – v. 16 (3), p. 373-401, 2011.
- DANTAS, S. C. Uma produção de significado para uma disciplina de filosofia da matemática na formação inicial do professor de matemática. Londrina: UEL (Dissertação de Mestrado), 2007.
- DANTAS, S. C.; CYRINO, M. C. C. T. Uma produção de significado para uma disciplina de Filosofia da Educação Matemática. In: BATISTA, I. L. **Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática II**: perfil de pesquisas. Londrina: EDUEL, 2012, (no prelo).
- SILVA, J. J. da. **Filosofia da Matemática e Filosofia da Educação Matemática**. In: BICUDO, M.A.V. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas, São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999.
- SOUZA, A.C.C. ; BALDINO, R.R.; CABRAL, T.C. ; TEIXEIRA, M.V. **Novas Diretrizes para a Licenciatura em Matemática**. Temas e Debates, Blumenau - SC, v. VII, n. 5, p. 1-21, 1995.
- SOUZA, A. C. C. ; PEREZ, G.; BICUDO, I. ; BICUDO, M. A. V. ; BALDINO, R. R. ; SILVA, M. G. P. ; CABRAL, T. C. B. **Diretrizes para a Licenciatura em Matemática**. Bolema, Rio Claro, n. 7, p. 90-99, 1991.

9

A PRODUÇÃO E CONSTRUÇÃO DE VÍDEO-CASOS EM HIPERTEXTO (VCH) NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES DE CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Adelino Candido Pimenta

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se divulgar o trabalho realizado no período da produção de dados para uma pesquisa de doutorado, cujos objetivos foram o planejamento, a produção, a construção e o desenvolvimento de Vídeo-Casos em Hipertexto (VCH), balizados em “histórias” reais ou ficcionais, com o intuito de serem disponibilizados para professores em serviço, formadores nas instituições de ensino que atuam na formação inicial e continuada de professores (PIMENTA, 2009).

Vídeo-Casos em Hipertexto são como páginas da internet, nas quais são apresentadas “histórias”, que aconteceram ou não, e que representam aspectos das atividades da educação matemática. Eles podem, por exemplo, ser sobre determinada aula, sobre o que o professor comenta de sua aula, sobre como os alunos percebem as aulas de Matemática, sobre a história de um determinado professor, sobre a relação de um certo professor com seus alunos, sobre a produção de material didático, e muitos outros temas de interesse para a formação e desenvolvimento profissional do professor de Matemática. Não nos

preocupamos, neste contexto, quanto aos aspectos que estejam relacionados à duração de cada “caso”. Um “caso” poderá contar com a edição de apenas um minuto e ser tanto significativo quanto outro de duração mais extensa.

Mediante determinadas características destas categorias e, especialmente, destacando que o Vídeo contribui para uma observação real do que acontece numa sala de aula, o “caso” oferece condições mais realistas para análise das atividades no interior e nas relações que se estabelecem numa sala de aula, e ainda, que o Hipertexto possibilite que o estudo de cada “caso” possa ser realizado por meio de navegação de casos diversos, a pesquisa se coloca no campo das ilustrações com o intuito de formalizar e estruturar a constituição dos nossos “casos”. Em nosso entendimento, para que esta articulação seja positiva, torna-se necessário que os “casos” sejam apresentados de modo criativo e sedutor. Nesse sentido, Bao *et al* diz que:

“O Vídeo-Caso em Hipertexto (VCH) lida com conhecimentos em um contexto que integra lições em Vídeo Clips, questões sobre o caso, entrevistas e/ou comentários com especialistas, depoimentos e/ou entrevistas com estudantes sobre questões relacionadas ao caso, de modo que estes elementos sejam independentes uns dos outros”. (BAO *et al*. 2004, p. 1)

Nos últimos dez anos, mais notadamente, temos convivido com uma expansão das possibilidades de uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) por profissionais da educação, da educação matemática e de outras áreas do conhecimento - como as das ciências administrativas, jurídicas, biológicas e médicas, humanas - o que tem

permitido a produção de material instrucional variado, que pode ser veiculado por diferentes mídias e para as mais diversas áreas.

Portanto, da gradativa popularização destas áreas, a pesquisa foi realizada com o objetivo de responder a uma questão central e de interesse do grupo de pesquisa Sigma-t¹: “Como projetar, construir, produzir e executar um Vídeo-Caso em Hipertexto (VCH) que pretende atender às necessidades de contribuir para a formação inicial e continuada do professor de Matemática?”.

Destacaremos, neste texto, aspectos gerais que foram registrados por PIMENTA(2009) durante a produção de dados que foram utilizados na produção, construção e na edição de um protótipo de VCH na educação matemática.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No levantamento bibliográfico realizado, deparamo-nos com uma relevante escassez de trabalhos de investigação envolvendo esta temática, especialmente, em nosso País. Sendo assim, entendemos que sua relevância seja justamente para tentar o preenchimento desta lacuna, uma vez que o resultado dela poderá constituir-se num produto que ofereça suporte pedagógico para o desenvolvimento de outros trabalhos complementares. Por outro lado, identificamos publicações internacionais que tratam de produtos similares, mas que, segundo nosso propósito, não podem ser denominados de Vídeo-Casos em

¹ Este trabalho de investigação faz parte de uma das frentes do Projeto de Pesquisa Integrado, submetido e aprovado na modalidade “Produtividade em Pesquisa ao CNPq” com o título: *Design e implementação de um programa de formação continuada de professores de Matemática*, sob a coordenação do Prof. Dr. Romulo Campos Lins, coordenador do grupo de pesquisa Sigma-t, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2005.

Hipertexto, já que foram desenvolvidos com uma concepção diferente deste modelo planejado, produzido e construído ao final do trabalho de investigação. No cenário das produções similares, podemos citar a criação de Vídeo-Paper, por Bao *et al.* (2004), e Lin (2001 a 2005) como uma das contribuições relevantes e a partir das quais buscamos inspirações para a nossa abordagem teórica durante a trajetória da pesquisa.

O modelo de Bao e Lin (Figura 1) limita o usuário a uma navegação restrita ao próprio Vídeo-Paper enquanto o VCH.

Figura 1: Menu principal Video-Paper (Bao&Lin)



Em nossa pesquisa, visamos contemplar o propósito de uma contribuição na produção de elementos que pudessem se inserir num quadro de referência para a formação de professores de Matemática, centrada na prática profissional, de modo que se tenha, futuramente,

um curso de Educação Matemática, cuja proposta defendida por Lins (2005) não seja a de um curso de “Matemática mais Pedagogia”.

Uma das vertentes do projeto integrado do Sigma-t é a construção e produção de Vídeo-Caso em Hipertexto, mediante a definição de uma arquitetura padrão para os “casos”, e a seleção dos vídeos centrais; onde contém entrevistas com o professor, antes da aula, a aula e, ainda com os alunos e com o professor depois da aula, a elaboração das questões dos casos, a seleção das entrevistas, a documentação de depoimentos de especialistas, a identificação de fontes relacionadas e a montagem dos próprios “casos”.

Na pesquisa, adotamos, num primeiro momento, a terminologia de “casos” no sentido empregado por Cleyde Freeman Herreid (2006), especialista da área, como sendo “estórias com uma mensagem”. No protótipo construído e produzido, mostramos um breve ensaio de modo a permitir o engajamento de alunos e professores em discussões abertas e a análise daquilo que o caso apresenta. Seu uso na educação científica é relativamente novo, e usualmente baseado em texto ou vídeo. A característica de hipertexto, incorporada ao vídeo e ao caso, permite um engajamento muito mais realista do que no caso do texto e do vídeo simples. Este senso de realismo pode, talvez, abrir a possibilidade, com a criação de bibliotecas de Vídeo-Casos, de modo que os professores tenham acesso a uma grande variedade de situações de sala de aula e a processos de tomada de decisões relacionadas ao que aconteceu nelas, sem precisar frequentá-las, e num tempo muito menor em relação ao que usualmente requer amadurecimento profissional baseado na experiência pessoal do professor. Outro fator que os tornam importantes é o fato de que eles podem ser postados na rede de alcance mundial e até mesmo traduzidos para outras línguas, possibilitando,

assim, parcerias com colaboradores de outros países, visando a constituição de uma considerável base de casos.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 A GRAVAÇÃO DE IMAGENS E SONS

O cenário para a produção dos dados com vistas à construção e produção do protótipo do Vídeo-Caso em Hipertexto foi o Centro Federal de Educação Tecnológica de Goiás (CEFET- Goiás)².

Naquela instituição, gravamos a entrevista antes da aula, a aula do professor de Matemática, no 2º ano do Ensino Médio (alunos entre 15 a 17 anos de idade), a entrevista com o professor e, finalmente, a entrevista com os alunos da mesma sala de aula.

O trabalho de gravação foi dividido nos quatro momentos: entrevista com o professor em serviço (antes da aula a ser dada), gravação da aula, nova entrevista com o professor em serviço (depois da aula dada), e entrevista com os alunos da turma (depois da aula dada).

Elaboramos roteiros para as entrevistas, a fim de que elas fossem realizadas com base nos pontos centrais que pretendíamos abordar com cada uma das partes envolvidas. A entrevista com o professor em serviço, antes da aula a ser gravada, foi realizada no dia anterior, no seu próprio local de trabalho. Ela foi gravada em DVD 05 com duração de aproximadamente cinco minutos.

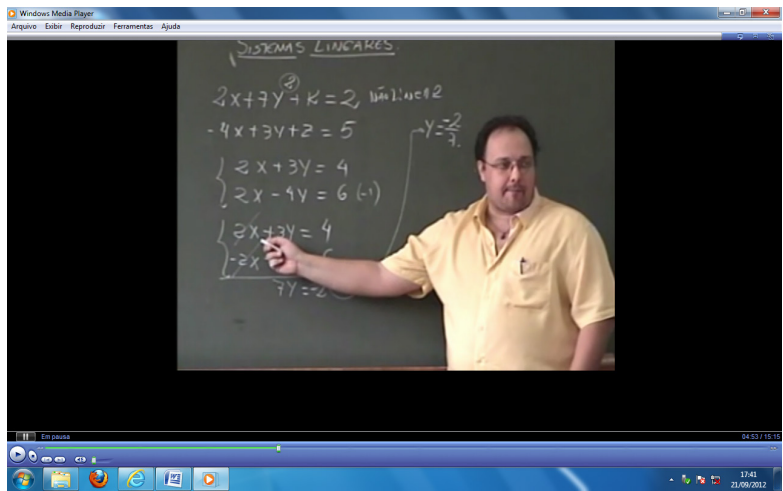
² Atual Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG), criado pela Lei Federal n. 11.892 de 29 de dezembro de 2008.

Figura 2: Atalho para entrevista com o Professor, antes da aula, no VCH.



A opção foi a de gravar uma aula sobre “Sistemas Lineares” no Ensino Médio. Este conteúdo estava sendo oferecido no turno vespertino (Figura 3).

Figura 3: Aula sobre “Sistemas Lineares”, no VCH.



Neste ambiente, buscamos entender como promover a integração e a articulação do Estudo de Caso, enquanto estratégia de pesquisa; o Vídeo e sua utilização didática na Educação e as potencialidades do Hipertexto. O uso de *case studies*, transcritos em papel, na formação de profissionais não é tão recente. Tratava-se de histórias reais ou ficcionais que o profissional em formação estudava, com a finalidade de refletir sobre aspectos de sua profissão. Os textos principais são acompanhados de *case questions*, que têm o papel de estimular certo tipo de reflexão LIN (2001,2002) E PIMENTA (2009). Dos *case studies* em papel, passa-se para os em vídeo, bastante similares, em estrutura, aos em papel, com a diferença natural de se acrescentar mais verossimilhança aos casos “contados”.

Bastante, mais recente, é a proposta de Vídeo-Casos em Hipertexto, BAO *et al* (2004). A diferença é que a “navegação” do caso passa a ser fortemente não linear, o que permite, em certa medida, que o profissional em formação crie, na prática, seu próprio *case*, já que poderão caminhar de muitas maneiras entre vídeos, questões e outras informações contidas no caso. Mesmo sendo que este trajeto possa ser registrado e analisado.

3.2 A EDIÇÃO DOS VÍDEOS

Na construção e produção do Vídeo-Caso em Hipertexto, utilizamos o *software* denominado *Adobe Premiere Pro 2.0*, uma ferramenta até certo ponto sofisticada, segundo opinião de especialistas da área de produção e edição cinematográfica para a criação de vídeos digitais não lineares de alta qualidade. Ele é dotado de ferramentas para a realização de edições em tempo real, garantindo o controle preciso de

todos os aspectos de produção, com performance satisfatória no Windows. Operacionalmente, poderá ser explorado nas versões de Windows 98, NT, 2000, WP ou Vista. Este *software* foi importante, pois nos possibilitou a utilização de ferramentas essenciais para a edição profissional dos vídeos. Além dos recursos mais elementares, contribuiu para a captura e edição virtual nos formatos de DV e HD descompactados, transferência para fitas DVD e para a Web. Possibilitou, ainda, uma considerável integração com outros aplicativos, assim estabelecendo novos padrões para a produção eficiente de filmes digitais.

Além destes procedimentos metodológicos, mantivemos a preocupação quanto aos propósitos orientadores que fazem parte do projeto integrador, ao sinalizar para que os registros dos casos sejam efetuados com vistas a operacionalização de procedimentos a serem incorporados ao:

“design e implementação de um curso de especialização para professores de Matemática. A escolha pela especialização se deve ao fato de que mudanças em uma licenciatura são difíceis de implementar, tanto por motivos legais quanto pela necessidade dinâmica de um departamento (oposições, divergências, pontos de vista). A especialização, por sua natureza, nos dá a liberdade e a flexibilidade que necessitamos. Assim, de certa forma, esta especialização será um projeto piloto para, mais tarde, uma possível implementação em licenciatura ou mestrado profissional .”(LINS, 2005, s/p.).

O protótipo final documentou “Uma aula sobre Sistemas Lineares no Ensino Médio”, tendo como meta a abordagem teórica e metodológica proposta para iniciarmos a constituição de um banco de Vídeo-Casos em Hipertextos.

3.3. DESCRIÇÃO DO VÍDEO-CASO EM HIPERTEXTO PRODUZIDO

Na articulação das atividades descritas anteriormente, produzimos o protótipo do VCH constituído pelos vídeos mostrando as entrevistas com o professor, os alunos e o vídeo sobre a aula, cujo assunto foi Sistemas Lineares no Ensino Médio, questões sobre o “caso”, o conteúdo tratado na aula, *links* relacionados ao tema como sugestões de aprofundamento e o resultado da integração do Estudo de Caso, Vídeo e o Hipertexto foram editados e disponibilizados no formato de DVD para navegações conforme mostramos na Figura 4.

Do Estudo de Caso nos apropriamos de sua principal característica, que é o respeito à individualidade do “caso” na medida em que tentamos mostrar a história de um professor que não abre mão de sua aula na forma tradicional e tem o apoio de seus alunos. O vídeo e os recursos associados à sua utilização contribuíram para que a mesma “história” pudesse ser retratada em seu cenário original com a máxima naturalidade e realidade possível. E para estabelecer e promover as necessárias conexões não lineares destes elementos, indispensável se tornou lançar mão dos recursos de navegação propiciados pela tecnologia de hipertextos.

Figura 4. Menu principal para navegação no VCH



Neste Capítulo, apresentamos o conjunto de atividades nas quais nos apoiamos tendo em vista o que foi projetado para o que estamos denominando de produção de Vídeo-Casos em Hipertexto, cujo resultado levou em consideração aspectos que pudessem evidenciar a integração e a articulação entre Estudo de Caso, Vídeo e o Hipertexto.

Do Estudo de Caso nos apropriamos de sua principal característica que é o respeito à individualidade do “caso” na medida em que tentamos mostrar a história de um professor que não abre mão de sua aula na forma tradicional e tem o apoio de seus alunos. O vídeo e os recursos associados à sua utilização contribuíram para que a mesma “historia” pudesse ser retratada em seu cenário original e com a máxima naturalidade e realidade possível. E para estabelecer e promover as necessárias conexões não lineares destes elementos, indispensável tornou-se lançar mão dos recursos de navegação propiciados pela tecnologia de hipertextos.

Mediante determinadas características destas categorias e, especialmente, destacando que o Vídeo contribui para uma observação real do que acontece numa sala de aula, o Caso oferece condições mais realistas para análise das atividades no interior e nas relações que se estabelecem numa sala de aula, e ainda, que o Hipertexto possibilite que o estudo de cada caso possa ser realizado por meio de navegação de casos diversos, a pesquisa se coloca no campo das ilustrações com o intuito de formalizar e estruturar a constituição dos nossos “casos”. Em nosso entendimento, para que esta articulação seja positiva, torna-se necessário que os “casos” sejam apresentados de modo criativo e sedutor.

Espera-se que os “casos” possam transformar-se em produtos atrativos para a formação inicial e continuada do Professor assim como para os pesquisadores interessados no aprofundamento deste gênero, incluindo-se aí os Vídeo-Casos em Hipertexto, na medida em que a utilização destas mídias vem se transformando em ferramentas sedutoras e passaram a exercer significativo fascínio a quem faz sua exploração. E este estado de coisas vem se transformando em situações rotineiras. Neste contexto, concordamos com Kenski (2003), quando ela escreve sobre o que denomina de “linguagem da sedução” e que, em particular, chamamos de “sedução mediática” uma vez que:

“O mundo da comunicação – revistas, rádio, TV, cinema... [Incluindo aí os Vídeo-Casos em Hipertexto (VCH)] envolve e assalta o homem e lhe fala de seus anseios e do que pretende que ele tenha como objetos de desejo. As interações feitas com as comunicações midiaticizadas abrem os horizontes do pensamento, criam fantasias, envolvem e seduzem emocionalmente.”
(KENSKI, 2003, p. 59)

Um “caso” contado contemplando as características indispensáveis a qualidade, agilidade, clareza e, sobretudo, o que venha a despertar interesse da categoria de professor de Matemática, seja na formação inicial ou na formação continuada, poderá favorecer plenamente estas possibilidades além de outras potencialidades de interesse de quem possa estar fazendo a exploração deles. Se uma produção não contempla fatores intervenientes relacionados a uma “história” que diz respeito ao seu cotidiano profissional e que a qualidade não seja conforme sua expectativa é bem provável que o produto seja descartado de sua prioridade e atenção. E este envolvimento depende, fundamentalmente, além de outros fatores, de que:

“A mixagem entre imagens, movimentos, cores, e textos provocativos mobiliza sentimentos e pensamentos criativos. Transmite novas formas de linguagens em que estão presentes o pensar e o sentir. Cultura audiovisual que dá origem a uma nova linguagem, assumida pela sociedade contemporânea. Linguagem presente nas salas de aula – com ou sem uso de equipamentos e tecnologias mediáticos – e que contribui para o aparecimento no trabalho didático de algumas das suas características.”
(KENSKI, 2003, p. 59)

Neste sentido no artigo publicado por Bao, ele defende – o que denomina de nova ferramenta – a utilização de seu produto para o desenvolvimento profissional de professores, porém, não em hipertexto, enaltecendo suas principais vantagens, ao destacar que:

“Normalmente existem três abordagens utilizadas no estudo de uma verdadeira aula: vivenciar uma observação, uma análise com base em um vídeo e de uma análise baseada em texto para estudo de caso. No entanto, como uma ferramenta para professores, cada uma destas vias apresenta desvantagens. Por exemplo, durante a vivencia de uma observação, os

observadores consideram muitas vezes difícil capturar e registrar todos os eventos que acontecem na sala de aula, e este é particularmente o caso dos professores inexperientes. Além disso, uma aula em vídeo é apenas uma cópia de uma lição, e, geralmente, carece substancial orientação pedagógica e de análise. Do mesmo modo, com base em texto o estudo do caso muitas vezes não conseguem capturar e expressar a realidade da mediação e nuances de configurações da realidade de um aula real, e, conseqüentemente, mascarar, a "confusão que fervilha" na vida de uma verdadeira aula". (BAO et al, 2004, p. 1)³

3.4. UM OLHAR SOBRE O VCH PRODUZIDO

Mesmo sendo apenas um protótipo, entendemos que o usuário, professor ou não, tenha aí oportunidades de experienciar situações, rotineiras ou não, do que acontece, por exemplo, numa sala de aula sob os mais diversos olhares.

Em que pese outros aspectos, também relevantes, há de se ressaltar que não temos o interesse de apontar qualquer posicionamento que sinalize para uma questão de julgamento do “caso”. Esperamos que o “caso” potencialize oportunidades para que os usuários, professores ou não, possam fazer observações das situações mostradas, repetidas ou não, reais ou ficcionais, uma vez que:

“A função que o MCS (Modelo Teórico dos Campos Semânticos) dá para o conhecimento, no entanto, coloca esta questão em uma outra perspectiva. Se eu quisesse falar de verdadeiro só poderia me referir, em primeiro lugar,

³ There are usually three approaches used in studying a real classroom: a live observation, a video-based analysis and a text-based case study. However, as a teacher education tool, each of these avenues exhibits disadvantages. For example, during a live observation, observers often find it difficult to capture and note every event taking place in the classroom, and this is particularly the case with novice teachers. Additionally, a video lesson is only a copy of a lesson, and usually lacks substantial pedagogical guidance and analysis. Similarly, text-based case studies often fail to capture and communicate the reality of the nuances and immediacy of actual classroom settings, and hence misrepresent, the “buzzing confusion” of true classroom life.

a *conhecimento*, mas a própria enunciação que o faz existir garante que ele é verdadeiro para alguém e, uma vez que o ser cognitivo não se identifica ao biológico, ele não é nunca verdadeiro para um indivíduo isolado. [...] a partir deste pressuposto, pode-se ver que quando falo de significados não estou me referindo a tudo que numa dada situação eu poderia dizer de um objeto, e sim ao que efetivamente digo a respeito de um objeto dentro daquela atividade.” (LINS, 1999, p.86)

Sob este olhar, pensamos que assim, o usuário, professor ou não, poderá fazer a sua própria exploração didática do “caso”, interagindo e promovendo a contextualização que melhor lhe convier.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo como objetivo alcançar outros aspectos de natureza técnica ou operacional, também relevantes, há de se ressaltar que um produto produzido em cenário acadêmico, sobretudo, se for o resultado de negociação entre diversos segmentos ou sujeitos, revela um compromisso entre lógicas diferentes (PIMENTA, 2009). Assim, corremos o risco de ter perdido, às vezes em coerência, o que poderíamos ganhar em representatividade. Nossa expectativa é de que os usuários possam fazer observações das situações mostradas, repetidas ou não, reais ou ficcionais.

Espera-se que a produção e utilização de Vídeo-Casos em Hipertexto possam constituir-se em instrumento que, mediante uma abordagem didático-pedagógica apropriada, contribua para a criação de situações que provoque a inquietação necessária a suscitar reflexões sobre a prática profissional do professor de Matemática, levando-o a elaborar conjecturas, realizar análises e interpretações com características específicas e inerentes ao seu desempenho e

aprimoramento profissional, na sua prática pedagógica cotidiana. De acordo com Lins:

"Os vídeo-casos em hipertexto representam um grande avanço em seu uso e consistem em um caso que usa, além de vídeo, a estrutura de páginas www. De certo modo a característica de hipertexto permite um engajamento muito mais realista do que no caso do texto e do vídeo simples." (LINS, 2005, s/p).

Sugerimos ainda, ainda, que os VCH's passem a ser incorporados aos acervos de bibliotecas virtuais, no formato de CD's, DVD's para aprimoramento de experiências e cursos. E, em particular, que o acesso ao acervo de Vídeo-Casos em Hipertexto transformem-se em possibilidades para que os interessados experienciem uma variedade de situações que dificilmente um professor poderia ter de outra forma. Assim, em que pese a limitação natural de se estudar um "caso", acreditamos que ela possa ser compensada pela diversidade a que se poderá ter acesso.

Além do mais, esperamos que eles – Vídeo-Casos – constituam-se em fontes inspiradoras na produção do conhecimento, nas estratégias dos professores de Matemática, contribuindo desta maneira nas situações e momentos de tomada de decisões, uma preocupação também manifestada por Perrenoud ao sinalizar que: "A estratégia adequada deve ser encontrada em cada caso, baseando-se, naturalmente em uma linha mestra, pedagógica e ética, mas também em função do grupo, da situação e dos mecanismos do momento." (PERRENOUD, 2001, p.74)

Seja na formação pré-serviço, em serviço ou em seu desenvolvimento profissional, o professor de Matemática sempre

estará dependendo de vivenciar experiências que possam ser incorporadas à sua própria habilidade de trabalhar, pois ele sempre estará preocupado em modelar a sua identidade profissional. Deste modo, entendemos que quanto mais VCH's disponibilizados a ele, mais oportunidades terá de entender melhor a complexidade na formação e cada vez mais buscará recursos que o auxiliem no seu desenvolvimento profissional.

Temos, também, a clareza de que o protótipo por si só, isoladamente, não denota a dimensão esperada, uma vez que o usuário tem a sua navegação limitada a ele e não a uma gama de outros fatos ou documentários. Entretanto, há de se considerar que a constituição de uma biblioteca de “casos”, documentários e outros similares são metas a serem perseguidas, planejadas e executadas por meio de outros projetos a serem apresentados no grupo de pesquisa Sigma-t.

REFERÊNCIAS

- BAO, Jian-sheng LU, Yun-quan. XIA, Yan. *A hypermedia video-case: a new tool for teachers' Professional development*. 2004, China.
- FRIGOTTO, G. *Educação e a crise do capitalismo real*, Cortez, 1995, 1997; São Paulo.
- HERREID, C. F. *Start With a Story: The Case Method of Teaching College Science –The case study method of Teaching College Science*, NSTApress, 2006, Buffalo, NY.USA.
- KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. Campinas: Papirus, 2003.
- LINS, R. C. *Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática*. In: BICUDO, M. A. V. (org.). *Perspectiva em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. P.75-94, UNESP, 1999, São Paulo.
- _____. *Matemática, monstros, significados e Educação Matemática*; in: *Educação Matemática: pesquisa em movimento*, M. A. V. Bicudo (ed), Cortez, 2004, São Paulo.

LIN, P.J. *On developing teachers knowledge by using cases constructed by researcher and classroom teachers*. In *Proceedings of the 24th International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, July 23-27, 2000, Hiroshima, Japan, pp.231-238.

_____. *Using research-based cases to enhance pré-service teachers`understand-ing of teaching mathematics and their reflections*. Paper presented at the 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Common Sense in Mathematics`Education, 2001, November 19-23, Taipei, Taiwan.

_____. *On enhacing teachers`knowledge by constructing cases in classroom*. *Journal of Mathematics Teacheer Education*, 2002, 5, 317-349. Taipei, Taiwan.

_____. *Using Research-Based Video-cases to help Pre-service Primary Teachers Conceptualize a Contemporary View of Mathematics Teaching*. *International Journal Of Cience And Mathematics Education*. Netherlands, v.3, n.3, p.351-377, 2005. Taipei, Taiwan.

PERRENOUD, P. *Ensinar: agir na urgência, decidir na incerteza*, Artmed, 2001, Porto Alegre.

PIMENTA, A. C. *A produção e Construção de Vídeo-Cao em Hipertexto na Educação Matemática*. Tese de Doutorado. IGCE, UNESP, Rio Claro, São Paulo, 2009.

10

MCS: PRODUZINDO *UMA* LEITURA PARA UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA¹

Thiago Pedro Pinto ²

CONSTITUINDO *UM* OLHAR

Criamos discursos ao sermos, cada um de nós, afetados pelo mundo (materialidade) e é sobre estes discursos que trabalhamos, produzimos e inquiremos, sendo cada um de nós, segundo nossa própria linguagem e sensibilidade, afetados diferentemente por este mundo, criando-o assim por meio da linguagem. Mundo, seres e linguagem num amálgama retroalimentado por cada um destes que assim, conjuntamente, se constituem.

Estudar, pesquisar acaba sendo uma busca por novos repertórios linguísticos que nos permitam sermos afetados pelo mundo de novas formas, e assim, constituir novos mundos, novas realidades.

Fazer pesquisa pode ser entendido como um ato de lançar luz em um determinado tema - fenômeno, acontecimento - e, a partir disso, produzir conhecimento. Alguns autores chegam a utilizar falas como “à luz das teorias”, ou a metáfora dos “óculos” para falar dos referenciais teóricos. Facilmente encontramos a expressão “óculos teóricos” nos

¹ Texto gerado a partir da dissertação de mestrado “Linguagem e Educação Matemática: UM mapeamento de usos na sala de aula” de Thiago Pedro Pinto, orientada pelo prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho - UNESP (Rio Claro), em 2009.

² Professor da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), doutorando do Programa de Educação para as Ciências da UNESP (Bauru), mestre em Educação Matemática pela UNESP (Rio Claro). E-mail: thiagopedropinto@gmail.com

textos acadêmicos. Segundo esta metáfora, nossos referenciais nos fornecem estes óculos, lentes, que nos aproximam de nosso objeto de pesquisa e, ao mesmo tempo, desfocam outros tantos detalhes³. Podemos pensar num microscópio ou em um binóculo, que ampliam consideravelmente a imagem, mostrando coisas que não veríamos a olho nu, mas com isso traz um recorte, ignora uma série de coisas que estão ao redor da imagem ampliada. Para outros, seriam talvez estes detalhes, estas partes que ficaram de fora os aspectos principais de uma pesquisa.

Alguns referenciais nos afetam de tal forma que utilizamos estes “óculos” também fora da pesquisa, alterando nossa permanentemente percepção de mundo. Algumas ideias apresentadas no Modelo dos Campos Semânticos (MCS) exerceram sobre nós tal influência. Mais do que uma “ferramenta” analítica ou metodológica para proceder em pesquisas científicas, acreditamos que o MCS nos apresenta uma **visão de mundo**.

No paradigma de pesquisa qualitativa, mais do que o formato dos dados produzidos no período de “coleta” - questionários, tabelas, relatos, filmagens etc. - importa o trato que damos a eles. Esta ação está diretamente ligada aos referenciais adotados, método e análise não são disjuntos, independentes. Dificilmente conseguimos distinguir o que surge primeiro no ato de pesquisar: o objeto de pesquisa, o referencial teórico, os dados produzidos. Em um movimento quase caótico estes se constituem e, ao mesmo tempo, a pesquisa.

³ Poucos trabalhos assumem que podem estar deixando de lado aspectos importantes do assunto estudado; esta postura “não absoluta” tem sido sistematicamente empregada por grupos de pesquisa como o Sigma-t e o GH OEM, assumindo suas produções como *uma*, possível e plausível, leitura.

Em nosso trabalho não foi diferente. Frente à vontade de compreensão de como “funcionava” a linguagem em uma sala de aula de matemática, dialogávamos com os pares, com nossos alunos, efetuávamos leituras; isso, mesmo antes de se ter “oficialmente” um projeto de pesquisa. Em outras palavras, a pesquisa já se inicia antes mesmo do projeto ser elaborado.

Após o início “oficial” do trabalho, na ocasião do mestrado, a participação em disciplinas muito contribuiu com o caminho trilhado. Podemos citar uma em especial: Filosofia da Educação Matemática⁴, no ano de 2007, onde tivemos um primeiro contato com a filosofia de linguagem de Ludwig Wittgenstein. Neste passo, muitas outras questões da pesquisa já estavam delineadas, como a possibilidade de filmagens em sala de aula, a utilização do MCS – que se deu pelo contato com a tese de Heloisa da Silva (2006) e Patrícia Linardi (2006) e o apoio do grupo de pesquisa GHOEM que via fortes potencialidades neste referencial. Desta forma, referencial analítico e metodológico iam, aos poucos, se constituindo, juntamente com a produção de dados.

As pesquisas em Educação Matemática, na busca de compreensões sobre a Matemática em situações de ensino e de aprendizagem, têm adotado uma diversidade de metodologias de pesquisa e referenciais teóricos analíticos. Optamos por olhar para a sala de aula, ou melhor, para recortes *de uma sala de aula*, produzindo vídeos e textos a partir dela, algo só possível se compreendermos a impossibilidade de “captar” a sala de aula, produzindo sempre, apenas *uma* leitura desta⁵.

⁴ “Tópicos de educação matemática: filosofia da educação matemática” – disciplina multi-institucional e bastante ousada por sua forma: deu-se por meio de interações simultâneas entre os Programas de Pós-Graduação da UNICAMP, UNESP e UFPR.

⁵ Nossa produção de dados se deu a partir da filmagem das aulas de dois professores em diversas salas de aula, durante um período aproximado de duas semanas cada um. Estas filmagens nos propiciaram

Nossa opção foi pela sala de aula da Educação Básica, terreno fértil para pesquisas em Educação Matemática. Muitos trabalhos inseridos neste campo de pesquisa não focam diretamente a sala de aula, mas seu entorno, pois, segundo Garnica:

O objeto matemático – defendemos – nem sempre é suficiente para configurar a especificidade de uma área [a Educação Matemática] cujo tema central é a **Matemática em situações de ensino e de aprendizagem**: muitas vezes, é fundamental delinear com clareza o espaço escolar e a sociedade em que a Matemática – mas não só a Matemática – transita... (GARNICA, 2010, p.2, grifo nosso)

Muitos dos trabalhos do Sigma-t têm focado estes entornos. Simultaneamente a nossa pesquisa, Pimenta (2009) desenvolveu protocolos semelhantes, além de entrevistas, e procedeu com filmagens em sala de aula, no entanto, de um curso de formação de professores.

Na oportunidade do mestrado pudemos utilizar o Modelo dos Campos Semânticos para produzir dados sobre a sala de aula de matemática de dois professores voluntários do ensino fundamental e médio. No presente texto pretendemos apresentar como este referencial – o MCS – propiciou uma leitura destas salas de aula, acreditando que, é justamente o referencial adotado que conduz nosso olhar para o objeto de pesquisa, numa vinculação direta entre método e análise.

uma grande quantidade de horas de filmagem, as quais optamos por recortar, constituindo o que chamamos de “clipes”, fragmentos das filmagens que julgamos ter potencial para discussão frente a nossos referenciais.

O MCS PROPICIA UMA LEITURA

A leitura positiva como proposta pelo MCS nos coloca numa posição de análise frente ao outro. A tentativa de produzir legitimidades para as ações do outro nos põe a ler o outro, uma tentativa de “ser” o outro, de dizer o que acreditamos que o outro diria, de dar razão as suas ações, mas, acima de tudo, de nos lermos frente ao outro: ler positivamente o outro e suas ações, frente a nossas produções de significado.

Entender a produção de significados como algo individual – mas fortemente ligado ao coletivo, ao meio, à atividade – nos faz observar com cuidado as produções de significados, inquirir sobre elas, afim de compreender como e o que os outros produzem de significado para nossas enunciações. O processo de comunicação se torna “frágil”, merecedor de cuidado. Não basta que “emissor” e “receptor” tenham em mãos os modos de codificar e decodificar a mensagem, é algo mais complexo que isso. A comunicação efetiva, na maioria das vezes, não passa de uma ilusão, uma sensação psicológica de estar sendo entendido.

O MCS propicia uma leitura de mundo de forma não absoluta, não essencialista. Importa buscar versões, verdades múltiplas e dinâmicas e estabelecer significados em seus usos, imersos em atividades. Pensar significados por meio do MCS é pensá-los não como blocos rochosos estáticos que cobrem as coisas de modo apriorístico, irremediável, definitivo. Não é possível estabelecer “O” significado das coisas, mas somente auscultar produções de significado, compreender os usos em determinadas situações, atividades ou jogos de linguagem. Neste

sentido nosso trabalho passa a ser *UMA* leitura dos dados e textos por nós aqui unidos e, nunca, *A* leitura.

O MCS centra-se na comunicação para tratar da produção de significado, trazendo à cena as noções de núcleo, enunciação, justificativa, interlocutores, seres cognitivos e biológicos, todos estes inseridos numa dada atividade (conceito articulado com base em Leontiev). Além destes, Silva (2003) acrescenta, das ideias de Ducrot e Bruner, as noções de dado e novo⁶.

O Modelo nos auxilia a olhar localmente, numa dada atividade, o que está ocorrendo, em especial, no que tange à produção de significado e à dinâmica da comunicação.

Em relação à comunicação em sala de aula, o MCS nos forneceu indicativos para encaminhar resposta a uma questão que muito nos incomodava: “Porque é importante ouvir os alunos? Por que deixá-los falar a respeito do que compreendem de nossas aulas?”. É comum ouvirmos nos corredores das escolas e salas de professores que “é necessário ouvirmos nossos alunos”, sem alguma justificativa maior, se repetiam estas palavras. Mesmo sem pensar muito sobre elas, acreditava que isto, por algum motivo, era importante. Mas, como afirma o MCS, tão importante quanto a afirmativa é a justificação que se faz sobre ela, e esta eu não ouvia, e também não produzia.

Ter consciência de que nosso interlocutor é, na verdade, cognitivo, e não biológico, possibilitou-nos uma melhor aceitação das diferenças e da existência de lacunas nos espaços comunicativos a ponto de defendermos, inspirados em Lins (1999, p.81), a quase impossibilidade/inexistência de comunicação efetiva, no sentido

⁶ Refere-se ao linguista francês Oswald Ducrot (1972) e Bruner (1998), exercitadas por Lins (1997) (Cf. SILVA, 2003, p. 69)

tradicional da “transmissão” de significados. Ouvir os alunos torna-se, agora, condição imprescindível para que possamos falar em conhecimento (segundo este referencial), para que possamos partilhar espaços comunicativos e melhor direcionar nossas falas (textos), pois os textos são legitimados por nossos interlocutores e a interação com os alunos pode aproximar nosso interlocutor, aluno cognitivo, do nosso aluno biológico.

CASO DA DISSERTAÇÃO

Em nossa pesquisa pudemos identificar vários eventos que se relacionavam à linguagem e tentamos, a partir dos referenciais teóricos, elucidar estes eventos, criar leituras, explicações e justificativas para eles, segundo uma leitura plausível da ação de professores e alunos em sala de aula.

Iremos agora explicitar alguns desses eventos, escolhidos dentre aqueles que estavam mais direcionados pelo MCS, haja vista que ele não foi o único referencial adotado por nós na dissertação. Assim como Julio (2007), buscamos traçar relações entre o MCS e a Filosofia de Linguagem de Wittgenstein, articulando os conceitos de jogo de linguagem e semelhança de família⁷. Desta forma, algumas das análises se pautaram nas noções de conhecimento e comunicação do MCS, outras nos conceitos de Wittgenstein e outras ainda nos dois referenciais conjuntamente.

Tínhamos como meta na dissertação a constituição de um mapa de eventos relacionados à linguagem. Na ocasião, elencamos 12 eventos:

⁷Os núcleos, no MCS, aproximam-se dos jogos de linguagem de Wittgenstein, como afirma Julio (2007). No entanto, os núcleos são instáveis/dinâmicos (SILVA, 2003, p. 76), enquanto que os jogos de linguagem são múltiplos e identificáveis. Novos jogos são criados e outros deixam de existir.

- Conflitos de significados e uso de termos em outros contextos;
- Diferentes enunciações;
- Repetições Sistemáticas;
- Definições dadas no/pelo uso;
- Preocupação com registros de representação gráfica;
- **Coisificação dos objetos matemáticos;**
- **Foco na execução de procedimentos;**
- Representação;
- **“ELE” autor;**
- **O “NÓS”;**
- Referência a objetos “concretos”, “cotidianos”;
- Linguagem gestual;

Traremos agora quatro destes eventos que podem ser lidos à luz do MCS. Sendo que os dois últimos foram aglutinados em um mesmo tópico frente à possibilidade de comparação. Diríamos ainda que o fato de termos elencado estes eventos dentre outros tantos possíveis ao olharmos para as filmagens, já está diretamente ligado ao conhecimento do MCS.

COISIFICAÇÃO DOS OBJETOS MATEMÁTICOS

Em cinco dos clipes realizados por nós, podemos ver objetos matemáticos sendo “tratados”, na fala dos professores – conforme os verbos e adjetivos usados – como objetos de natureza física: os objetos são concretos, visualizáveis, movem-se, são temporalmente situados etc. Podemos destacar algumas frases por eles enunciadas: *“A medida está saindo dos dois vértices?”*, *“é como se ele passasse aqui uma tesoura, recorta, tira esse triângulo daqui, coloca ele aqui”*, *“Porque o paralelogramo é tortinho”*, *“é só ver onde ela vai cortar o eixo ‘y’”*, *“[as retas paralelas] nunca vão se encontrar na vida”*, *“Infinitamente estas funções vão seguir*

uma do lado da outra, sem nunca se encontrar, sem nunca achar um ponto comum para as duas funções”. Para a elucidação deste evento utilizamos o MCS e a filosofia de linguagem de Wittgenstein.

Uma possibilidade de ampliação de repertórios para nossa leitura destas falas está na relação traçada entre concretude e matemática nos trabalhos de Wittgenstein, o qual entende a matemática, ou o conhecimento matemático, como possibilidade de regular nossas inferências sobre os objetos físicos (Cf. GOTTSCHALK, 2008). Em nosso entendimento, Wittgenstein advoga ser a matemática *um outro jogo*, que não trata, ostensivamente, de nossos objetos físicos, não servindo, estes últimos, para refutar ou corroborar com este jogo. Pensemos em um exemplo: manipular algebricamente expressões, equações e funções, estas ações **são diferentes** de *modelar*⁸ situações “reais” a fim de entendê-las ou modificá-las. Ao modelarmos uma certa situação e, por ventura, o modelo final encontrado não corresponder à situação “real” nos indica não um erro *neste jogo chamado matemática*, mas sim um “erro” no *modo de uso* deste jogo⁹. Jogar com a matemática independe, neste sentido, da concretude dos objetos trabalhados, no entanto esta concretude é bastante marcante na fala de nossos professores.

Aqui nos coube, novamente, pensar o modelo de comunicação proposto pelo MCS para lermos esta ação dos professores, e na leitura positiva dos mesmos: escrevemos ou falamos sempre numa direção, “quem fala, fala para alguém!”, mesmo sendo este “alguém” *meramente cognitivo*¹⁰. E nossos professores, na interação com *aqueles* alunos

⁸ Aqui nos referidos especificamente à Modelagem Matemática.

⁹ Poderíamos dizer ainda uma não compreensão da gramática deste jogo.

¹⁰ Entendemos que a direção na qual falamos é sempre cognitiva, data a impossibilidade de “compreensão integral” dos seres biológicos que se colocam “a nossa frente” na tentativa de

biólogos, produzem seus alunos cognitivos, para quem direciona suas falas e ações. No momento das aulas o professor se dirige para *aqueles* alunos e não para uma comunidade científica, uma revista de divulgação acadêmica ou mesmo seus pares, professores de matemática, mas sim para alunos que, como veremos, tem outros modos de uso de determinadas palavras e expressões.

Esta distinção no modo de tratar os objetos matemáticos, e aqui poderíamos evocar as correntes filosóficas da Matemática, pode tanto ser entendido como uma “deformação” de uma matemática ideal, como um posicionamento em níveis diferentes de uma “escalada” cognitiva quanto como diferentes matemáticas, diferentes jogos de linguagem praticados em diferentes locais e circunstâncias:

“... discernir e caracterizar devidamente a matemática escolar e a matemática da rua, ao invés de compreendê-las como ‘níveis diferentes da mesma matemática’, pode contribuir na compreensão dos problemas das dificuldades de significado em evidência na matemática escolar, bem como esclarecer os limites entre os significados de cada matemática” (VILELA, 2007, p. 18).

Entendendo então a matemática *dessas* salas de aulas como contendo características próprias, haja vista que os diferentes usos e as diferentes enunciações nos propiciam diferentes produções de significado e que estes por sua vez são o que efetivamente se diz sobre eles num dado local ou circunstância, temos em cada situação, diferentes objetos.

comunicação. Neste sentido, sempre “imaginamos” aquilo que o outro entende, ou entenderia, quando falamos, o que há é uma sensação psicológica de estarmos sendo entendidos (LINS, 1999).

Aqui cabe trazemos novamente a noção de conhecimento do MCS, uma crença-afirmação-justificada numa enunciação, em outras palavras, justificações diferentes são conhecimentos diferentes. Alunos que resolvem uma situação problema utilizando uma balança de dois pratos ou uma linguagem algébrica elucidam diferentes conhecimentos (LINS e GIMENEZ, 1997), assim como alunos que dizem, ao trabalharem com sistemas de equações, ter este sistema apenas uma solução por cálculos de determinantes de matriz ou por projetarem retas e planos num sistema de coordenadas também estão elucidando diferentes conhecimentos.

Buscamos então coerências neste fazer, **possíveis** explicações sobre o por que professores agem de tais e tais formas em suas aulas. Não pretendemos com isso estabelecer juízos de valor como “boas” ou “más” ações, mas sim traçar compreensões sobre estas ações.

Em alguns jogos de linguagem as medidas e medições podem ser trazidas por meio destas ações destacadas na fala dos professores. É fácil imaginarmos alguém dizendo “o terreno vai daqui até ali”, “este sítio vai até aquela cerca” por mais que o terreno “não vá a lugar algum”. Isso nos mostra como a linguagem da sala de aula “admite”, torna lícito, certos “usos” que, em princípio, poderiam parecer “estranhos” a uma matemática “institucionalizada”.

Pensando na comunicação em sala de aula, não é de se estranhar que o professor, ao “dirigir-se” a seus alunos, se aproxime, nas falas, daquilo que acredita que os alunos fariam. Segundo o MCS são os outros, para os quais nos dirigimos que legitimam o que vamos dizer, neste caso, os alunos.

Se pensarmos numa perspectiva onde se é possível falar sobre uma mesma coisa de modos diferentes, estas diferenciações no trato com a

matemática poderiam ser pensadas como mero trato didático, sem que se compromettesse com isso, o conhecimento dos alunos sobre matemática, o que nos parece ser uma postura bastante usual.

O evento aqui descrito trata, além da produção de significados, da natureza do objeto matemático, que pode também ser diferente nos variados contextos, vejamos algumas caracterizações trazidas por Vilela (2007):

“[Na matemática escolar a natureza do objeto] Muitas vezes é o que dá o sentido e está associada aos princípios, às argumentações, às definições e às justificativas” (VILELA, 2007, p. 69).

Ou seja, na matemática escolar importa a natureza dos objetos, pois esta é que traz o “sentido” para o que se faz, estando muitas vezes esta natureza diretamente atrelada a aspectos físicos, usuais, cotidianos. Na matemática científica, por outro lado, a natureza do objeto é:

“Completamente indeterminada; só importa a estrutura, abstraindo-se a natureza...” (VILELA, 2007, p. 69).

Mais à frente, justificando a diferença das “matemáticas” como diferentes “jogos de linguagem”, a autora acrescenta:

“Podemos apontar diferenças entre as matemáticas quanto aos valores, aos usos, às legitimidades, ao valor social, à representação social, à capacidade de resolver problemas, etc.” (VILELA, 2007, p. 124).

Caracterizam-se, assim, diferentes significados para estas expressões e, decorrentemente, segundo nosso ponto de vista, objetos distintos na sala de aula de matemática.

FOCO NA EXECUÇÃO DE PROCEDIMENTOS

Entre os eventos destacados na dissertação que originou este texto, este foi o que apresentou maior frequência nos cliques que destacamos a partir das filmagens. Foram muitos os momentos em que percebemos, no transcorrer da aula, professores e alunos focarem algoritmos e métodos de resolução. Este aspecto talvez tenha sido destacado pelo grande número de exercícios resolvidos em sala de aula durante nossas gravações.

Algumas vezes até mesmo a natureza dos objetos matemáticos é substituída por “modos de uso”, “maneiras de proceder”. Em um dos casos percebidos por nós, ao colocar a questão “o que é mediana?” o professor prossegue simultaneamente com a questão “o que devemos fazer agora?”, há ainda, no caso dos exercícios, momentos em que o professor (re)enuncia estes, ressaltando as ações que os alunos devem tomar para resolve-los. Algumas vezes o professor devolve a questão aos alunos após lerem um problema “e agora, o que devemos fazer?”. Transformando muitas vezes “problemas” em tarefas mecânicas.

Buscando traçar uma leitura positiva as ações do professor (no sentido do MCS), acreditamos na coerência entre as ações do professor e suas concepções ao invés de buscarmos marcar suas falas pela ausência, pelo que, segundo algumas visões, poderíamos identificar o que o professor *deixa de fazer*. Traremos aqui então algumas possibilidades de leitura da procedimentalização como uma característica¹¹ desta matemática escolar identificada *nestas salas de aula*.

¹¹ No texto original exploramos estas “características” enquanto *modos de uso* da linguagem, tentando explicitar um possível *jogo de linguagem* dessas salas de aula de matemática.

Estas ações tomadas pelo professor não devem ser lidas fora de seus contextos, lembremos que este o faz frente a seus alunos e percebemos três interações neste sentido: a) em diversos momentos, tanto durante a explicação do professor sobre a matéria como no momento de realização de exercícios os alunos pedem ao professor procedimentos, falas como “o que devemos fazer?” são recorrentes; b) o professor lança questões mais gerais, pergunta sobre o entendimento de algum problema colocado, mas os alunos permanecem em silêncio; c) em alguns momentos o professor inicia a atividade estabelecendo os procedimentos como sendo o próprio objetivo a ser alcançado.

Em qualquer dos três casos, citados no parágrafo anterior, o que nos é relevante, no momento, é a postura do professor, via suas falas e atitudes **frente a esses alunos**.

Quando o professor produz seu texto, ele o faz na direção de *UM* leitor, seu interlocutor, no caso, seus alunos cognitivos. Se o professor fornece os procedimentos a seus alunos, é porque estes alunos cognitivos assim solicitam que ele o faça: são eles que legitimam suas falas, que “pedem” ao professor que explicita procedimentos. As produções linguísticas, sejam faladas ou escritas só são feitas frente a *um outro*, a *um* leitor, *sempre* cognitivo. Mesmo pessoas que falam coisas que, a princípio, possam parecer devaneios, falam na crença de um leitor que compreenda suas falas, *exatamente* do modo que ela as enuncia.

Não temos clareza – reiteramos – de como se constituem estes alunos cognitivos. É certo, entretanto, que a interação com os *alunos biológicos* e as experiências anteriores do professor são fatores que influenciam esta constituição. Sendo assim o fato de, em alguns momentos, os alunos solicitarem a procedimentalização, seja por

comentários diretos ou pela ausência de atitude frente aos exercícios, pode influenciar o professor de modo tal que ele passe a executar esse protocolo mesmo sem que os alunos o solicitem diretamente. Poderíamos dizer que a leitura dos alunos pelo professor o faz agir desta forma, não raro seria imaginarmos o professor *tentar*, intencionalmente, falar “do modo que os alunos vão entender”. Algumas outras abordagens teóricas vão advogar a possibilidade de dizermos uma mesma coisa de formas diferentes, outras ainda, vão defender a vulgarização da ciência em ambiente escolar. Em nossa compreensão, ao propiciarmos outras enunciações aos alunos, e por consequência, outros resíduos de enunciação, estamos inserindo-os em outras atividades, propiciando outras produções de significado, praticando uma *outra* matemática.

Cada professor pode estabelecer diversas metas e objetivos para suas aulas, e alguns deles podem ainda focar a execução de procedimentos como uma das metas desta disciplina em ambiente escolar, se recorrermos a Vilela¹² (2007, p. 120-121) vemos que alguns autores trazem a procedimentalização como uma das características da matemática escolar.

Esta característica pode estar diretamente relacionada a outro evento de nosso mapa, chamado por nós de **definições dadas no/pelo uso**. Neste evento percebemos a valorização de definições de objetos matemáticos feitas com base em expressões como “serve para”, “usaremos assim”, em detrimento de termos que tratem da “essência” destes objetos (Cf. PINTO, 2009 ou GARNICA & PINTO, 2010).

¹² Vilela (2007) traz uma diversidade de características apontadas na literatura de Educação Matemática que servem de caracterização para os adjetivos atribuídos à matemática nesta área de pesquisa, tais como: Matemática Acadêmica, de um grupo profissional, da rua, científica, etc.

“ELE” AUTOR E O “NÓS”

No transcorrer das filmagens e montagem dos clipes, percebemos duas falas, marcadas pelo uso de pronomes que se contrapunham, com a presença preponderante de uma delas.

Em pelo menos seis clipes fica bastante claro o professor se referir a um “ele” que não é nenhum dos *seres biológicos* da sala de aula. Em especial este uso está relacionado ao material didático e aos exercícios utilizados em sala de aula. Muitas vezes é esse “ele” quem guia e direciona as ações em sala de aula, podemos perceber frases como “o que ele quer que a gente faça?”, “o que ele está pedindo aí?”, ou “o que ele quer na verdade é...”. Este ele não biológico pode nos remeter a um autor cognitivo, contemplado no MCS:

“[...] o leitor constitui sempre um autor, e é em relação ao que este “um autor” diria que o leitor produz significado para o texto (que assim se transforma em texto)” (LINS apud JULIO, 2007, p. 19).

Este autor cognitivo não é necessariamente o autor “biológico” do texto. As tentativas de leituras de um texto passam pela intenção de “se aproximar” cognitivamente deste autor, mas que, *a priori* é inalcançável em sua plenitude.

Em contraposição a este uso, com menos ocorrências, se manifesta em sala de aula um “Nós¹³” que, em nossa leitura, divide e compartilha as responsabilidades das ações tomadas. Algumas frases como “não era isso que a gente queria?”, “nosso problema agora é...” podem ser percebidas nos clipes.

¹³ Utilizamos aqui este pronome como ilustração, mas estamos considerando também neste uso, a expressão “a gente”.

Em poucos momentos presenciamos professores indagando os alunos quanto a suas “intenções” nas aulas, ou mesmo quanto a suas estratégias de resolução (apesar desta última ser mais frequente que a anterior).

Este “nós” também pode ser lido como uma estratégia da fala que reforça a existência de um “contrato didático”, um possível acordo entre professores e alunos sobre o andamento, objetivos e funcionamento da sala no transcorrer das aulas e não somente uma “imposição” de um agente externo, ou mesmo do professor.

Esta variação de pronomes nos ajuda a novamente produzir uma possível caracterização da sala de aula de matemática, que nos parece valer também para uma caracterização mais genérica da escola, espaço em que fazemos o que “eles” querem que façamos em detrimento daquilo que “nós” queremos fazer.

Obviamente apresentamos aqui *leituras* sobre estes ambientes complexos e multifacetados, buscando sempre a plausibilidade e a leitura positiva, tentando traçar compressões para aquilo que, *acreditamos*, os professores e alunos tenham feito. Sempre numa perspectiva de desvelar o outro através de nós, de nossas interpretações.

RETOMANDO ALGUNS PONTOS

No presente texto pretendíamos apresentar como utilizamos o MCS em nosso trabalho, discutindo-o brevemente e apresentando alguns dos eventos que se criaram a partir do conhecimento do MCS e analisados à luz dele. Segundo acreditamos, a própria percepção das coisas se dá por meio da linguagem que nos é disponível. São inúmeros

os exemplos de limitação de cores conforme a linguagem e atividades em que nos inserimos, basta pensar no azul, simplesmente azul, ou azul turquesa, celeste, Royal, da Prússia, cobalto etc. A lista segue infinitamente.

Defendemos com isso, que o estudo de um referencial sobre as questões que se pretende debruçar em uma pesquisa, caso concordante com seus posicionamentos e visões de mundo, o guiará nas análises.

Veja, estudamos estes referenciais para termos mais repertórios para falar sobre as coisas que, de início, desejamos falar. Estudamos tons de azul para, depois, identificá-los em meio à multiplicidade de azuis e somente assim, tentar traçar compreensões outras das suas peculiaridades, similitudes etc.

... não falamos do que “o autor” diz, falamos de nós, ou seja, dos significados que produzimos para os resíduos de enunciações de “um autor” (JULIO, 2007, p. 21).



Imagem do Freepik< http://br.freepik.com/fotos-gratis/tons-de-azul_337251.htm>

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, I. L. Do signo ao discurso: introdução à filosofia da linguagem. São Paulo: parábola Editorial, 2004.
- CONDÉ, M. L. L. Wittgenstein: linguagem e mundo. São Paulo: Annablume, 1998.
- COSTA, C. F. Filosofia da Linguagem. 2 ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar ed., 2003.
- DAVIS, P. J. & HERSH, R. A Experiência Matemática. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.
- GARNICA, A. V. M. e PINTO, T. P. Considerações sobre a linguagem e seus usos na sala de aula de Matemática. ZETETIKÉ – FE – Unicamp – v. 18, Número Temático 2010.
- GARNICA A. V. M. A interpretação e o fazer do professor de Matemática: um estudo sobre a possibilidade do exame hermenêutico na Educação Matemática. 1992 (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. São Paulo).
- GARNICA, A. V. M. Analisando Imagens: um ensaio sobre a criação de fontes narrativas para compreender os Grupos Escolares. Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 23, p. 75-100, 2010
- GOTTSCHALK, C. M. C. A Construção e Transmissão do Conhecimento Matemático sob uma Perspectiva Wittgensteiniana. Cadernos Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008
- JULIO, R. S. Uma leitura da produção de significados matemáticos e não matemáticos para "dimensão". 2007 (Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo)
- LINARDI, P. R. Rastros da Formação Matemática na Prática Profissional do Professor de Matemática. 2006. (Tese de doutorado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo)
- LINS, R. C. e GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. 3. ed. Campinas: Editora Papirus, 1997.

- LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In BICUDO, M.A.V. (1999). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.
- MARQUES, E. Wittgenstein & o Tractatus. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2005.
- PIMENTA, A. C. A Produção e a Construção de Vídeo-Caso em Hipertexto (VCH) na Educação Matemática. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.
- PINTO, T. P. Linguagem e educação matemática: um mapeamento de usos na sala de aula. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP). Rio Claro, 2009.
- SANTOS, L. M. Dos. Produção de Significados para Objetos de Aprendizagem: de Autores e Leitores para a Educação Matemática. 2007. Dissertação (mestrado em Educação, linha de pesquisa Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.
- SILVA, A. M. Sobre a dinâmica da produção de Significados para a matemática. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.
- SILVA, H. Centro de Educação Matemática: Fragmentos de Identidade. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007
- VILELA, D. S. Matemáticas nos usos e jogos de linguagem: ampliando concepções na Educação Matemática. 2007. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2007.
- WITTGENSTEIN, L. Investigações filosóficas. Trad. BRUNI, J. C. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

11

CARACTERIZAÇÕES DA PRÁTICA PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

*Carlos Alberto Francisco*¹

A produção deste capítulo é parte de uma pesquisa de doutorado, concluída em maio de 2009, que tem o objetivo de estudar caracterizações da prática profissional do professor de matemática². Ela compõe uma das frentes do Sigma-t que é um grupo de pesquisa pertencente à UNESP – Universidade Estadual Paulista – Rio Claro, coordenado pelo Romulo Campos Lins, cujo objetivo é produzir uma abordagem para o desenvolvimento de cursos de formação matemática adequados ao desenvolvimento profissional do professor de matemática, de modo que sua educação matemática não fique fragmentada e desvinculada de outras partes de sua formação, por exemplo, de sua formação pedagógica. Caracterizações da prática profissional do professor de matemática vêm sendo tratadas neste grupo por diferentes trabalhos³.

Seguindo as perspectivas deste grupo, entendemos que a realização de pesquisas que procuram evidenciar o que o professor de matemática declara precisar, o que falta em sua rotina de trabalho para

¹ Professor efetivo de matemática do ensino fundamental e médio da rede pública do Estado de São Paulo.

Professor de matemática das Faculdades Integradas Claretianas – Rio Claro - SP

² Francisco, C. A. Uma Leitura da Prática Profissional do Professor de Matemática. Unesp, Rio Claro, SP, 2009.

³ Para maiores esclarecimentos, Barbosa (2007, p.13) apresenta a proposta de todos os projetos desenvolvidos dentro do grupo Sigma-t e como estes estão articulados com o projeto maior.

mudar a sua prática, dizendo o perfil de profissional que ele deveria ter e, principalmente, evidenciando quais são as justificações nas quais ele se apóia para a execução de suas ações práticas, fornecerá referências para ações formadoras dentro de modelos de licenciaturas em matemática.

Na base do trabalho que propomos, está a ideia de que, a menos que professores *se vejam realmente* representados em suas práticas profissionais, nos princípios que valorizam e nas demandas que identificam, reformas de todo o tipo estarão fadadas ao fracasso. Estudar a visão do professor de matemática sobre sua prática significa evidenciar plausibilidades entre a ação e a justificção que este profissional demonstra no desenvolvimento de suas atividades.

Para saber o que está acontecendo, não pretendemos intervir na prática profissional do professor de matemática e, muito menos, dizer se ele cumpre determinados papéis. Isso implica a não intenção de dizer o que deve ser/acontecer e, sim, o que está sendo/acontecendo.

Buscamos olhar para o exercício da profissão e entender o que é para o professor sua prática profissional, enquanto referência para a ação formadora, ainda que o formador, por sua própria experiência, possa oferecer alternativas. Esses são motivos que diferenciam as pesquisas realizadas sobre práticas educativas desta pesquisa.

Para isso, utilizamos o **Modelo dos Campos Semânticos (MCS)** que toma os processos de produção de conhecimento e de significado como alicerces dessa teoria⁴. Dentro dessa perspectiva, buscamos estudar a visão do professor de matemática sobre sua prática por meio de uma

⁴ A apresentação sobre o contexto em que o MCS surge no mundo das pesquisas em Educação Matemática pode ser encontrada em Silva (2003) e Linardi (2006).

leitura plausível. O conceito de **leitura plausível** é apresentado por Lins (1999):

Toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível. (LINS, 1999, p.93).

Partindo do pressuposto que nossa leitura nunca será neutra, o que deve ser levado em consideração é que o principal critério de plausibilidade deve ser a justificação do professor de matemática na perspectiva da atividade em que ele está inserido e não o julgamento pela verossimilidade. Sempre haverá um esforço para aproximar o que dizemos como pesquisador com o que o professor diz como participante desta pesquisa.

No desenvolvimento de nossa pesquisa de doutorado, acompanhamos as atividades profissionais de uma professora de matemática numa escola pública de ensino fundamental durante um semestre letivo, apoiados em um estudo de tipo etnográfico.

A questão central que colocamos é: o que sustenta a visão dessa professora de matemática que a mantém atuando na perspectiva descrita pela pesquisa? A procura por uma explicação plausível implica na busca de seus **processos de produção de significados** em relação à sua prática profissional.

Os dados presentes nesta pesquisa foram coletados e organizados de forma **descritiva**. Utilizamos um **caderno de observações diárias** para registrar os acontecimentos dentro e fora da sala de aula. Os relatos presentes neste caderno representam o resultado de um semestre de convivência com a professora, alunos e pessoas que exercem diferentes papéis dentro da comunidade escolar.

Além do acompanhamento das aulas de matemática, realizamos uma sequência de **entrevistas** com a professora, totalizando 11 encontros. Esses encontros foram programados para acontecerem uma vez por semana, todas as terças-feiras à tarde.

As entrevistas aconteceram posteriormente ao acompanhamento das aulas. Nossas observações serviram de fonte para a elaboração das perguntas, buscando que a professora comentasse alguns acontecimentos por nós observados. Neste caso, esses dois momentos distintos de coleta de dados mostraram-se complementares, ampliando nosso acesso à fala da professora sobre diferentes assuntos.

Além disso, essas **entrevistas** com a professora foram realizadas para obtermos novos tipos de informações que não puderam ser coletadas em campo. Pretendíamos corrigir possíveis observações feitas por nós que não são compatíveis com o olhar da professora, uma vez que temos a intenção de fazer uma **leitura plausível** de sua prática.

Muitas vezes percebíamos que apenas as observações de sala de aula não permitiam que nos aproximássemos de uma caracterização nos termos da professora. Alguns de nossos questionamentos somente poderiam ser respondidos ouvindo a professora falar explicitamente.

Seguindo os caminhos apontados pela pesquisa de tipo etnográfico, também utilizamos **recursos de filmagem** para enriquecer ainda mais o processo de coleta de dados. Durante os momentos de registros no caderno de campo, percebíamos que muitas falas se perdiam diante das limitações que eram postas pela nossa postura passiva como observador. Tornava-se impossível registrar alguns fatos que estavam presentes em cada aula.

Esta pesquisa, conforme mencionado, tem como objeto de estudo a prática profissional de uma professora de matemática e,

evidentemente, não temos a intenção de generalizarmos as constatações aqui encontradas para representarem todas as práticas dos professores de matemática. Porém entendemos que o estudo detalhado dessa experiência específica pode oferecer suporte para sistematizarmos reflexões que sirvam de referência para diferentes ações formadoras ou, até mesmo, para ações de elaboradores de políticas educacionais.

Trazer a sala de aula real, ainda que vinda de um caso específico, para as pesquisas em Educação Matemática é uma forma de colaborar com a minimização do distanciamento entre o que dizem/querem os formadores e o que dizem/querem os professores de matemática diante das demandas da profissão docente. Pensamos que o modo pelo qual fazemos isto é propor uma forma de ler a prática nos termos da professora.

A professora participante desta pesquisa possui 35 anos de idade. Formou-se em Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Paulista – UNESP – na cidade de Rio Claro no ano de 1995 e iniciou sua vida profissional como professora de matemática concomitantemente ao período em que se formava na graduação. Durante esse tempo de aproximadamente 13 anos de experiência no exercício do magistério em escolas públicas de ensino fundamental e médio do Governo do Estado de São Paulo, tornou-se professora efetiva no cargo de PEB II no ano de 2000.

Além de uma carga horária de 25 horas-aula no período da tarde, distribuídas em cinco 6^{as} séries com aproximadamente 35 alunos cada, cumpria mais 2 horas-aula de HTPC (Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo). Para complementar sua renda, também lecionava 20 horas-aula, mais 1 hora-aula de HTPC, na rede particular de ensino

fundamental e médio no período da manhã. Sua **carga horária total era de 48 horas-aula** semanais de trabalho nas duas escolas, excluindo qualquer tipo de atividade extra.

O ponto de partida de nossa leitura é o fato de a professora entender que sua prática pode ser considerada tradicional, marcada por rotinas básicas de exposição da matéria, resolução de exercícios, atendimento das dúvidas e correção desses exercícios na lousa. Tanto os conteúdos matemáticos quanto a forma de apresentação desses conteúdos seguem as características apresentadas pelo livro didático adotado pela professora de matemática.

“P: Eu trabalho com a teoria primeiramente. São aulas mais teóricas e depois vem mais para a praticidade dos exercícios. Num primeiro momento é isso. Eu gosto de trabalhar com a teoria para depois exercitar. Colocar na prática, como funciona. Vem à explicação, depois vem o momento de fazer os exercícios, de por a mão na massa ali, depois discutir dúvidas diferentes. Minha aula transcorre mais assim. Para tirar as dúvidas eu fico circulando pela sala, tirando dúvidas, eles têm esse momento de trabalhar em cima dos exercícios. Depois eu corrijo os exercícios na lousa.”

“P: Eu exponho o assunto, falo da teoria e depois eles praticam os exercícios.”

Para a professora, um bom professor de matemática precisa conhecer formas eficientes de *transmitir* os conteúdos matemáticos e controlar a sala de aula no que se refere à indisciplina dos alunos. Além disso, o professor precisa se comunicar bem. Nossa leitura da fala da professora aponta três eixos básicos que sustentam sua visão sobre o que ela gostaria que acontecesse em suas aulas de matemática. Essas idéias estão representadas na figura a seguir:

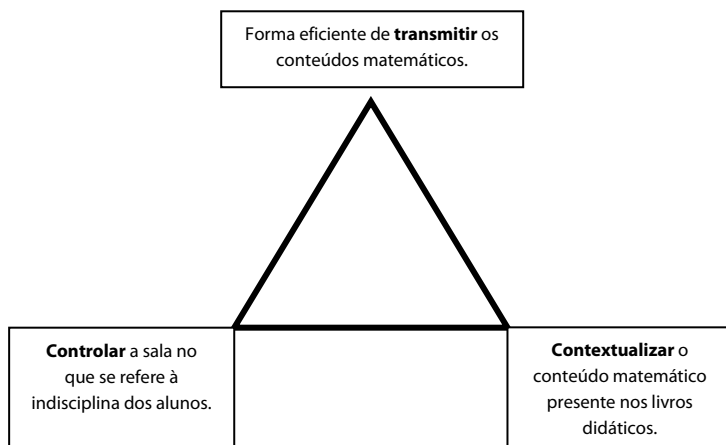


Figura 1 – Visão da professora sobre a prática ideal do professor de matemática.

Durante nossas observações das aulas de matemática, a professora sempre mostrou bom domínio do conteúdo matemático ao expor um assunto para a sala, ao tirar dúvidas dos alunos e ao corrigir os exercícios na lousa. A professora chama a atenção para três pontos importantes que estruturam claramente a sua demanda dentro da sala de aula: o conteúdo, o atendimento diferenciado e o controle da sala.

“P: Eu preciso dar conta do conteúdo a ser ministrado durante o ano. Eu preciso dar conta da diferença entre os alunos. Quando você está passando um conteúdo, um aluno é diferente do outro, então cada um pensa de uma maneira. Por isso que eu tenho o tira dúvidas. Isso a gente tem que dar conta também. Eu preciso dar conta da disciplina deles, do comportamento deles, da ordem, da ordem você tem que dar conta.”

No seu entendimento, é importante que o ambiente de sala de aula contemple uma postura de estudo que envolva tranquilidade e disposição por parte dos alunos para aprender, onde os mesmos precisam fundamentalmente ouvir o professor para que aprendam.

Na tentativa de fazer valer essas expectativas em relação aos alunos da escola pública, a professora se vê obrigada a lidar com o comportamento desses alunos que muitas vezes apontam em outra direção. Neste contexto, a professora entende que a indisciplina está relacionada ao fato de não ser ouvida na sala de aula. Essa tensão estabelecida gera seu maior desafio ao entrar em uma sala de aula na escola pública: controlar a turma.

“P: Quando você está com uma sala sem estar dispersa em grupo e com problemas ali, você puxa mais o negócio aqui, você tem um controle melhor da fala. A gente fica com um domínio melhor da classe inteira, não fica tão disperso. Quando você está com um grupo, você está com aquele grupo fechado, entende, e pronto. Agora com a sala ali, quando você está falando com a classe parece que seu controle é melhor até na administração da aula. Agora com o grupo não, você está ali com aquele grupo de 4, 5 ou 6 alunos e nada mais, só ali.”

Muitos acontecimentos ligados ao comportamento dos alunos ilustram as dificuldades que a professora tem para conduzir suas aulas. Os problemas considerados de indisciplina dos alunos fazem com que a professora fique visivelmente desgastada emocionalmente. Sua reclamação principal fundamenta-se na impossibilidade de transmitir seus conhecimentos, o ponto de partida de suas ações do trabalho pedagógico.

“P: Um desafio é a gente não deixar que o meio onde a gente está nos influencie. Por exemplo: turmas difíceis que não estão nem aí para o negócio, eles não te vencerem, te vencerem...”

“P: ... muitos alunos não estão receptivos àquilo que você quer oferecer, ao que você tem para oferecer, então você acaba se frustrando...”

“P: Em muitos momentos já aconteceu de me sentir desrespeitada. Alguns alunos não estão nem aí contigo, ficar ali falando é a mesma coisa que nada. (tom de desânimo).”

O fato de essa tensão permanecer durante todo o semestre e de a professora manter as dinâmicas das aulas de matemática, seguindo as características já descritas, poderiam indicar sua inconsistência ao lidar com esse tipo de demanda. Porém defendemos que a professora não pode ser considerada inconsistente se levarmos em consideração que em todo momento ela mostra-se defendendo o que faz nas aulas, evidenciando suas crenças em relação ao comportamento das crianças.

A professora mostrou-se pouco flexível no sentido de buscar alternativas para lidar com o comportamento dos alunos que era entendido como indisciplina. Essa inflexibilidade pode fazer sentido se levarmos em conta que suas falas indicam que crianças/alunos e adultos/professores são objetos distintos, no sentido do MCS, ou seja, crianças ouvem e adultos devem ser ouvidos. Para a professora, apoiada na perspectiva tradicional de ensino, os alunos (crianças) precisam *ouvir para aprender* e a professora (adulta) precisa *ser ouvida para poder ensinar*. A sua prática tem como premissa básica “ser ouvida” para que as atividades das aulas de matemática possam ser desenvolvidas. Essa é a condição para que suas aulas transcorram com um grau de normalidade aceitável. Essa é a sua luta diária.

Faz sentido considerar que a professora concebe um tipo de comportamento de jovens que transcende os limites da escola, reforçando ainda mais o perfil de suas aulas. Há a luta por seus valores em oposição aos valores que regem o comportamento dos alunos. Para ela, são os alunos que devem mudar de comportamento. Os jovens precisam respeitar os adultos. Diante disso, a professora acredita que a

aula tradicional parece ser a melhor maneira de controlar o comportamento dos alunos, reforçando ainda mais a sua *não mudança*.

“P: Há um desrespeito para com o adulto que está lá na frente, por parte dos alunos. E eu acho que uma das coisas que mais dificulta para o professor trabalhar, para ele gostar do que ele faz é a indisciplina dos alunos. Todos os meus colegas reclamam que a indisciplina hoje gera tudo isso, as notas mais baixas, o desinteresse deles e até do próprio professor, sabe! Então é um tópico que é fato e complica nossa vida sim.”

A professora troca a palavra “professor” por “o adulto”, tentando generalizar que não importa qual o papel do profissional que está lidando com esses jovens. Em sua visão, há uma inversão de valores que ela contesta, reforçando, neste caso, sua expectativa diante do comportamento dos alunos. Essa diferença de valores trava uma luta ideológica que traduz uma sala muitas vezes composta por um conjunto de forças em desequilíbrio.

Ao compararmos sua prática na escola pública com a prática na escola particular, podemos concluir que elas se mostram muito semelhantes no sentido da metodologia empregada. Para a professora, as aulas são praticamente as mesmas, seguem o mesmo formato. O que muda é o perfil dos alunos que freqüentam essas escolas.

O mesmo procedimento didático adotado nas duas escolas em que leciona parece funcionar para uma, mas ao mesmo tempo não funciona para outra. Esse fato poderia ser lido como uma inconsistência da professora, uma vez que poderíamos questionar os motivos pelos quais ela não muda de postura nas aulas em que possui dificuldades para desenvolver o seu trabalho.

O que desafia o sucesso ou não do seu gerenciamento das aulas de matemática é o perfil dos alunos que freqüentam essas escolas. Segundo a professora, seu desgaste na escola particular é menor porque lá ela possui autoridade para reprovar os alunos que não possuem rendimento acima da média, esse fato faz com que os alunos fiquem mais obedientes nas aulas de matemática e se dediquem mais aos estudos.

“P: Eu me sinto com mais autoridade. Os alunos percebem que a gente tem mais o controle sobre da situação deles, com relação às notas, a tudo. Eles já se preocupam mais. Eles se preocupam se fecharam ou não, nisso eles se preocupam mais. Porque lá muitos também não têm interesse, mas estão lá, são obrigados a concluir. Eles vão atrás.”

“P: Na particular eu tenho problemas com indisciplina. Só que lá é assim: chamam os pais e se não houver melhora, a escola não quer mais saber da matrícula desse aluno no próximo ano. Até convida esse aluno para procurar outra escola.”

Na escola particular a família tem maior influência no rendimento escolar dos alunos. Caso um aluno apresente notas abaixo do esperado, os pais contratam um professor particular para resolver o problema. Além disso, se houver conflitos de comportamento na sala de aula, os pais também são cobrados para intervirem na situação. Nos casos em que o comportamento do aluno não esteja de acordo, a direção da escola exige que o aluno deixe de freqüentá-la.

A professora entende que é papel dos pais intervirem no comportamento dos filhos quando estes causam algum tipo de transtorno nas aulas. Na escola pública o contato com a família acontece, porém essa mesma expectativa em relação à resposta da família não tem continuidade. As famílias não dão o mesmo tipo de

suporte que acontece na escola particular, por motivos que precisam ser estudados ainda. Além disso, na escola pública a professora tem o seu poder de controle diminuído pela não possibilidade de reprovar os alunos, o que segundo ela, implica na perda de respeito pelo seu trabalho.

O que muda para a professora são as demandas sociais que se apresentam de forma diferente nas duas escolas em que ela trabalha. Ser professora na escola particular significa ensinar os conteúdos de matemática e na escola pública significa enfrentar esse conflito de gerenciamento porque a mesma regra não se aplica, existe a necessidade de um trabalho de assistência social como função atribuída à escola pública.

“P: Aqui na escola pública, nossos alunos vêm da periferia. A escola tem que se preocupar com eles, com a parte de alimentação, muitos vêm desnutridos, muitos já há anos não sabem o que é um médico, um dentista. Então acaba influenciando na aprendizagem do aluno na sala de aula. Na escola particular eu noto que as crianças são mais cuidadas. Eles têm toda a família em volta, é possível ir ao médico, ao dentista. O que muda é o tratamento dado a essa criança pela família, mas em relação ao conteúdo não muda nada. Lá a gente acelera um pouco mais porque se cobra mais que esse conteúdo seja dado, mas a maneira de explicar, mostrar, é a mesma. A aula é do mesmo formato. Também tenho problemas de indisciplina, mas são coisas diferentes. Lá o grupo é menor e você tem maior controle.”

Além de tentar ensinar os conteúdos matemáticos, ela precisa lidar com uma demanda social diferente da classe média. Portanto, o que determina o sucesso de sua prática não é o fato de a professora ser tradicional ou não, mas sim em qual grupo social essa prática está

inserida. A professora sente-se muitas vezes perdida na escola pública, mas na escola particular não.

No que se refere à sua formação inicial, a professora entende que a universidade e a escola são mundos absolutamente diferentes. Ela afirma que não lhe foi oferecida uma formação que a preparasse para lidar com a demanda de suas salas de aula.

“P: O dia-a-dia aqui é muito dinâmico, cada dia acontece algo, tudo. E você não aprendeu isso na faculdade. Ela atende às demandas? Não. Não atende. Lá não me falaram que para tal aluno você não está tratando só o conteúdo com ele. Você está tratando tudo, o social, você tem que lidar com o emocional dele, de uma classe inteira. Então é complicado, eu não fui preparada mesmo para dar aulas. Você tem que se virar lá, sozinha. É o seu dia-a-dia que vai te ensinar.”

Levando em conta seus depoimentos, é plausível afirmar que a professora recebeu uma formação em que foi preparada para lecionar nessa escola particular. Consideramos que seu perfil é de uma professora tradicional competente. Ela domina os conteúdos, é capaz de falar sobre eles, mas precisa ser ouvida para poder ensiná-los.

A professora afirma que a matemática estudada na universidade é vista com profundidade, porém suas características não estão de acordo com a *matemática do professor de matemática*, ou seja, a matemática que o professor diz ensinar em suas salas de aula é diferente da matemática que o professor estuda durante sua formação inicial. Daí essa lacuna por não ter estudado e ensinado determinados conteúdos matemáticos durante a graduação.

“P: Mas é outro mundo, lá você estuda a matemática pura e na sala de aula você vê a aplicação dela. Coisa que a gente não via lá na faculdade. Eu gostaria de ter tido matérias que facilitassem com as coisas da sala de aula, com coisas que

a gente fosse precisar em sala de aula, entende! Olha, como trabalhar com determinado problema ou como introduzir certa matéria lá para aqueles alunos. Precisava mais de prática, de prática. Uma aproximação maior desses mundos tão diferentes. Quando você está lá dentro, da faculdade, você nem imagina o que te espera dentro de uma sala de aula. Eu não sei hoje se a universidade abriu os olhos e viu que é necessário tomar outras providências, eu não sei. Mas na minha época era um mundo bem longe do real mesmo. Bem longe.”

A professora parece não ter recebido uma formação para pensar no ensino-aprendizagem como resposta para essa demanda específica de suas salas de aula da escola pública. Diante dessa constatação, controlar a sala tornou-se prioridade que antecede questões da aprendizagem dos alunos. O controle é a resposta que ela encontra para esse desafio.

Parte dessa necessidade de controle sobre o comportamento dos alunos também sofre influências de pressões externas à sala de aula. A professora mostra-se visivelmente preocupada com a possibilidade de que episódios indisciplinares venham a acontecer nas aulas de matemática, o que implicaria em cobranças de pais de alunos, direção da escola ou até mesmo de outros professores.

“P: Quando a sala está dividida em grupos, eu chego em determinado grupo, você dá às costas para o restante da sala. E isso é cobrado muito da gente, a nossa postura em sala de aula. Saber o que aluno faz em sala de aula. Então, professor não pode dar as costas, você trabalha tensa, como você vai dar atenção para um aluno sabendo que atrás tem mais de vinte, entendeu. Então tudo o que acontece ali dentro nós somos os responsáveis por isso. A gente trabalha sobre pressão. Eu creio que os meus colegas também acham assim, que a melhor maneira ainda de ter o controle de uma sala é estar de frente a ela, falando, conversando, enfim... mas de frente a ela. A partir do momento que você está trabalhando em grupo, acontecem coisas e daí basta uma ou duas experiências negativas para o professor desistir, entendeu. Porque a gente é cobrado, a gente é pressionado. E se acontece em sala de aula, vem pai, vem mãe em cima. Enfim, é uma loucura,

direção também. O professor tem que ser um super-herói. Tem que dar conta do conteúdo, do que se faz em sala de aula, até do que um aluno fala do outro. Mas como você permitiu que ele falasse isso? Enfim, o professor. O professor tem que pagar a conta de tudo ali. É o responsável por todas aquelas cabeças ali dentro.”

Em algumas falas da professora verificamos sua concordância com várias indicações encontradas nos PCN, porém essas informações muitas vezes não foram observadas por nós em salas de aula. Isso nos leva a considerar que, o momento da sala de aula é um e o de falar sobre ela e fora dela é outro. O que não seria traduzido como incoerência da parte da professora, e sim, que é a direção para onde ela fala e de onde fala que fazem sentido.

Quando a professora está em sala de aula é sua sobrevivência frente às demandas da sala de aula que conta, por isso nem sempre ela consegue fazer o que pensa em todos os momentos. Esta clareza a professora mostra em muitos momentos de sua fala, a prática possível. Não se trata especificamente de prática declarada em contraposição à prática real, da incoerência de suas ações em contraposição ao que ela diz fazer.

A professora defende sua *prática possível*, mostrando clareza no seu modo de ler essas normas impostas. Em muitos momentos ela rejeita o discurso normativo por entender que o mesmo não faz parte de sua realidade profissional e, outras vezes, opta por assumi-los em sua experiência profissional quando entende que há compatibilidade entre as falas presentes nos documentos e suas necessidades e possibilidades.

O discurso da professora sugere que é preciso que se entenda a profissão de ensinar, mas levando em consideração o que ela vive dentro da sala de aula, diante das demandas postas para ela, de seus alunos reais. As leituras de textos educacionais nas reuniões pedagógicas são

discursos sem sentido, evidenciando a distância entre a visão de elaboradores de políticas públicas/formadores – a de que os professores devem mudar – e a visão da professora, que leva em conta uma prática viva. A sala de aula dos textos é outra, diferente da sala de aula daquela escola pública. Para a professora, a mudança proposta pelo formador é teórica, abstrata, longe de solucionar os desafios de sua sala de aula real.

“P: No início isso me chocou bastante. Depois de me formar e ir para a sala de aula, eu me questionava: por que ver tudo aquilo que eu vi se eu não vou aplicar aqui? Parecia que eu estava em outro mundo. Os textos de psicologia que a gente viu lá. Enfim, todos aqueles blá blá blás. Na hora que você precisa, nem vai lembrar daquilo. O nosso dia-a-dia é tudo muito dinâmico. Também no conteúdo de matemática. Eu senti que não foi necessário ver tanta coisa detalhadamente que eles vão usufruir aqui, com a matemática.”

“P: O dia-a-dia aqui é muito dinâmico, cada dia acontece algo, tudo. E você não aprendeu isso na faculdade. Ela atende às demandas? Não. Não atende. Lá não me falaram que para tal aluno você não está tratando só o conteúdo com ele. Você está tratando tudo, o social, você tem que lidar com o emocional dele, de uma classe inteira. Então é complicado, eu não fui preparada mesmo para dar aulas. Você tem que se virar lá, sozinha. É o seu dia-a-dia que vai te ensinar.”

As falas da professora sugerem que os formadores precisam entender a profissão docente levando em consideração o que o professor de matemática vive dentro da sala de aula, diante das demandas postas para ele, lidando com seus alunos reais. São as questões de seu ambiente real que influenciam sua atuação como profissional. A sala mostra-se outra para a professora porque muitas vezes o que o formador fala não faz sentido para ela. Portanto, para que exista um projeto compartilhado entre formador e professor de matemática, é preciso estabelecer as justificativas das mudanças e quais

são seus objetivos. Somente assim, poderemos responder de quem é o projeto do qual o professor faz parte.

A simples mudança metodológica, no caso da professora de nosso estudo, não parece resolver seus desafios encontrados na sala de aula da escola pública. Pelo contrário, poderá causar mais problemas se for levado em consideração sua necessidade de controle da classe e as demandas presentes em sua sala de aula.

Se as mudanças propostas pelas pesquisas em Educação Matemática restringirem-se a questões puramente metodológicas e não envolverem um projeto político bem declarado e compartilhado, pode ficar indicado que os formadores são os que dominam a receita - conhecimento formal – e que os professores sejam os que devem saber utilizá-los. Algumas questões poderiam nortear nossas reflexões: Mudar por quê? Qual o objetivo da mudança? O projeto é de quem?

Foram citados pela professora muitos aspectos desafiadores: necessidade de saber mais abordagens didáticas, falta de interesse dos alunos, indisciplina dos alunos, mudança no perfil dos alunos, não reprovação, presença de alunos considerados analfabetos, presença de alunos portadores de deficiência auditiva (surdos), classes consideradas heterogêneas, cansaço e esgotamento diante de uma carga horária excessiva, falta de tempo para planejar as aulas, acúmulo de tarefas, escassez de recursos materiais e obrigações burocráticas.

Para concluirmos este artigo, apresentamos algumas reflexões presentes na fala da professora sobre a sua prática que suscitam alguns questionamentos que podem colaborar com a produção de novas pesquisas em Educação Matemática e com futuras ações formadoras tanto na dimensão inicial quanto continuada de professores de matemática.

- a) O Curso de Licenciatura em Matemática em que a professora estudou parece ter dado ênfase para questões de ensino-aprendizagem da matemática, porém formando-a com um perfil de uma professora tradicional e competente.
- b) As questões de gerenciamento de sala de aula mostraram-se prioritárias em relação às de ensino-aprendizagem da matemática, diante da demanda social encontrada na escola pública em que a professora trabalha. *Em que medida os Cursos de Licenciatura em Matemática se preocupam com essas questões?*
- c) As declarações de que grande parte da formação da professora aconteceu dentro da escola no exercício da sua profissão, indica que o Curso de Licenciatura, no qual se formou, não atendeu às demandas práticas de sua formação. Como constatado no trabalho de Pereira (2005), a professora também reivindica uma formação prática, ou seja, que leve em consideração as demandas da sua sala de aula real que, em seu entendimento, *aconteceu somente no final do curso de graduação*. De que modo os Cursos de Licenciatura em Matemática poderiam tomar a prática como início, meio e fim da formação? *Como esses cursos podem oferecer a oportunidade ao licenciando ser um professor de matemática desde o início do curso?*
- d) As características da matemática estudada nos Cursos de Licenciatura não estão de acordo com a matemática do professor de matemática. O que a professora diz ensinar em suas salas de aula é diferente da matemática que estudou na universidade. *De que forma os Cursos de Licenciatura em Matemática justificam a presença das disciplinas de matemática (Cálculo Diferencial, Álgebra, Análise e outras) na formação de professores sem usar a justificativa do senso comum de que os professores precisam saber mais matemática para ensinar melhor?*
- e) A experiência da professora mostrou que a passagem da universidade para a escola deve ser acompanhada por um suporte pedagógico, tornando essa transição sustentável. *De que forma é possível oferecer um sistema de formação continuada que receba e acompanhe o professor no início de carreira?*
- f) A sugestão de parceria entre universidade e escola foi citada pela professora como uma possibilidade de ajuda recíproca. A presença de futuros professores, como estagiários na escola, poderia fornecer tanto apoio no

desenvolvimento do trabalho dos professores quanto oportunidade de que eles aprendam sobre as coisas que acontecem na escola. É um pedido de ajuda, mas também é uma oferta de ajuda no que se refere à formação de futuros professores na universidade. *De que forma os Cursos de Licenciatura firmam esse tipo de parceria com os professores e com as escolas para a realização dos estágios supervisionados?*

- g) A necessidade de conhecer novas abordagens pode ser verificada na fala da professora. *De que forma os Cursos de Licenciatura em Matemática oferecem ao futuro professor a discussão sobre o uso e a escolha de diferentes abordagens e metodologias para as aulas de matemática, como forma de adequar o que se vive na sala de aula ao objetivo de se ter a aprendizagem?*
- h) A prática da professora foi caracterizada como tradicional e, muitas vezes, notamos sua inflexibilidade em relação aos procedimentos de sala de aula. *De que forma a prática docente dos formadores nas licenciaturas mostra-se flexível em relação aos acontecimentos presentes em suas salas de aulas?*
- i) A professora expõe a necessidade de ter uma formação geral que relacione diversos assuntos sociais com a matemática da sala de aula, para entender as coisas que estão presentes no mundo e poder falar sobre elas. *Em que medida os Cursos de Licenciatura oferecem “cultura geral” ao futuro professor de matemática?*
- j) A professora manifesta a necessidade de receber apoio para suprir as necessidades dos alunos com dificuldades de aprendizagem e alunos portadores de deficiência auditiva. *De que forma as licenciaturas oferecem aos professores capacitação para dar atendimento diferenciado para alunos com esse perfil? De que forma é possível oferecer ao professor em serviço condições para lidar com essa demanda?*
- k) As condições de trabalho da professora de matemática foram apontadas como um grande problema tanto para o desenvolvimento de suas atividades em sala de aula quanto para a sua formação continuada. Fatores como carga horária excessiva, baixo salário, falta de tempo para preparar aulas, para estudos e atualizações (formação continuada), para descansar e o excessivo número de alunos por sala foram mencionados. A idéia de que esses desafios presentes em sua prática profissional colaboram de forma decisiva na queda da qualidade do ensino é marcante. *De que forma as pesquisas em*

Educação Matemática vêm estudando as influências das condições de trabalho dos professores de matemática na qualidade de ensino?

REFERÊNCIAS

andré, m.e.d.a. **Etnografia da prática escolar**. Campinas: Papirus, 1995.

BARBOSA, E. P. **Os professores de matemática e as ações educacionais públicas**. 2007. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. Relationships of knowledge and practice: teacher learning in communities. In: IRAN-NEJAD, A.; PEARSON, C. D. (Ed.) **Review of research in education**. v. 24. Washington, DC: American Educational Research Association, 1999. p. 251-307.

LINARDI, P. R. **Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. 291 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista de Educação Matemática da SBEM-SP**, Campinas-SP, ano 1, n. 1, p. 75-91, set. 1993.

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**, Blumenau, v. 1, n. 7, FURB, p. 29-39, abr/jun 1994.

LINS, R.C. Struggling for survival: the production of meaning In: BSRLM, 1996, Sheffield (UK). **Anais...** Sheffield (UK): BSRLM, February, 1996.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática)

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:**

concepções e perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 75-94. (Seminários & Debates)

LINS, R. C. The production of meaning for algebra: a perspective based on a theoretical model of semantic fields. In: SUTHERLAND, R. et al. (Ed.). **Perspectives on school algebra**. London: Kluwer Academic Publishers, 2001. p.37-60.

LINS, R. C. et al. Of course R3 is blue!! Developing an approach to turn a mathematics education course. In: SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE AN THE TEACHING OF MATHEMATICS, 2, 2002a, Heronissos-Grécia. **Proceedings...**Heronissos, 2002a. 1 CD.

LINS, R. C. **Análise sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional**. Rio Claro, 2002b, 87p. Tese de Livre Docência – Universidade Estadual Paulista – UNESP – Rio Claro. 2002b.

LINS, R. C. Characterising the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: 10th International Congress on Mathematical Education, 2004, Copenhagen. **Proceedings...**Copenhagen, 2004. p. 72-72.

PEREIRA, P. S. **A concepção de prática na visão de licenciandos de matemática**. 2005. 202 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. 2003. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SILVA, S. R. V. **Identidade cultural do professor de matemática a partir de depoimentos (1950-2000)**. 2004. 259 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

12

QUANDO O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS INVESTIGOU E LEU A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS DE INDIVÍDUOS-CONSUMIDORES

Marco Aurélio Kistemann Junior

MOMENTO INTRO (\$): DO DESCONHECIDO AO SUPOSTO CONHECIDO

Nossa fala neste capítulo está dividida em três momentos.

Num primeiro momento abordamos em termos gerais nossa investigação de doutorado sob a orientação do Prof. Dr. Romulo Campos Lins, amparada pelos pressupostos epistemológicos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), tecendo considerações que possam situar o leitor quanto à gênese das ações investigativas e algumas ideias que cremos acompanharam-nos, a mim e ao Romulo, em nossa conjunta trajetória de pesquisa.

Num segundo momento, apresentamos de forma sucinta alguns pressupostos do MCS que sustentaram nossa investigação e guiam nossas ações hoje em sala de aula, bem como alguns referenciais, como o da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose e referenciais referentes a investigações orientadas pelo Romulo Lins em sua trajetória no programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na Unesp-Rio Claro-SP.

Finalizamos o terceiro momento apresentando os resultados da investigação realizada no período de 2008 a 2011, orientada e amplamente discutida com o Romulo, em sessões de orientação, nas quais tomávamos as decisões e discutíamos os resultados encontrados

na inserções em campo, junto aos indivíduos-consumidores. Saliento que também discutíamos com alguns integrantes do Grupo de Pesquisa *Sigma-t*, liderado pelo Romulo Lins, o andamento de nossa investigação e as sugestões desses membros foram de grande valia para o andamento e finalização da pesquisa.

O tema de nossa investigação e suas interrelações com o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) teve sua gênese em discussões no NIDEEM (Núcleo de Investigações e Divulgação de Estudos em Educação Matemática/UFJF) com o educador matemático Amarildo Melchiades da Silva. Em nossas discussões, percebemos realidades que revelavam uma considerável fatia da população brasileira pouco preparada para vivenciar e lidar com certos instrumentos financeiros suas ações de consumo.

Em 2006, conversávamos com Amarildo sobre a importância de se planejar financeiramente as ações do cotidiano. À época estávamos lendo livros que buscavam apresentar dicas de como se prevenir de dívidas e de como reorganizar a vida econômica após momentos de excessos e gastos não planejados. Tais livros acabaram me auxiliando a escrever um projeto de pesquisa de doutorado que, dois anos depois, seria orientado pelo educador matemático Romulo Campos Lins.

Assim idealizamos uma investigação que buscasse fazer uma leitura plausível da produção de significados para a tomada de decisão de indivíduos-consumidores, uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para a tomada de decisão de indivíduos-consumidores na sociedade líquido-moderna, sociedade esta que revela um alto grau de consumo e um considerável despreparo e pouca orientação do brasileiro, seja ele jovem ou adulto, de classe social alta ou baixa, para tomar decisões em suas práticas de consumo.

Desde 2007, passamos a catalogar diversas matérias jornalísticas e a colecionar tópicos presentes em livros de economia básica e avançada, alguns deles veiculados para o grande público com temas de organização financeira pessoal, que revelam as dificuldades em se manter financeiramente equilibrado no Brasil.

A partir da investigação de diversas fontes, como descrito anteriormente, passou a ficar mais claro para nós, enquanto pesquisador e educador matemático que um considerável contingente das pessoas não vem usufruindo de orientações financeiras para consumir, uma cultura de poupar o que ganham, de planejar financeiramente sua vida futura, de fazer estudos simulados para verificarem a viabilidade de adquirir ou não adquirir um bem e como farão para quitá-lo. Em geral, a vontade de ter, muitas vezes alimentada por todo um sistema especializado de marketing de empresas e de instituições financeiras, que revelam somente o que lhes convém, para que o indivíduo possa consumir, sem, entretanto, fornecer-lhe embasamento para sua tomada de decisão.

As lições retiradas da revisão de literatura, inicialmente nos causaram um impacto considerável e geraram uma ideia de que bastaria dar um bom curso de matemática financeira a qualquer pessoa, e a mesma estaria preparada para não cair em “armadilhas” ou “convites” dos longos financiamentos e das taxas de juros embutidas em produtos, muitas vezes invisíveis para a maioria dos indivíduos-consumidores.

Nesse sentido, a investigação que pretendíamos realizar tinha como ponto central descobrir como apresentar conceitos financeiro-econômicos para as pessoas comuns e, os indivíduos-consumidores de posse desses conceitos, não mais fossem enganados e se

conscientizassem da melhor escolha a ser feita numa ação de consumo, ou seja, pagar sempre à vista.

As primeiras conversas de orientação com o Romulo me mostraram o quão impreciso estava meu objetivo e que saber ou não matemática financeira não seria garantia de sucesso ou insucesso nas tomadas de decisão financeiro-econômicas. Se saber muita matemática financeira fosse o antídoto para não ser enganado nas transações financeiras ou evitar pagar juros abusivos, não vivenciaríamos a maior crise financeira do início do século XXI, em que economistas e financistas abusando do poder dado aos modelos econômicos, foram incapazes de prever a crise americana do *subprime* que se espalhou contaminando mercados financeiros do mundo inteiro.

A hipótese de quem sabe mais (ou sabe muita) matemática financeira toma melhores decisões deveria ser verificada, mas já mostrava pontos frágeis. Exemplifiquemos. Uma dona de casa que não passou da antiga quarta série primária, conhecedora apenas das quatro operações básicas, segundo essa hipótese estaria fadada a ser enganada sempre que fosse fazer transações nos diversos segmentos do mercado econômico, enquanto que um profissional com formação superior, com acesso a teorias da matemática financeira, estaria sempre tomando as melhores decisões e se precavendo de pagar juros abusivos e embutidos.

Conforme já vínhamos constatando, em diversos artigos de jornais e colunas online escritas por especialistas em finanças, a tomada de decisão dos indivíduos-consumidores estava, em geral, pouco alicerçada em conceitos financeiros refinados ou em fórmulas matemáticas. As opções apresentadas nos diversos meios por nós consultados dirigiam-se para o uso da experiência de vida, tradição familiar, intuição, desejo de possuir determinado item. A racionalidade

econômica não era tão *racional* quanto pensávamos e isso era apenas a ponta do *iceberg*.

Decidimos reformular os objetivos do projeto de pesquisa, voltando nosso olhar para a tomada de decisão de indivíduos consumidores e a produção de significados destes indivíduos, quando apresentávamos situações-problema do cotidiano financeiro-econômico da maioria das pessoas que hoje insere-se na sociedade líquido moderna. Esses indivíduos-consumidores convidados a participar da pesquisa constituíam-se de pessoas que possuíam grande conhecimento e experiência em matemática e indivíduos leigos em matemática.

Um dos objetivos era verificar se haveriam diferenças e que diferenças seriam essas, no que tange à tomada de decisão e que produções de significado estes indivíduos-consumidores o fariam, bem como que crenças-afirmações e que justificações teceriam quando se defrontassem com as situações que apresentaríamos. Para ler e interpretar a produção de significados e a tomada de decisão desses indivíduos-consumidores buscamos nos embasar no Modelo dos Campos Semânticos (MCS) desenvolvido e idealizado por nosso orientador, Romulo Lins (1992,1997,1999).

Na verdade, os pressupostos teóricos do Modelo caíam “como uma luva” em nossas ações investigativas, pois nos dariam a segurança de, por meio da Leitura Plausível, entendermos o que é legítimo dizer e decidir nas ações de consumo dos indivíduos-consumidores entrevistados.

Relato nesse ínterim que, o estudo gradativo do Modelo dos Campos Semânticos e sua presença em minha pesquisa, foi além da mesma. A partir do momento que se conhece o Modelo, este interfere

significativamente em outras áreas além da pesquisa. No meu caso em particular, passei a vivenciar o Modelo em minhas ações cotidianas, ao tomar minhas decisões, observando minhas produções de significados para os cenários que se desnudavam à minha frente, ao conversar e ouvir meus interlocutores. Uma nova forma de vivenciar as situações do dia a dia, valorizando as enunciações daqueles com que travava diálogos.

Para realizarmos nossas investigações foi necessário além de tomarmos um conhecimento mais íntimo das ideias do Modelo dos Campos Semânticos, que em sua maioria sempre foi usado para situações investigativas envolvendo o cotidiano da sala de aula de matemática, atualizarmo-nos nas teorias econômicas e psicológicas referentes à tomada de decisão e ao pensamento financeiro-econômicos das pessoas. Nesse sentido, adentramos um caminho desconhecido, lendo e relendo artigos e livros de ciências econômicas e compêndios de psicologia econômica, buscando ler a versão dada por essas áreas para a tomada de decisão de consumo, assim como textos sobre Educação Matemática Crítica e Matemática em Ação do pesquisador Ole Skovsmose, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e os Temas Transversais.

Diante desse quadro inicial, surgiu o tema da presente investigação qual seja o de investigar o indivíduo-consumidor, como esse indivíduo consome, que instrumentos e estratégias utilizam-se para suas ações de consumo, e que referências o indivíduo leva em conta, enfim, como um indivíduo-consumidor toma suas decisões, que significados produz, quando se depara com um quadro financeiro-econômico e com seus objetos, e que instrumental matemático ela utiliza (ou não) para tomar suas decisões.

Diante de tais proposições, podemos em suma dizer que faremos *uma* leitura da produção de significados (matemáticos e não-matemáticos) e das tomadas de decisão dos indivíduos-consumidores na sociedade líquido-moderna. Enfatizamos que o artigo indefinido “uma” neste caso encontra-se em *itálico* para destacar que a leitura que estamos fazendo ao longo de nossa investigação não é única ou absoluta, de modo que outras pessoas podem fazer outras leituras em produção de significados para o tema financeiro-econômico. Muitos advogavam e constatamos isso em nossa revisão de literatura junto a livros de finanças pessoais, a chamada autoajuda financeira que a intuição fala mais alto, ou seja, que se o indivíduo consumidor tem dinheiro da parcela para pagar o financiamento, então ele compra, não interessando o número de parcelas, nem tampouco os juros envolvidos.

Questionamos: Será que sempre funciona assim? E até que ponto esse reducionismo retira dos meios educacionais as responsabilidades de formar, de fato, cidadãos que, de posse de matemáticas capazes de os auxiliarem em suas decisões de consumo, possam agir de forma consciente, não sendo surpreendidos pelas ações e pela matemática oculta nas transações comerciais, em geral.

Conjecturamos que isso funcione assim por um momento, embora esse trabalho de investigação possa apresentar outras alternativas de se pensar o consumo, outras formas de se pensar e decidir quando se depara com objetos financeiro-econômicos numa transação, independente, muitas vezes, da classe social ou do grau de instrução do consumidor.

Questionarmos que o consumo sempre ocorre como o senso comum determina, é objeto de nossa investigação que se insere num cenário capitalista, fortemente marcado por campanhas de marketing,

que influenciam e pouco orientam o indivíduo, com um sistema educacional que, até o momento pouco tem influenciado ou tratado de temas financeiros, à matemática do consumidor, e como este pode aprender usando de matemática para tomar decisões relativas ao consumo, ocasionando um indivíduo-consumidor A, com muito conhecimento de matemática escolar e um indivíduo-consumidor B, com poucos recursos em matemática escolar que podem produzir significados semelhantes, quando se deparam com o ato de tomar decisões para consumir.

MOMENTO MÉDIUM (\$\$): CAMINHANDO EM ROTAS AINDA DESCONHECIDAS: O MODELO E NOSSA INVESTIGAÇÃO

Diante desse quadro inicial, surgiu o tema de nossa investigação intitulada: “Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores”, cujo escopo era o de investigar o indivíduo-consumidor, como esse indivíduo consome algo, que instrumentos e estratégias utiliza para suas ações de consumo, e que referências o indivíduo leva em conta, enfim, como um indivíduo-consumidor toma decisões, que significados produz, quando se depara com um quadro financeiro-econômico e com seus objetos, e que instrumental matemático ela utiliza (ou não) para tomar suas decisões.

Nesse sentido, o estudo dos significados produzidos e das tomadas de decisão dos indivíduos-consumidores pode revelar ou dar indícios sobre a *matemática em ação* (SKOVSMOSE, 2000) que foi utilizada para orientar a reflexão e as práticas de consumo conscientes e necessárias. Assim, esclarecemos desde então que, nossos referenciais teóricos, bem como os indivíduos-consumidores participantes desta investigação constituíram-se como nossos informantes, com os quais dialogamos e

buscamos descobrir como estes agem e que significados produzem num cenário líquido-moderno em suas ações de consumo.

Contudo, desde o início a seguinte questão esteve presente, de modo a orientar a trajetória de nossa investigação: “Em que medida, num cenário líquido-moderno, os indivíduos-consumidores tomam suas decisões de consumo e que significados (matemáticos e não-matemáticos) produzem quando lidam com objetos financeiro-econômicos?”

Almejando uma sociedade com mais justiça econômica e mais equânime, cremos que o grande desafio que se coloca na construção de uma concepção libertária da Educação Matemática é conciliar a questão epistemológica das formas de produção de significados matemáticos com as questões sociais, no ato educativo e nas relações sociais.

Em suma, com nossa investigação procedemos à leitura plausível dos significados e das tomadas de decisão de consumo de indivíduos-consumidores na sociedade capitalista do século XX (sociedade líquido-moderna), leitura esta caracterizada em termos do processo de produção de significados, utilizando as noções centrais do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e da Educação Matemática Crítica (EMC).

Entendemos que a sociedade do século XXI não pode prescindir de discutir uma educação financeira, bem como significados em torno de ideias, que embasam-se em práticas conscientes de consumo, planejamento financeiro, tomada de decisões acerca de ações praticadas pelo indivíduo-consumidor, quando almeja adquirir um produto no qual deverá ter conhecimento para não ser ludibriado, bem como, adquirir hábitos que propiciem a arte de manejar criticamente os objetos matemáticos de cunho financeiro-econômicos.

É mister recordar que, grande parte das incipientes habilidades matemáticas das pessoas encontra-se na aritmética aplicada nas quatro séries iniciais do ensino fundamental, segundo dados do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira-2005). Tal fato pode dificultar o entendimento de muitos indivíduos-consumidores quando estes se depararem, por exemplo, com situações como as que apresentamos a seguir.

Vejamos duas situações:

<i>Situação 1:</i> “ Uma pessoa faz hoje uma aplicação de R\$100,00, e mais nenhuma aplicação, a juros de 1% ao mês acima da inflação. Quanto essa pessoa teria daqui a ...?	<i>Em reais</i>
1 ano	112,68
2 anos	126,97
5 anos	181,67
10 anos	330,04
20 anos	1089,26
40 anos	11.864,77
70 anos	426.534,32

Analisando a situação anterior, podemos observar o quanto o crescimento do capital através de juros compostos ocorrem, desafiando o senso comum financeiro da maioria das pessoas. No caso abordado os juros são favoráveis, isto é, a pessoa que aplicou o dinheiro 1% acima da inflação, logo já estará livre de taxas de cobrança que poderiam retirar seu rendimento como calculado anteriormente (inflação, imposto de renda e tarifas cobradas pelos bancos), estará lucrando a longo prazo com sua aplicação. Aplicar o dinheiro acima da inflação, de acordo com

os economistas, já denota conhecimento e percepção financeiro-econômica satisfatórios.

Situação 2: “Uma pessoa faz hoje uma aplicação de R\$1000,00 na poupança com rendimentos a juros compostos. Quanto essa pessoa teria daqui a ...?”				
Juros Mensais	<i>Poupança daqui a ... anos (em reais)</i>			
	10 anos	20 anos	30 anos	50 anos
0,50%	1819,40	3310,20	6022,58	19935,96
0,60%	2050,02	4202,57	8615,35	36206,66
0,75%	2451,36	6009,15	14730,58	88518,26
1,00%	3300,39	10892,55	35949,64	391583,40

Por outro lado, imaginemos a situação anterior convertida para dívida, isto é, uma pessoa que não paga uma dívida de 100 reais a juros compostos de 1% ao mês. É preciso lembrar que uma taxa baixa como 1% dificilmente seria cobrada num empréstimo por instituições financeiras que, sobretudo, visam ao lucro.

SITUAÇÃO

As duas situações precedentes oferecem-nos material inicial para reflexão. O conhecimento introdutório das “regras do jogo econômico”, isto é, o conhecimento do funcionamento das variáveis financeiro-econômicas pode evitar fracassos financeiros, como pode prover o indivíduo-consumidor de fartos rendimentos, para nos situarmos apenas no âmbito financeiro. Os juros compostos constituem-se como objetos financeiros extremamente abstratos num primeiro olhar, uma vez que, em geral, no cotidiano estamos acostumados a lidar com

elementos que crescem linearmente, devagar, de forma até previsível. Ao lidar com grandezas que crescem exponencialmente, os indivíduos-consumidores podem incorrer em perdas da percepção e da capacidade da pessoa de tomar decisões críticas e embasadas na matemática financeira, ainda que superficialmente.

De acordo com Cerbasi (2008), a educação econômica não pode ser esquecida pela educação formal, se assim o fizer, retirará do homem uma oportunidade histórica de torná-lo mais plenamente humano e solidário, e a possibilidade do exercício da liberdade individual e social.

Reiteramos que, as produções de significados, conjunto de coisas que se pode falar e efetivamente se diz a respeito de um objeto (LINS, 1997, p.145), bem como, as ações dos indivíduos-consumidores precisam sempre ser investigadas, promovendo a gênese no âmbito social de indivíduos capacitados a não só consumir, mas habilitados a vivenciar situações de consumo numa loja ou numa agência financeira, embasadas em reflexões-econômicas críticas e reflexivas. Para tal, conscientes da insuficiência curricular brasileira referente à uma educação financeira de viés crítico, faz-se necessário continuar investigando e buscando outras propostas, que privilegiem a prática desses indivíduos por meio de ações conscientes e geradoras, de fato, de significados.

Assim, de acordo com Skovsmose (2000), fica claro que a contribuição original da Matemática, em qualquer nível de ensino para a sociedade opera não via sua relevância para o que já está, mas, sobretudo, via sua relevância para o que ainda é apenas potencial. A relevância da Matemática e, por extensão, a relevância do seu ensino e de sua aprendizagem não se encontram em um utilitarismo simplista, mas sim nas possibilidades de novos padrões de explicação da ciência e

novos métodos e modelos de organização nos assuntos de prioridade social.

Nossa proposta de investigação e de proposição de uma Educação Financeira amparada nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) tangencia a ideia proposta por Ubiratan D'Ambrósio (1984) quando este se refere à gênese de uma competência etnomatemática, isto é, a de que devemos aprender a linguagem *deles*, sua lógica, sua história e sua evolução, sua ciência e sua tecnologia, afim de estar a par de seus motivos e suas metas finais (...). Entendemos que D'Ambrósio ao dizer *deles* refere-se, por exemplo, em nosso contexto, à linguagem financeiro-econômica, bem como em seus postulados e *modus operandi*. Assim conhecer o funcionamento dessa linguagem, privilégio de um grupo reduzido, pode, por hipótese, auxiliar o indivíduo-consumidor em suas ações e tomadas de decisão de consumo. Simultaneamente, a matemática nas escolas deverá ser tal que proporcione o conhecimento, o entendimento, a incorporação e a compatibilização da prática popular conhecida e corrente dentro do currículo.

Como almejamos a gênese de indivíduos-consumidores críticos e atuantes no seu meio social de investigação dos significados, atribuídos aos objetos matemáticos, evitando atitudes humanas servis, em relação às questões econômicas, conjecturamos a existência de projetos e estratégias que desenvolvam abordagens de cunho financeiro-econômicas, caracterizadas pela orientação e reflexão dos indivíduos-consumidores. Assim, nossa investigação desenvolveu-se observando o processo de produção de significados de indivíduos-consumidores, entendido como o processo determinado pelas ações enunciativas

desses sujeitos frente a uma demanda de produção de significados, quando lidavam com ações referentes ao consumo.

Buscando uma sociedade com mais justiça econômica e mais equânime, o grande desafio que se coloca na construção de uma concepção libertária da Educação Matemática Crítica é conciliar a questão epistemológica das formas de produção de significados matemáticos com as questões sociais, no ato educativo e nas relações sociais. Neste contexto, por não compreender, de forma abrangente, o que faz, o indivíduo se vê limitado com relação a se ver livre de problemas distintos das situações-modelo, geradas pela ideologia embasada nas teorias capitalistas do mercado econômico, adquirindo, em alguns casos, formalismo, porém, faltando-lhe a práxis e as tomadas de decisão conscientes. Dessa forma,

o porquê e para que aprender ou ensinar a Matemática, e que significados surgem do seu ensino e da prática que se faz dela estão interligados, pois, ao mesmo tempo que se faz de suma importância o próprio desenvolvimento intelectual do indivíduo, que como ser humano tem a característica de buscar conhecer o que o cerca, de igual importância é o seu fim, que deve ser o de contribuir para aliviar a miséria humana em toda a sua extensão (SKOVSMOSE, 2004, p. 75).

Finalizamos esse momento relatando que, em suma, pretendíamos com nossa investigação proceder à leitura dos significados e das tomadas de decisão de consumo de indivíduos-consumidores na sociedade capitalista do século XX (sociedade líquido-moderna), leitura esta caracterizada em termos do processo de produção de significados, utilizando algumas das noções centrais do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e da Educação Matemática Crítica.

MOMENTO FINI (\$\$\$): COLOCANDO O MODELO “NA RUA” - A INVESTIGAÇÃO, OS SUJEITOS E SEUS RESULTADOS PARCIAIS.

Neste momento apresentamos a presença e a potencialidade do Modelo em nossas ações e decisões investigativas, firmando nosso olhar na potencialidade dos pressupostos epistemológicos idealizados por Lins, em particular a *Leitura Plausível* na leitura da produção de significados dos indivíduos-consumidores.

Pautados no processo de produção de significados, vislumbramos que a caracterização das tomadas de decisão dos indivíduos-consumidores pudesse dar-se a partir das enunciações de cada indivíduo-consumidor. Desse modo, elaboramos um conjunto de instrumentos para realizarmos, inicialmente um estudo piloto, em setembro de 2009, ou seja, entrevistas semiestruturadas com questões que guiarão nossa conversa com os indivíduos-consumidores, além de cada um dos sujeitos da investigação construir seu perfil de indivíduo-consumidor, com um material elaborado previamente pelo pesquisador.

O estudo piloto contou com a participação de cinco indivíduos-consumidores (professores de matemática e leigos nessa área) que aceitaram participar. Os instrumentos utilizados no estudo piloto direcionaram nossas ações para a criação de atividades, ou situações de consumo, possibilitando maior explicitação por parte dos indivíduos-consumidores de suas estratégias, opções, crenças quando vão consumir na sociedade líquido-moderna.

Tanto na breve análise realizada no estudo piloto, quanto nas entrevistas posteriores, buscando caracterizar as práticas de consumo de indivíduos-consumidores, utilizamos a *Leitura Plausível* das enunciações dos participantes da investigação. Desse modo, com a

“caracterização da prática e das tomadas de decisão dos indivíduos-consumidores” apresentamos uma *leitura* dessas práticas de consumo e por meio dessa *leitura*, explicitamos algumas ações de consumo e tomadas de decisão desses indivíduos-consumidores, revelando o *conhecimento* desses indivíduos no contexto em questão.

O conceito de *Leitura Plausível* é apresentado por Lins (1999, p.93) que diz que “toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível”. O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) introduz também uma noção de *conhecimento* que incorpora a *justificação* como parte deste conhecimento. De acordo com Lins (1999), o *conhecimento* é uma *crença-afirmação* junto com uma *justificação* que me autoriza a produzir aquela *enunciação*. Fica claro neste par que a interrelação entre uma *crença-afirmação* e sua *justificação* constitui o *conhecimento* e mais, o *conhecimento* de um sujeito, ou seja, de uma existência interdependente e intrínseca do *conhecimento* a partir do sujeito e vice-versa, do sujeito a partir de seu *conhecimento*.

No MCS, quando lemos que os indivíduos *operam* diferentemente com uma noção, o que ensinamos não é caracterizá-lo pela *falta*, dizendo que ele não possui o mesmo *conhecimento* que o nosso, ou que houve um erro, que o indivíduo não está sabendo *operar* com algo, que falta a esse indivíduo conteúdo ou desenvolvimento intelectual. O que está em foco é tentar entender como o indivíduo faz o que fez, “é buscar fazer uma *leitura* do outro por meio de suas *legitimidades*, seus interlocutores, compartilhando o mesmo *espaço comunicativo*” (SILVA, 2003, p.54).

Assim, ao iniciarmos a elaboração dos instrumentos de investigação, uma vez que na área da Educação Matemática ainda não

se tinha realizado uma investigação buscando ouvir os *modus operandi* de indivíduos-consumidores, buscamos elaborar instrumentos que pudessem revelar alguns perfis de indivíduos-consumidores e como estes tomam suas decisões, que *matemáticas* (conhecimento) utilizam e como justificam essas decisões. O ponto crucial de nossa investigação, entendemos e enfatizamos mais uma vez, focou-se nas *enunciações* de nossos sujeitos de pesquisa revelando *conhecimentos* que merecem muita atenção da comunidade da educação/matemática.

Construímos um conjunto de instrumentos que nos auxiliaram a dar um direcionamento a nossas questões de pesquisa, instrumentos que também nos permitiram realizar a leitura do processo de produção de significados, tais como: (i) uma ficha de identificação do indivíduo-consumidor; (ii) opções de perfis para que o indivíduo-consumidor montasse seu perfil, podendo sugerir modificações no mesmo; (iii) um roteiro de questões diretrizes para servir de guia nas entrevistas; (iv) um grupo de *situações-problema* e simulações, que possibilitaram revelar como os indivíduos-consumidores enunciavam suas tomadas de decisão, quando em suas ações de consumo.

O estudo piloto contou com a participação de cinco indivíduos-consumidores, auxiliando-nos significativamente a perceber os seus conhecimentos e as necessidades de criarmos outros instrumentos de verificação e intervenção junto às práticas de consumo desses sujeitos. De posse das informações colhidas e analisadas à luz do MCS buscamos apresentar, introdutoriamente, reflexões que pudessem nos direcionar a conclusões parciais acerca das ações de consumo e do *modus operandi*, desses indivíduos-consumidores, na sociedade líquido-moderna.

As entrevistas da segunda etapa, pós-piloto, contou com sete participantes, com alguns ajustes durante as sessões de orientação,

conforme realizado na investigação piloto, buscou investigar as crenças-afirmações, produção de significados e tomadas de decisão dos indivíduos-consumidores a partir das doze categorias de consumo pré-estipuladas: 1) As propagandas e sua influência; 2) A racionalidade do indivíduo-consumidor; 3) A parcela caber no orçamento; 4) Situações onde o preço à vista é igual ao preço a prazo; 5) Ganhar mais e gastar mais; 6) Planejar para consumir; 7) Taxas de juros e empréstimos; 8) A quem cabe uma educação financeira; 9) O papel da família; 10) O papel da Escola; 11) A Matemática e sua influência nas ações de consumo; 12) A utilização de produtos ecológicos.

Nesta 2ª etapa dividimos nossas ações investigativas em duas fases. Na 1ª fase entrevistamos sete participantes. Na 2ª fase, apresentamos cinco situações-problema de consumo para seis dos sete participantes. O objetivo dessa segunda fase foi investigar como os indivíduos-consumidores tomam suas decisões de consumo, bem como investigar quais os meios utilizados (matemáticos ou não) para tomar essas decisões e que *significados* são produzidos a partir das *enunciações* dos seis indivíduos-consumidores. Assim como na investigação piloto, realizamos a *leitura plausível* das *enunciações* dos indivíduos-consumidores buscando identificar suas *crenças* e *legitimidades* com relação a suas tomadas de decisão em suas ações de consumo. Dos sete participantes da primeira fase, quatro atuavam diretamente com Matemática, tendo formação ampla nessa área e os outros três indivíduos-consumidores tiveram contato com Matemática apenas em sua formação básica.

Nas *situações-problema* de consumo, como um dos participantes não compareceu, ficaram seis indivíduos-consumidores, três com formação em Matemática (Graduação e Pós-Graduação nesta área) e

três indivíduos-consumidores com formação básica em Matemática, compondo três duplas para análise, em que um dos membros da dupla era sempre um especialista em Matemática. As cinco situações foram, com seus respectivos objetivos: 1) *“Força” dos juros compostos*: esta situação objetivava mostrar para o entrevistado o poder dos juros compostos ao longo do tempo e como estes podem trabalhar a favor ou contra o indivíduo-consumidor; 2) *Preço a prazo igual a preço à vista*: esta situação buscava discutir a realidade dos preços ofertados pelas lojas, promovendo vendas nas quais informam ao indivíduo-consumidor que não há juros, ou seja comprar a prazo ou à vista é a mesma coisa, quando o preço pago é o mesmo, deixando na penumbra os juros embutidos e muitas vezes desconhecidos desse indivíduo-consumidor; 3) *Comparando preços e tomando decisões de consumo*: esta situação objetivava colocar o indivíduo consumidor numa situação real de decisão sobre a aquisição de um bem, buscando investigar se o mesmo percebe diferença nas compras a prazo e à vista e como procederia para quitar esse bem consumido; 4) *Gastando a mais*: a situação buscava descobrir como os indivíduos-consumidores tomam suas decisões quando se deparam com situações nas quais necessitam de dinheiro para quitar valores que, por exemplo, ultrapassaram o orçamento; 5) *Comprar financiado ou alugar um imóvel?* Eis a questão!: a última situação apresentada buscava investigar como os indivíduos-consumidores tomam suas decisões quando decidem financiar uma nova casa.

Exemplificando duas das situações-problema apresentadas aos participantes da segunda etapa pós-piloto, com as respectivas simulações (detalhamento das operações financeiro-econômicas), afim

de ler, plausivelmente, a tomada de decisão e a produção de significados dos indivíduos-consumidores, temos:

Situação: (i) Suponha que um indivíduo-consumidor esquecesse R\$100,00 numa aplicação em julho de 1994, que rendesse em torno de 1% ao mês (juros compostos) e fosse resgatar esse valor em julho de 2009. Ao final desses quinze anos quantos reais seriam resgatados por esse indivíduo-consumidor?(ii) Agora, suponha que alguém esquecesse que estava devendo R\$100,00, nesse mesmo período, no cheque especial que cobrou durante esse período juros (compostos) de 13% ao mês. De quanto seria a dívida desse indivíduo consumidor? Diante dessas duas situações, o que você indivíduo-consumidor tem a dizer?

Situação: (ii) Um casal de indivíduos-consumidores poupa há alguns anos todo mês a quantia de R\$100,00 na poupança a fim de garantir o futuro de seu único filho quando este atingir a maioridade. Num dado mês do ano (mês de férias da família) descobrem ao retirar um extrato bancário que gastaram R\$1000, 00 a mais no cartão de crédito, isto é estão com um saldo negativo em sua conta de R\$1000,00 não possuindo reservas pessoais para quitar esse valor. a) Possuindo cheque especial, cartão de crédito, crédito na praça, que decisão deve tomar o casal para quitar esse valor a mais que apareceu em seu extrato bancário? b) O casal de indivíduos-consumidores, em virtude de não possuírem reservas, decide utilizar o cheque especial para quitar esses R\$1000, 00. O que você acha dessa decisão?

Nossa investigação, à luz do MCS, concluiu, inicialmente, após as etapas piloto e pós-piloto que, os indivíduos-consumidores carecem de ter acesso a discussões que envolvam as propagandas: ter/desenvolver a habilidade (*Matemacia Financeira-Econômica*) de ler uma propaganda e produzir *significados* para o texto (mensagem) que a mesma apresenta, afim de que possam usá-la para guiar suas decisões de consumo. As falas dos indivíduos-consumidores, na primeira etapa das entrevistas pareceram indicar que o *valor da parcela* constitui-se como principal

fator para a tomada de decisão de consumo, em detrimento da análise das taxas de juros.

No tocante aos ganhos e gastos, na sociedade líquido-moderna, de acordo com os indivíduos-consumidores entrevistados, foi plausível concluir que *ganhar mais significa*, em geral, *gastar mais* também. Justificaram ainda que, mesmo sem ter acesso direto a um ganho maior (seja, por exemplo, por aumento de salário), muitos indivíduos-consumidores, por terem, atualmente, amplo acesso e facilidade a linhas de crédito e a instrumentos financeiro-econômicos (cartões de crédito, financiamentos, empréstimos, cheque especial, etc.), podem acabar consumindo além de suas necessidades, ou seja, consumindo por impulso ou por desejo.

Ao tratar do tema sobre *empréstimos*, nossa investigação revelou que os indivíduos-consumidores tem noção das consequências da contratação de um empréstimo, sem, entretanto, dirigirem suas falas detalhadamente para o valor das taxas de juros. As *justificações* referem-se ao caráter prejudicial de se contratar um empréstimo que não tenha um objetivo emergencial. Foi consensual entre os indivíduos-consumidores, que não contrataram ou que já contrataram empréstimos, que os mecanismos de funcionamento dos empréstimos (taxas de juros, cláusulas, encargos e 'punições' por não cumprimento das regras) ou “bastidores das contratações de serviços financeiros” não são claros, passando muitas vezes despercebidos ou desconhecidos pelo indivíduo-consumidor, em geral.

Com relação à *família*, concluímos a partir das *justificações* que esta se constituiu como o primeiro e primordial meio para se efetuar uma educação financeira. Reiteramos que à escola também caberia uma parte dessa educação, ladeada pela família. De acordo com os

indivíduos-consumidores, a base familiar, o exemplo na família, juntamente com a instrução escolar pode propiciar a gênese do pensamento financeiro-econômico no indivíduo-consumidor.

Percebemos em muitos momentos *justificações* dos indivíduos-consumidores referentes à incipiência dos pais e da família, em geral, que vivenciaram um longo período inflacionário e que agora estão gradativamente se adequando a um período econômico marcado por uma maior acessibilidade de crédito e estabilidade econômica, logo (re)aprendendo a operar financeiramente, muitas vezes na base da tentativa-erro-acerto, conforme salientado em algumas entrevistas.

Não podemos eximir a escola de sua inapetência em propiciar, por meio do ensino de Matemática, a seus alunos, uma educação financeira, ainda que básica. Os indivíduos-consumidores revelaram que esse quesito ainda é praticamente ignorado na maioria das escolas brasileiras, bem como nos planejamentos curriculares.

As entrevistas revelaram ainda que, mesmo tendo passado, em média, 12 anos na escola básica, os indivíduos-consumidores, especialista, ou não em Matemática, fazem uso, para sua tomada de decisão financeiro-econômica, de *Matemática Básica*, em alguns relatos os indivíduos-consumidores justificam que se utilizam tão somente das *quatro operações e de intuição* com relação às porcentagens, afim de analisar os prós e os contras de uma ação de consumo, bem como, as taxas de juros envolvidas nestas ações.

O tema sobre o consumo de produtos ecológicos ainda se constitui como uma novidade para ampla maioria dos indivíduos-consumidores que se concentram nos preços e na tradição para tomar suas decisões de consumo com relação a esses produtos. A justificativa dos indivíduos-consumidores para a não utilização ou subutilização de produtos

ecológicos, revelou que estes produtos ainda estão inacessíveis, entre outros motivos, devido ao seu alto custo, e que, embora se destaque seu custo/benefício, a variável preço ainda inviabiliza o seu consumo numa escala maior.

De acordo com nossa investigação, o *texto financeiro-econômico* (cálculos, aplicação de fórmula, simulações) das situações-problema constituíram-se para alguns dos entrevistados como limite epistemológico e, para outros como obstáculo epistemológico para a produção de significados matemáticos, tanto para os especialistas em matemática quanto para os não especialistas nessa área. A vantagem de ter feito um curso de Matemática e estar se especializando, caso de três dos entrevistados nessa situação, não revelou diferenças marcantes nas enunciações em relação aos outros três entrevistados, não especialistas em Matemática, nas tomadas de decisão ou na constituição de objetos nas situações-problema.

O *cheque especial* constituiu-se como um instrumento financeiro-econômico amplamente utilizado por alguns dos indivíduos-consumidores participantes da investigação, na maior parte das vezes de forma intuitiva, porém sem a devida orientação por parte de quem fornece e, sem o devido *conhecimento* (financeiro-econômico) de quem o utiliza. De acordo com nossa investigação, os indivíduos-consumidores constituíram o cheque especial como objeto, produzindo *significados* matemáticos (juros compostos/altas taxas) e não-matemáticos (empréstimos, dívida, juros abusivos) para este instrumento financeiro-econômico;

Vivenciamos na sociedade atual uma fatura de acesso ao crédito. Os indivíduos-consumidores entrevistados denominaram de formas análogas o que poderíamos resumir na expressão a “*cultura da parcela*”,

na qual o valor das parcelas numa ação de consumo se constituiria como item central na análise e tomada de decisão dos indivíduos-consumidores. Muitos anúncios apresentados nas diversas mídias vêm buscando, por meio de estratégias e mensagens bem articuladas, *empoderar* o indivíduo-consumidor. Percebemos que *promoções* como as que apresentamos em uma das situações-problema envolvendo ofertas em que o preço à vista e a prazo aparentemente pareciam os mesmos, geram nos indivíduos-consumidores desconfiças ao se igualar preço a prazo e à vista. Conjecturamos que, décadas de regime inflacionário e de juros embutidos nas transações podem ainda influenciar e muito a interpretação e a produção de significados de certas situações financeiro-econômicas;

As *simulações* apresentadas após as enunciações iniciais dos indivíduos-consumidores, servindo como outra possibilidade de tomada de decisão não enunciada pelo entrevistado, inicialmente, apresentaram-se como inéditas para os indivíduos-consumidores. Apesar dessas *simulações* constituírem-se como instrumento de tomada de decisão, reduzindo o que denominamos de *Privilégio de Acesso à Informação (PAI)*, alguns indivíduos-consumidores consideraram-nas como inviável para as práticas e ações de consumo, uma vez que muitos indivíduos-consumidores não são, em geral, educados financeiramente para serem leitores dessas simulações ou têm preparo para produzir significados (matemáticos e não-matemáticos) para as mesmas. Por outro lado, constatamos em algumas entrevistas, que o conhecimento dessas simulações podem mesmo mudar a tomada de decisão ou dar mais uma opção ao indivíduo-consumidor provendo-o de mais informações e direcionamentos para tomar suas decisões.

Concluímos de acordo com o que foi dito anteriormente, que a *produção de significados* para um dado texto financeiro-econômico influencia significativamente a análise, a constituição de objetos e a tomada de decisão financeira dos indivíduos-consumidores. Por outro lado, uma inexistente/incipiente educação financeira, concluímos, pode ser a justificativa para que muitos indivíduos-consumidores produzam, para as situações-problema apresentadas, significados não-matemáticos para os objetos constituídos nas enunciações dos entrevistados. Além de poder justificar o fato de que, pagar à vista ainda não faz parte da cultura de muitos indivíduos-consumidores, que encontram nessa tomada de decisão uma consequente restrição orçamentária em suas ações de consumo e nenhum benefício explícito.

Nossa investigação revelou também que, a *taxa de juros* constitui-se como um item subaproveitado para análise e tomada de decisão, pois apresenta um caráter abstrato de difícil compreensão a médio ou longo prazo (juros compostos), sendo preterida em favor da análise do *valor da parcela*. Simulações podem revelar o que as taxas de juros, por menores que possam parecer, são capazes de provocar um “estrago” (sic) nas contas e nas transações financeiras de um indivíduo-consumidor que não saiba lidar, minimamente com seu significado. Diante disso, *pagamentos à vista*, na maioria dos casos, são diagnosticados pelos segmentos econômicos como os ideais para as transações financeiras. Entretanto, constatamos em nossa investigação que ao realizarem essa forma de pagamento em suas ações de consumo, os indivíduos-consumidores ficam limitados em suas ações, ficando impossibilitados de consumir.

Com relação às *simulações*, constatamos que as mesmas podem e acabaram influenciando a produção de significados e a tomada de

decisão dos indivíduos-consumidores, na medida em que ao tomarem ciência das mesmas, os indivíduos-consumidores, cada um de acordo com suas leituras, produziram significados matemáticos, (re) orientando a sua análise e tomada de decisão.

Reiteramos que a tomada de decisão e a produção de significados esbarra muitas vezes em argumentos que estão ou são externos à matemática (financeira) da situação, quais sejam tradição, valores, cultura e crenças sedimentadas, como ficou claro na situação-problema (ii), apresentada neste artigo, quando o casal deveria tomar decisões relativas ao uso de instrumentos financeiros para quitar uma dívida. Essa situação revelou que a *poupança* traz em seu bojo um significado sacro, intocável, teoricamente, perfazendo-se na melhor decisão, porém, os significados produzidos para a *poupança*, nesta situação-problema, influenciaram na tomada de decisão do indivíduo-consumidor.

As produções de significados relativos a *aluguel* e *financiamento*, antes da apresentação das simulações matemáticas, revelaram que os indivíduos-consumidores produzem significados não-matemáticos tanto para aluguel quanto para financiamento de um imóvel, revelando em suas tomadas de decisões pré-simulações que pagar aluguel é inviável (instabilidade, insegurança, desperdício) e que fazer a opção por financiar, mesmo pagando dois imóveis no final do financiamento, se constituiria numa decisão favorável ao indivíduo-consumidor (felicidade, estabilidade, segurança e autonomia). Conforme as entrevistas revelaram, o conhecimento dessas simulações possibilita ao indivíduo-consumidor analisar e tomar suas decisões, revendo ou mantendo suas crenças e os significados produzidos para um

determinado objeto (por exemplo, aluguel ou financiamento de um imóvel).

Assim, asseveramos que, o modelo matemático, presente nas simulações, constitui-se como um objeto de suma relevância para auxiliar o indivíduo-consumidor a analisar e tomar suas decisões, a partir dos significados produzidos por este indivíduo, entretanto, apresenta limitações, uma vez que há algumas variáveis (não-matemáticas) que devem ser levadas em consideração e que não estão explícitas nos modelos matemáticos, como por exemplo a *disciplina financeira para poupar durante um prazo longo, o sonho e a tradição* de se adquirir uma casa própria. Por fim, concluímos e isso foi exposto nas considerações plausíveis que, os indivíduos-consumidores utilizam-se de justificativas que constituem objetos não-matemáticos, produzindo assim significados não-matemáticos para embasar e tomar suas decisões de consumo.

Viver e atuar na sociedade de consumo líquido-moderna faz com que a Matemática se constitua como área do conhecimento importante, tanto quanto em outros períodos históricos, uma vez que o indivíduo-consumidor que se insere nessa sociedade necessita e se utiliza cada vez mais de conhecimentos financeiros, científicos e recursos tecnológicos, que por sua vez são essenciais para sua inserção como cidadãos no mundo do trabalho, do consumo, da cultura e das relações sociais.

Conjecturamos que de posse da *Matemacia Financeiro-Econômica* os indivíduos-consumidores podem se tornar efetivamente cidadãos na sociedade de consumo líquido-moderna. Nesse sentido cremos que,

a Matemática comporta amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do

pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Faz parte da vida das pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade. Essa potencialidade do conhecimento matemático deve ser explorada de forma mais ampla possível, desde cedo nas séries iniciais com a alfabetização matemática adequada. (BRASIL, 1998, p.29)

Nossa investigação revela sua relevância, num momento em que mais do que nunca, se faz necessário uma educação financeira alicerçada em pressupostos críticos, buscando envolver professores e alunos em práticas nas salas de aula de matemática de temas, situações-problemas e assuntos de cunho financeiro-econômico. De certa forma, a partir de nossa pesquisa, temos junto ao grupo liderado pelo autor desse capítulo, o **GRIFE** (Grupo de Investigações Financeiro-Econômicas em Educação Matemática-UFJF), dado continuidade a investigações financeiro-econômicas sejam elas documentais ou em salas de aulas desde o nível básico, educação de jovens e adultos até o nível superior, com pesquisas orientadas com alunos do Mestrado Profissional em Educação Matemática, na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

Nossa proposta no GRIFE é realizar pesquisas que auxiliem na composição de materiais que possam ser utilizados de forma flexível pelo professor-aluno, em salas de aula de Matemática, com temas financeiro-econômicos, buscando criar o que Ole Skovsmose denomina de *cenários de investigação* (2000), propiciando, no ambiente escolar, ações educativas de educação matemática financeira dos indivíduos-consumidores que nela transitam.

Finalizamos esse capítulo, relatando que durante três anos em que convivemos e fomos orientados pelo Romulo Lins, passamos a aprender

mais sobre o Modelo dos Campos Semânticos e a legitimidade de suas propostas não só para a sala de aula de matemática, mas sobretudo para a sala de aula extra-escolar, a sala de aula da vida, dinâmica, nos quais os indivíduos-consumidores em cenários líquido-modernos tomam suas decisões e produzem seus significados legítimos, em suas ações de consumo.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1998.
- BAUDRILLARD, Jean. **Le Système des objets: la consommation des signes**. Paris: Denoel/ Gonthier, 1968.
- BAUMAN, Zigmunt. **Globalization: The Human Consequences**. Cambridge: Polity Press, 2000.
- BAUMAN, Zigmunt. **Vida para Consumo: a transformação das pessoas em mercadoria**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2008.
- DEBORD, Guy. **La Société du spectacle - Commentaires sur la société du spectacle**. Paris: Editions Gallimard, 1992.
- CERBASI, Gustavo. **Dinheiro - os segredos de quem tem**. São Paulo: Ed. Gente, 1ª ed. 2008.
- FROMM, Erich. **Ter ou ser?**. Rio de Janeiro: Guanabara, 10ª ed. 1987.
- LINS, Romulo Campos O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**, Blumenau, v. 1, n. 7, FURB, p. 29-39, abr/jun 1994.
- LINS, Romulo Campos . The production of meaning for algebra: a perspective based on a theoretical model of semantic fields. In: SUTHERLAND, R. et al. (Ed.). **Perspectives on school algebra**. London: Kluwer Academic Publishers, 2001.

LIPOVETSKY, Gilles. **A era do vazio – Ensaio sobre o individualismo contemporâneo**. Lisboa: Relógio d'Água, 1989.

MÈSZARÓS, Istvan. **A educação para além do capital**. São Paulo: Boitempo Editorial, 2005.

SILVA, Amarildo Melchíades. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. 2003. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SKOVSMOSE, Ole. **Mathematical Education and Democracy**. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 109-128, 1990.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação**. **BOLEMA**, Rio Claro, SP, ano13, n. 14, p. 66-91, 2000.

13

SOBRE AS IDEIAS DE ESTRANHAMENTO E DESCENTRAMENTO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA ¹

Viviane Cristina Almada de Oliveira ²

1. INTRODUÇÃO

Em nosso doutorado, fizemos uma leitura sobre parte de um curso de formação continuada de professores de Matemática, denominado ESPAÇO, ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E TOMADA DE DECISÃO: UM CURSO DE DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA (OLIVEIRA, 2011). Ao adotarmos o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) (LINS, 1992; 1999; 2001) como base teórica para esse trabalho, recriamos, dentro desse referencial, as ideias de estranhamento e descentramento, as quais entendemos como importantes à discussão daquele e de outros processos de formação docente. Neste capítulo, focaremos nossa apresentação à elucidação da nossa compreensão sobre as ideias de estranhamento e descentramento e de como a implementação de práticas educativas que as considerem enriquece a formação profissional do professor de Matemática. Para cumprir esse intento, apresentaremos e discutiremos alguns episódios ocorridos no referido curso de extensão.

¹ Parte deste texto será publicado nos anais do XVI Endipe – Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino / Campinas-SP.

² UFSJ

2. O CURSO DE EXTENSÃO

O curso de extensão ESPAÇO, ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E TOMADA DE DECISÃO: UM CURSO DE DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA, foi formulado por Romulo Campos Lins e por ele ministrado no ano de 2010. Dividido em quatro módulos, o curso teve o primeiro deles assentado em uma categoria da vida cotidiana, chamada *tomada de decisão*. Cabe destacar que a proposta desse módulo envolveu, além da categoria *tomada de decisão*, categorias da matemática do matemático.

A possibilidade de se usar categorias da vida cotidiana em práticas educativas de formação de professores de Matemática, sem com isso substituir categorias da matemática do matemático, é apresentada em Lins (2006). Para ilustrar essas categorias, pensemos na disciplina Álgebra Linear, cujo conteúdo é obrigatório nos cursos de licenciatura em Matemática. Geralmente, como tradicionalmente acontece nas disciplinas matemáticas, as categorias nelas tratadas se apresentam como categorias da matemática do matemático: “o que os objetos tratados nela são, já está limitado pelas relações que têm com outros objetos naquela teoria” (LINS, 2005a, tradução nossa). Por exemplo:

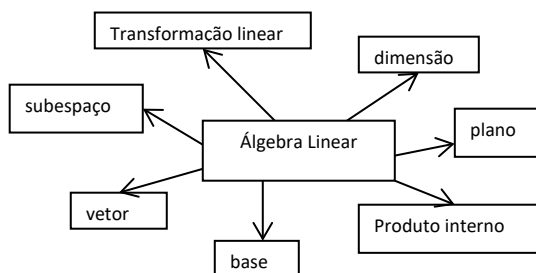


Figura 1 – Álgebra Linear – centro sobre categoria da matemática do matemático

Esse fechamento – em muito devido ao caráter internalista e à natureza simbólica da matemática do matemático (LINS, 2004) – embora possa impor limites de legitimidade à discussão dessas ideias, não inviabiliza a abordagem de disciplinas matemáticas em cursos de formação de professores. Muito ao contrário, conforme argumenta Lins, as “disciplinas de Matemática ‘avançada’ têm um potencial único na formação de professores de Matemática, desde que não sejam entendidas em si mesmas, apenas como ‘de conteúdo’ ”; ou ainda, “a Matemática do matemático oferece uma oportunidade única de viver o estranhamento peculiar ao encontro com noções que contrariam em tudo o senso comum do cotidiano (...)” (LINS, 2005b, p. 121).

O nosso entendimento sobre esse processo de estranhamento pode ser indicado ao imaginarmos uma situação em que existe, de um lado, “aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo [que é dito pelo primeiro] não pode ser dito” (LINS, 2004, p. 116, comentário nosso).

A intenção de se tomar outras categorias, não só aquelas da matemática do matemático, para que façam parte de práticas educativas do professor de Matemática, é que, as abordando, se possa provocar tal estranhamento, explicitamente (LINS, 2006).

Assim, em um dos módulos do curso de extensão foi adotada a categoria *tomada de decisão*, por Lins chamada de uma categoria do cotidiano. Essa categoria centralizou as atividades do módulo, com suas discussões partindo de problematizações sobre tomada de decisão, envolvendo questões que dizem respeito a se tomar decisões em nossa vida ordinária. A partir delas, ideias e noções da matemática do matemático puderam ser colocadas em jogo, disparando possibilidades

de estranhamento. Um diagrama que ajuda a ilustrar essa categoria é o que segue:

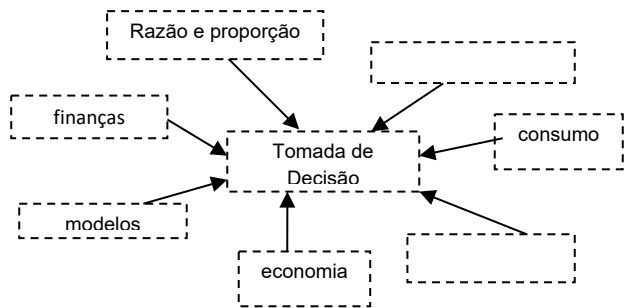


Figura 2 – Tomada de Decisão – centro sobre categoria da vida cotidiana

Observemos que as caixas de texto da Figura 2 foram pontilhadas (diferentemente das do diagrama da Figura 1 - Álgebra Linear) no intuito de sugerir que os campos que constituem o curso *Tomada de decisão* não são fixos, limitados, podendo ser transformados ou ampliados. Desse modo, ilustramos ainda que, embora tenhamos ideias sobre a categoria tomada de decisão, ela não está constituída previamente, existindo a possibilidade de novas ideias serem agregadas ao seu corpo, de acordo com o desenvolvimento das suas atividades.

O importante, nesse ponto, é destacar que a proposta de formação idealizada por Lins envolve tanto categorias da matemática do matemático quanto categorias da vida cotidiana. Desse modo, os processos de estranhamento e descentramento, pelos quais argumentamos favoravelmente, podem ser postos em movimento pela/na abordagem de ambas as categorias.

3. O MÓDULO TOMADA DE DECISÃO

O módulo denominado *Tomada de decisão* teve carga de vinte e quatro horas, distribuídas em de seis aulas. Ao longo dos encontros, discutiram-se ideias produzidas para situações formuladas pelo proponente do curso, as quais foram apresentadas como problemas para os professores. Dentre eles, estão os dois seguintes:

- 1) Um sorteio: cada participante deve escolher um número *qualquer* entre 0 e 1 (inclusive). Um número entre 0 e 1 (inclusive) vai ser sorteado. Se for o seu, você ganha. Façam uma lista de comentários *quaisquer* sobre esta “loteria”.
- 2) Adivinhando o nome de um(a) habitante da Espanha. Você recebe um computador no qual está uma lista com o nome de *todos* os habitantes da Espanha (homens e mulheres de todas as idades). Então, você é avisado de que, numa sala do Centro de Loterias de Madrid está uma pessoa que foi escolhida entre todas aquelas cujos nomes estão no computador. O jogo consiste em você, consultando à vontade o computador, tentar acertar o nome da pessoa que foi escolhida. Se você acertar ganha 500 mil euros (cerca de 1 milhão e 200 mil reais).
 - a. Façam uma lista de comentários *quaisquer* sobre esta “loteria”.
 - b. Qual o valor máximo que você aceita apostar para participar deste jogo?
 - c. Discutam se é mais fácil ganhar nesta loteria ou na Mega Sena.

Como já dissemos, pretendeu-se com as situações propostas no módulo *Tomada de decisão* provocar nos professores, alunos do curso de extensão, movimentos de estranhamento e descentramento, os quais seriam – na ótica do formulador do curso – exercícios e experiências que ofereceriam oportunidades de desenvolvimento profissional.

No que segue, apresentaremos nossa leitura acerca de algumas discussões desenvolvidas sobre esses problemas durante encontros desse módulo.

4. PRIMEIRAS EXPERIÊNCIAS DE ESTRANHAMENTO: A LOTERIA NO INTERVALO $[0;1]$

O trabalho dos professores no curso começou, em pequenos grupos, com a discussão do problema 1): “Um sorteio: cada participante deve escolher um número *qualquer* entre 0 e 1 (inclusive). Um número entre 0 e 1 (inclusive) vai ser sorteado. Se for o seu, você ganha. Façam uma lista de comentários *quaisquer* sobre esta “loteria”.”.

Ao manifestarem-se a respeito dessa loteria, alguns dos professores (indicados nas citações pelos pseudônimos que escolheram) comentaram da dificuldade e até mesmo da impossibilidade de se realizar um sorteio de números reais entre 0 e 1.

[...] a primeira pergunta é como vai ser realizado esse sorteio. Eu imagino que só pode ser com uma pessoa eleita que vai verbalizar um número. Porque não tem como colocar um balaio cheio de números, se eles são infinitos, dada a densidade da reta [...] (TÚLIO)

Agora, montar um sorteio desse é que vai ser, hein. Porque, o que que tá por trás desse sorteio? Eu digo, número de chances, número de pessoas envolvidas. Se é um sorteio infinito de números ali naquele intervalo, é... quando vai acabar pra você poder realizar o sorteio? Cê tá entendendo? Porque não vai ter fim. Vai ser impossível pra mim fazer um sorteio desse. [...] Só que como você vai fazer um sorteio desse se ali naquele intervalo, entre zero e um, existem infinitos números? Uma hora cê vai parar de fazer pra você fazer o sorteio. Automaticamente, se você parar naquele momento... (PABLO)

O “parar de fazer”, da enunciação de Pablo, refere-se a parar de enumerar os números daquele intervalo, para então realizar o sorteio.

Essas falas desses professores nos remetem a uma preocupação com a efetivação do sorteio. O “como sortear” – sobre o qual não se fez menção na escrita do problema – tornou-se, naquela atividade, objeto para esses professores. Destacamos, assim, como a questão prática, o fazer ou a sua simulação, teve lugar na discussão dessa loteria.

Tal fato, observado na primeira aula do módulo *Tomada de decisão* (mas também em outros momentos do curso de extensão) nos mostra que, no processo de produção de significados a partir daquela situação, também entraram em jogo nas falas de Túlio e de Pablo objetos que não seriam aqueles esperados se aquela situação fosse tomada sob o ponto de vista estritamente matemático. Até porque, a fala de cada um deles sobre a situação foi introduzida com a questão de como fazer o sorteio.

Ao envolverem a dimensão prática na discussão – como realizar o sorteio? – os professores passaram por um conflito: entre considerar números de um conjunto infinito e pensar em como realizar um sorteio com eles, e desconsiderar qualquer dimensão prática e pensar no que poderia resultar de tal sorteio. Se o sorteio dessa loteria fosse um sorteio comum, com um conjunto finito de números, esse conflito não surgiria.

A formulação da situação, usando o intervalo $[0; 1]$, levou os professores a produzirem significados a partir de infinito. A ideia de infinitude – por mais que seja abordada por professores de Matemática, em suas salas de aula e nos cursos de formação profissional que freqüentam, por mais inserida que esteja no nosso universo discursivo – não deixa de ser uma ideia que se confronta com nossas experiências sensoriais, com o que lidamos em nosso cotidiano.

Na rua, por exemplo, onde conjuntos são sempre finitos, não é possível que se retire um elemento de um conjunto e ele continue com tantos elementos quanto tinha antes, mas, com conjuntos infinitos, sim; a dificuldade está em que a ideia de “tantos quanto”, que no caso de conjuntos finitos se resolve por contagem, não se aplica a conjuntos infinitos – como contar um conjunto infinito? (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 25)

Além disso, não conseguimos exemplificar a noção de infinito, falar de coisas que sejam infinitas – a não ser que usemos conjuntos numéricos. Portanto, diante da possibilidade de se realizar tal sorteio, vislumbrada no enunciado da situação, Pablo e Túlio colocaram-se em processos de estranhamento: como realizar um sorteio (algo que nos é cotidiano) considerando um conjunto infinito (algo que só é concebível com coisas da Matemática).

No transcorrer dos comentários de Pablo, ele coloca que não está preocupado em como realizar o sorteio porque não há como ele ser feito. Sua crença na não realização do sorteio deve-se ao fato daquele intervalo possuir infinitos números e, portanto, não haver como juntar todos eles para então selecionar apenas um. Mesmo diante da assertiva do Romulo, “e se eu disser que vai ser feito o sorteio?”, Pablo continua a não acreditar na possibilidade de se fazê-lo.

Entram em jogo duas questões importantes na leitura de processos de produção de significado: sua legitimidade – aquilo que o sujeito julga poder, ser legítimo dizer; e a existência de um limite epistemológico, entendido como “a impossibilidade [do sujeito] de produzir significado para o resíduo de uma enunciação numa certa direção devido à sua maneira de operar” (SILVA, 2003, p. 130, comentário nosso). Na atividade de produção de significados a partir daquela loteria, a intervenção do professor Romulo não foi suficiente para que Pablo mudasse seu modo

de produção de significados; a direção na qual Pablo produziu significados permaneceu a mesma, porque, para ele, não era legítimo falar de um sorteio que envolvesse uma quantidade infinita. Não que ele quisesse agir assim propositadamente, para atrapalhar o andamento daquela discussão. Simplesmente ele não conseguia. E quando dizemos “não conseguia”, não fazemos isso pretendendo sugerir ao leitor algum tipo de atraso, deficiência ou incapacidade de Pablo. Simplesmente, ele não conseguia produzir significados em outra direção porque aquilo, naquela atividade, não lhe era legítimo: ele estava frente a um limite epistemológico.

Além de Pablo e Túlio, os outros professores também fizeram seus comentários acerca da situação do sorteio. Após o posicionamento de todos, Romulo se manifestou dizendo que, em relação ao sorteio de um número no intervalo $[0;1]$, matematicamente falando, para qualquer número a nesse intervalo, $P(a) = 0$ (a probabilidade de se sortear o número a é zero), embora o sorteio desse número seja um evento possível. Entra em cena agora a professora Ana, que, imediatamente à fala de Romulo disse: “Mas se existe [a possibilidade] então [a probabilidade] não é zero!”.

Para Ana, dizer que a probabilidade de um evento é zero e que, ao mesmo tempo, ele é um evento possível, não era algo legítimo; talvez por ela entender que “probabilidade zero” – no uso informal, cotidiano que fazemos dessa expressão – indique impossibilidade. Por isso, a última fala do Romulo desencadeou para Ana um processo de estranhamento. Tanto é que, em outro momento do encontro, Ana retoma essa questão, indicando ter uma dúvida a seu respeito e diz:

São duas, são dois pensamentos distintos. É? Isso que você disse? A possibilidade de acerto é nula. Porém, exis/, por exemplo, o zero vírgula cinco, né, a possibilidade de você acertar o zero vírgula cinco é zero. Porém existe a possibilidade de você acertar o zero vírgula cinco. Essas duas frases são separadas.

Diante da negação de que fossem “frases separadas”, ou seja, diante da afirmação de que a probabilidade de um evento é zero e ele é um evento possível, Ana diz “aceito como verdade”, “é... aceito como verdade e ponto. Isso é uma verdade”.

5. MAIS EXPERIÊNCIAS DE ESTRANHAMENTO, OUTRA LOTERIA E EXERCÍCIOS DE DESCENTRAMENTO

No problema 2, também foi tratada outra loteria – chamada pelos professores de “loteria da Espanha” – na qual o objetivo do jogo seria acertar, a partir de uma lista com todos os nomes dos habitantes da Espanha, o nome daquele que já estaria previamente numa sala. Os professores deveriam fazer uma lista de comentários quaisquer sobre essa loteria, indicar um valor máximo que nela apostariam e discutir se seria mais fácil ganhar nela ou na Mega Sena. Após alguns comentários dos professores, Romulo os pergunta qual foi a reação deles ao lerem a descrição dessa loteria. Listamos, a seguir, alguns fragmentos dos comentários iniciais dos professores.

Túlio: [...] isso aí é uma loteria quase que improvável de acontecer no físico.

João: [...] é uma coisa quase que impossível fisicamente falando, de acertar.

[...] Sabe. É possível. Mas fisicamente...

Túlio: Não, não. Acho que é... É impossível de haver uma loteria assim. [...]

Mas eu acho que é impossível. A pessoa quando pensa em sorteio, alguma coisa, pensa logo em números, né. Nem pensa em...

Antecipamos ao leitor que, a probabilidade³ de se acertar o nome de um habitante da Espanha é por volta de 1/46.000.000 (um sobre 46 milhões), enquanto que a probabilidade de acerto na Mega Sena (fazendo-se um único jogo de seis números) é, aproximadamente, de 1/50.063.860 (um sobre 50 milhões, sessenta e três mil e oitocentos e sessenta). Ou seja, numericamente, há mais chances de se acertar o nome de um habitante da Espanha, como foi colocado no problema, do que na Mega Sena.

Romulo insiste em tentar entender junto com os professores o que pode estar acontecendo para que, pensando a loteria daquele jeito, ela lhes pareça tão absurda.

Túlio: [...] eu acho que a gente tá mais habituado a ver número. É cultural também que desde sorteio é número, na escola é número, ah, você faz um sorteio, mesmo que pequeno, é com número. Então a gente já foi habituado. Ninguém s/... às vezes você vai, vai sortear, um trab/ um trabalho em grupo você pega o número do aluno. Então, não sei, acho que é uma questão cultural. Achar que números são mais fáceis de ser agrupados, de... a gente, pelo menos, que é ma/[temático]. De ser agrupados, de ser separados, de ser distinguidos do que nomes, eu acho. Nomes, pessoas. Porque não é nome, vem ali todo um uma estrutura atrás: são pessoas que moram em certos lugares, têm certas caract/, então acho que a gente engloba tudo isso. É mais complexo ser uma pessoa do que...

[...]

João: É que o número também cê chega o número assim não é uma coisa pessoal.

[...] E cê falar o nome da pessoa já se torna uma coisa pessoal.

³ Aqui estamos considerando todos os habitantes espanhóis, inclusive aqueles que têm o mesmo nome. A população espanhola, em 2008, era de 45.957.671 (quarenta e cinco milhões, novecentos e cinquenta e sete mil e seiscentos e setenta e um) pessoas (<http://data.worldbank.org/country/spain>, acesso em 25/11/2010). Com esse dado aproximado para 46 milhões, foram realizados os cálculos.

[...] Então, o ser humano, a pessoa fica meio que assim: não, é de mim que ele tá falando. Se você fala seu CPF cê nem se importa muito porque... mesmo sendo o seu CPF...

Nesses trechos, João e Túlio argumentam por uma questão de pessoalidade; lidar com pessoas, de alguma maneira, nessa situação, faria com que jogar na loteria dos habitantes da Espanha fosse algo até improvável de ocorrer. O ser pessoal dessa loteria – que é uma questão não matemática – não teria lhes deixado pensar como pensariam no caso da Mega Sena, embora possamos usar os dados da loteria da Espanha da mesma forma que usaríamos os dados da Mega Sena. Túlio acrescenta que, a primeira impressão que se tem sobre esse jogo é que “[...] é uma coisa pessoal. É uma coisa complexa, que as pessoas são complexas, né”, o que tornaria o jogo complicado, parecendo ser “[...] uma coisa fora da lógica.”.

Matematicamente, as duas situações envolvem o cálculo de uma probabilidade, para que se possa comparar as chances de se ganhar em cada uma delas. Bastaria encontrarmos a população da Espanha e calcularmos a probabilidade de acerto nessa loteria, e compararmos com a probabilidade de acerto na Mega Sena, obtida a partir do número $C_{60,6}$ (número de combinações simples de sessenta elementos tomados 6 a 6). Mas, na prática, ao olharmos para o processo de produção de significados ocorrido durante o encontro, observamos que não se trata de apenas sabermos fazer as contas e usarmos os números corretamente para fazê-las. Percebemos que, no processo de produção de significados a partir do problema da loteria da Espanha, entraram em jogo outros objetos, distintos daqueles envolvidos no tratamento da Mega Sena. Isso torna – do ponto de vista do MCS – as duas situações distintas.

Chamamos a atenção também para o fato de serem essas situações, das loterias dos habitantes da Espanha e da Mega Sena, situações realistas, pois elas poderiam acontecer e, assim, conseguimos nos imaginar nelas. Na abordagem de uma situação realista em sala de aula o professor pode acreditar que, pelo fato das exigências em termos de conteúdo matemático dessa última serem as mesmas de uma situação não-realista – na qual simplesmente fosse pedido para se realizar um procedimento de cálculo (por exemplo, calcule quantos subconjuntos com seis elementos é possível se formar a partir de um conjunto com 60 elementos) – os significados produzidos em ambas as atividades são os mesmos. Entretanto, no processo de produção de significados a partir de situações realistas outros fatores (como as questões humanas ou o ser pessoal, apontadas por João e Túlio nesse problema), que não dizem respeito a ideias matemáticas propriamente, podem fazer com que a lógica envolvida numa situação realista (a loteria da Espanha) seja uma lógica diferente de uma situação não-realista – mesmo que as duas situações tratem das mesmas ideias matemáticas.

No caso da loteria dos habitantes da Espanha, para Túlio, em especial, apareceram o que ele chamou de questões humanas. Ele diz, por exemplo, que as variáveis envolvidas no problema “é tudo questões, questões humanas. [...] intrinsecamente, assim, dentro de você, parece que é uma coisa humana. [...] que se opõe a essas questões matemáticas”. Na condução do encontro, Romulo enfatiza que esse “intrinsecamente” é o que, muitas vezes, não aparece em sala de aula, o qual devemos tentar entender a partir da fala do aluno. Nesse sentido, o que chamamos de descentramento passa pelo esforço de tornar-se sensível ao estranhamento do outro, de entender do que o outro fala, almejando

que modos de produção de significados sejam compartilhados, que se crie um espaço comunicativo.

Em nome de uma contextualização, a criação ou a abordagem de situações realistas não deixa de ser uma prática comum a professores de Matemática. Nosso entendimento a esse respeito é que tais situações, em si, não garantem que haja maior interação em sala de aula. Dependendo do que se proponha na situação, obstáculos ou limites epistemológicos podem surgir em virtude de outros significados não-matemáticos produzidos pelo aluno a partir do problema. E pensar assim se deve, principalmente, ao fato de acreditarmos que, quando uma situação (seja ela realista ou não) torna-se texto para o aluno, tanto os objetos envolvidos no processo de produção de significados quanto a lógica de operar com eles podem ser outros, que não são aqueles que o professor imaginou/planejou aparecerem naquela atividade.

Para nós, não faz sentido dizer que a utilização de situações realistas é adequada ou não; elas podem nos ser adequadas (ou não) para alguma coisa. Isso depende da intenção que se tem. Quando priorizamos manter a interação em sala de aula, criando um espaço comunicativo, a utilização de qualquer situação (seja ela realista ou não) não se sustenta se não houver, por parte do professor, a tentativa de compreender de onde o aluno fala, se não se buscar entender o “intrinsecamente” desse aluno, que é o exercício do descentramento.

A ideia de descentramento esteve tão presente nas discussões desse encontro que, ao final dele, Toninho perguntou a Romulo: “Será que um dia vamos saber tudo que pode passar na cabeça das dos alunos?”; ao que Romulo responde:

Não. [...] Mas eu acho, eu acho que a gente pode interagir o suficiente pra sentir um pouco mais de confiança na continuidade da interação. [...] É só isso que eu espero. [...] Ou pelo menos, ou pelo menos que ele diga pra você, que você possa dizer pra ele: olha, eu acho que eu tô entendendo como cê tá pensando. Acho. É isso, assim, assim? Bom, eu, então, se é isso, eu acho que eu tô pensando diferente do que cê tá pensando. E aí, vou, o aluno tem uma chance... porque se não ele não tem chance.

Na aula que seguiu a primeira discussão do problema 2, ele foi retomado e, após o trabalho nos grupos, teve início a apresentação à turma do que foi discutido sobre a loteria com nomes dos habitantes da Espanha⁴. Feitas as considerações dos grupos, Romulo pediu que cada professor dissesse qual valor máximo aceitaria pagar para jogar nessa loteria. A seguir, apresentamos uma cópia do registro feito por Romulo na lousa do palpite final dado por cada professor, acrescida de algumas falas extraídas da transcrição da aula:

<i>Professor</i>	<i>Valor máximo</i>	<i>Justificativa</i>
Marina	R\$ 0,10	(Marina altera o valor apostado inicialmente para 10 centavos por não ter entendido como aconteceria o sorteio)
Ana	R\$ 5,00	<i>"A possibilidade de ganhar é muito pequena. Então cinco reais, acho que seria justo. Apostava no máximo cinco."</i>
Clara	R\$ 10,00	<i>"A possibilidade de eu acertar vai ser muito pequena, então eu não apostaria muito não, em cima disso. No máximo seria dez mesmo."</i>
Gláucia	R\$ 2,00	<i>"Acho que eu apostaria até uns dois reais; deixaria de tomar uma coca-cola pra brincar. Deixaria de tomar uma lata de refrigerante pra brincar disso aí, que é pra brincar, só pra correr o risco. Mas não investiria mais que isso não."</i>
João	R\$ 5,00	<i>"Um valor justo e estimula fazer a aposta outras vezes se alguém ganhar. [...] É justo pelo valor, tudo, pra brincar. Pela brincadeira e tudo mais é um valor justo."</i>
Túlio	R\$ 10,00	<i>"Eu jogaria por jogar. É claro que, eventualmente, há uma possibilidade de ganhar. Se não, não teria esse prazer de jogar. Mas é um jogo, entendeu. É o jogo, né. O jogo. O prazer do jogo. Os homens geralmente jogam mais do que as mulheres. Apostam</i>

⁴ A retomada da discussão do problema 2 se deu pelo fato de, na aula anterior, apenas três professores estarem presentes.

		<i>mais. Seria o prazer do jogo, talvez até se fosse mais. E você vê o estímulo, alguém já ganhou.</i>
Katianne	R\$ 5,00	<i>"Caso perca não é um valor muito alto pra perder."</i>
Mônica	R\$ 1,00	<i>"Tem que falar, né." [...] "Porque eu não apostaria." "Porque eu acho que pelo pela quantidade de, de pessoas seria muito difícil ganhar."</i>
Pablo	R\$ 0,01	<i>"Como o menor valor que circula no nosso país é o um centavo, eu apostaria um centavo."</i>
Fernanda	R\$ 1,00	<i>"Porque eu não ganho nada nunca. Então é só arriscar."</i>

Observemos que os objetos constituídos pelos professores ao falarem sobre o valor máximo que aceitariam pagar para apostar naquela loteria são bem diversificados. Ana e Clara apostam pouco, pela possibilidade de ganhar ou de acertar o nome ser pequena; já Katianne aposta pouco pra não perder muito dinheiro. Gláucia e João topam jogar pela brincadeira, e Túlio diz que joga pelo prazer de jogar. Ver alguém ganhar serve como estímulo para João e Túlio jogarem; e, para Túlio, homens jogam, apostam mais do que mulheres. Ana e João indicam os valores apresentados por cada um deles como justos para se ter a oportunidade de jogar naquele tipo de loteria.

Tantas informações nos mostram que, na visão desses professores, apesar de essa loteria envolver ideias que, muito provavelmente fossem tomadas em sala de aula como de domínio estritamente matemático, pensar sobre ela vai mais além, extrapola o que seria apenas matemático. Ganhar, perder, pouco e muito (para quem?), estímulo, prazer, aptidões ou gostos relacionados ao ser mulher ou ser homem...

Ao compararmos os valores máximos colocados pelos professores para se fazer uma aposta naquela loteria – de R\$ 0,01 a R\$ 10,00 – percebemos uma variação de até 100.000% (cem mil por cento) entre eles. Além dos objetos constituídos pelos professores nas suas justificativas serem distintos – caracterizando significados distintos produzidos naquela atividade – uma variação tão alta nos valores das

apostas indica que há também lógicas distintas no processo de mensurar ou quantificar a razoabilidade de se jogar naquele jogo. Ou seja, algo que seria próprio da Matemática, feito por professores de Matemática, foi realizado de formas tão diversas.

Em certo momento do encontro, Romulo fala sobre a ideia matemática de jogo justo – “um jogo é justo se ele te dá um retorno que é compatível com as suas chances”. Considerando o número de 46 milhões de espanhóis, usando a probabilidade clássica, a chance de se ganhar nessa loteria de nomes da Espanha é $1/46.000.000$ (1 em 46 milhões). Supondo que alguém jogasse 46 milhões de vezes para um mesmo sorteio, escolhendo um nome diferente para cada aposta, para chamarmos esse jogo de justo, o valor pago para cada aposta (v) multiplicado pelo número de apostas não poderia superar o prêmio de 1 milhão e duzentos mil reais pago ao vencedor da loteria; teria que ser, no máximo, igual ao prêmio. Ou seja,

$$46.000.000v = 1.200.000 \Rightarrow v \cong 0,026$$

Assim, essa loteria de nomes da Espanha seria um jogo justo se o valor pago para se apostar nela fosse, no máximo, R\$ 0,026. Se pensarmos na Mega Sena, com prêmio acumulado de 5 milhões de reais, sabendo que a probabilidade de acerto é $1/50.063.860$ (1 em cinquenta milhões, sessenta e três mil e oitocentos e sessenta), o valor justo para fazermos uma aposta com seis números nesse jogo seria de, aproximadamente, R\$ 0,10. Atualmente, para fazermos uma aposta na Mega Sena, pagamos R\$ 4,50 – quarenta e cinco vezes o valor que seria justo considerando-se um prêmio de 5 milhões de reais.

Esses resultados obtidos – tanto para loteria de nomes da Espanha quanto para Mega Sena – nos indicam que, o que se cobra para se jogar

em qualquer um desses jogos são valores bastante superiores àqueles que seriam valores justos. Mas será que saber disso, de tais informações – obtidas utilizando-se de ferramentas matemáticas – muda a maneira de enxergarmos o mundo?

Acreditamos que a introdução de ideias matemáticas pode nos ajudar a ter maior clareza do que se passa em determinadas situações. Mas, dependendo de onde estamos, do lugar de onde falamos, a ocorrência desse entendimento não implica, necessariamente, uma mudança na tomada de decisão. Pensemos no caso da Mega Sena: é um jogo cuja probabilidade de se acertar os números sorteados é muito pequena, no qual o valor cobrado para se participar do sorteio é um valor muito superior ao que seria um valor justo⁵, e, mesmo assim muitas pessoas – inclusive professores de Matemática – apostam nele. Poderíamos imaginar que, a partir dessas informações, quem as ouvisse não jogaria mais na Mega Sena ou em loterias similares. Entretanto, o que podemos afirmar, a partir das falas dos professores sobre loterias, é que outros significados – não apenas os matemáticos – entraram em jogo ao se tomar a decisão de jogar ou não na Mega Sena ou em alguma outra loteria. E os objetos que foram constituídos durante esse processo poderiam interferir favoravelmente na tomada de decisão em se apostar, por exemplo, na Mega Sena. Ou seja, a decisão de se jogar ou não na Mega Sena não é fechada *apenas* em ideias ou questões matemáticas.

⁵ Lembrando que, o valor justo ao qual chegamos, foi encontrado considerando-se o prêmio da Mega Sena de 5 milhões de reais e, muitas vezes, ele é bem maior do que isso.

6. EXPERIÊNCIAS DE ESTRANHAMENTO E O EXERCÍCIO DO DESCENTRAMENTO: UMA POSSIBILIDADE PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Voltemos agora ao que foi relatado sobre momentos de encontros do módulo para pensarmos na proposta desse curso de extensão. Na discussão do problema 1), o que ocorreu com Pablo e Ana mostrou-nos, no processo de produção de significados a partir de ideias matemáticas, o estranhamento acontecendo. Julgamos que isso decorra do fato de que, de algum modo, ideias da Matemática mudam o mundo. Como? O infinito mudou o sorteio para Pablo; a probabilidade nula confrontou-se com o que Ana pensava sobre existir possibilidade.

Em práticas educativas, estranhamentos podem ser tornados ocultos ou serem ocultados, tanto nos diversos níveis de formação do professor de Matemática, quanto na educação básica, em nome da primazia de um determinado modo de produção de significados para a Matemática. Em contrapartida, podem nos servir ao propósito de desenvolvimento profissional do professor de Matemática – como se propõe no curso por nós analisado. Perguntamos, então, o que fazer com ele?

Com esse curso de extensão, seu formulador propõe uma aproximação o quanto maior possível das condições de sala de aula dos alunos – sejam eles de quais níveis forem – no sentido de que professor se torne sensível para o fato de que, o mundo, constituído por cada aluno, em suas práticas cotidianas, é diferente do mundo constituído por professores de Matemática em suas práticas cotidianas e profissional. Professores de Matemática, ao acumularem suas práticas profissionais – que incluem a especialidade de ser professor de

Matemática – geralmente transitam entre esses mundos, conseguem dirigir-se a interlocutores distintos.

Assim, viver e discutir o estranhamento nessa proposta de desenvolvimento profissional seria uma maneira de provocar no professor de Matemática um descentramento; do mesmo modo que, viver e discutir o estranhamento na formação inicial de professores de Matemática seria uma maneira de provocar no futuro professor de Matemática um descentramento. Isso quer dizer que, ao vivenciar o estranhamento e problematizá-lo, pretendemos com isso criar oportunidades para que o professor/futuro professor se dê conta de que seus alunos também experimentam o estranhamento e, a partir daí, ele se coloque num exercício de descentramento:

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender (...). (LINS, 1999, p. 85)

O que ocorre com nossos alunos (independentemente do nível de ensino deles) é que esse estranhamento tende, potencialmente, a tornar-se um entrave à produção de significados. Tanto na direção da matemática da rua – porque sobre ela e suas coisas não é legítimo se falar na escola; quanto na direção da matemática da escola ou da matemática do matemático, porque essas têm direções que não são legítimas para o aluno na rua.

Com o movimento de descentramento pretende-se que o professor/futuro professor de Matemática evite naturalizar seus modos de produção de significados (o que poderia impossibilitá-lo de conseguir ler o estranhamento acontecendo em sua sala de aula) e, com isso, possa

direcionar suas ações na tentativa de criar em sala de aula um espaço comunicativo (LINS, 1999). Usar, portanto, categorias do cotidiano e categorias da matemática, como na formulação do problema do sorteio no intervalo $[0; 1]$, pode auxiliar o professor na condução de aulas onde o estranhamento seja tematizado, pondo em marcha o exercício do descentramento.

Ainda na discussão sobre o problema do sorteio no intervalo $[0;1]$, percebemos que os modos de produção de significado da matemática do matemático, embora sejam abordados freqüentemente ao longo da formação inicial do professor de Matemática nas disciplinas de conteúdo matemático, podem não ser considerados legítimos pelos professores ao tratarem de uma situação em particular. Isso não quer dizer que os professores não sejam capazes de lidar com tais modos; apenas que esses não se mostraram como legítimos pelos professores naquela atividade. Para aludirmos essa passagem, torna-se apropriado aqui tomarmos uma metáfora apresentada por Lins (2008): durante a licenciatura, os futuros professores fazem uso das suas ‘pastinhas acadêmicas’ – ocupadas por coisas da matemática do matemático, das quais se falou ao longo da graduação e que somente ali fizeram sentido; findado aquele período, os agora professores retomam suas ‘mochilas espertas’ cheias de coisas que têm sentido na rua, na vida cotidiana.

No que diz respeito à loteria dos habitantes da Espanha (problema 2), percebemos pouca ou nenhuma interferência da Matemática na tomada de decisão, frente a outras ideias não matemáticas. Ocorre que isso também é passível de ocorrer para muitas outras situações que envolvam questões matemáticas. Acreditamos que nós, professores de Matemática, temos muito a aprender com isso.

Estaríamos equivocados em presumir a utilidade e a aplicabilidade certas da Matemática em nossas vidas, o que se converteria no estabelecimento de uma única racionalidade na tomada de decisões. Em sala de aula, se insistimos em estabelecer o funcionamento das coisas sob o ponto de vista estritamente matemático, podem nos passar despercebidos outros objetos constituídos pelos nossos alunos, como também estranhamentos que ocorram. Pensamos que diminuimos as possibilidades de haver esse desencontro se, ao invés dos conteúdos matemáticos, estiverem no centro de nossas práticas educativas os processos de produção de significados.

Desse modo, o aprendizado docente passaria por nos darmos conta da existência de situações (como a da loteria dos habitantes da Espanha) para as quais não há nenhum tipo de antecipação ou previsibilidade e, portanto, nenhum tipo de prescrição. E, para que pudéssemos agir – e também tomássemos nossas decisões como professores – seria indispensável a leitura desses processos. O que, sob o nosso modo de entender, pode contribuir para aprimorar a prática profissional do professor de Matemática é o desenvolvimento de certa prontidão para esse tipo de acontecimento, através da criação de oportunidades que possibilitem ao professor exercitar sua leitura do outro, tentando colocar-se no lugar dele – experimentar o descentramento.

Essas considerações nos dão indícios de que usar categorias da vida cotidiana em práticas educativas – que tenham como centrais processos de produção de significado – pode viabilizar oportunidades de formação e de desenvolvimento profissional nas quais entram em jogo também outras legitimidades – da rua, da vida, muitas vezes comuns a professores, futuros professores e alunos. E quando dizemos *entrarem em jogo outras legitimidades*, nos referimos novamente ao exercício de

descentramento – que passa pelo esforço de tornar-se sensível ao estranhamento do outro e de entender do que o outro fala – almejando que possamos compartilhar nossos modos de produção de significado.

A dinâmica estabelecida nos momentos dos encontros do curso de extensão aqui relatados foi, a nosso ver, profícua em proporcionar aos professores oportunidades de viver o estranhamento (sorteio em um conjunto numérico infinito, infinitos de tamanhos diferentes). Esse estranhamento que, muitas vezes, os alunos vivem nas salas de aula de Matemática, mas ao qual os professores não estão sensíveis pelo fato de, aquelas coisas das quais falam, já lhes serem naturais.

Em boa parte, isso se deveu à maneira como os problemas das loterias no intervalo $[0;1]$ e dos habitantes da Espanha, discutidos pelos professores, foram formulados: partindo-se de um fazer cotidiano, pela introdução de ideias matemáticas, discutiram o que poderia acontecer, ou o que mudou nesse fazer. Mas também isso poderia ter se perdido se o encaminhamento dado à aula não fosse o que foi; a todo momento, o professor Romulo esforçando-se em entender aquilo que eles estavam falando, num exercício de descentramento.

Pontualmente, identificamos nesses momentos dos encontros do curso um caminhar em direção à recomendação apresentada por Linardi (2006), de que

a formação matemática do professor precise ser pensada em termos de processos de produção de significados que ocorrem no interior das salas de aula de matemática desses professores, e não em termos de conteúdos matemáticos. (p. 29-30)

E, ao se colocarem tais situações, que trataram de coisas da vida cotidiana e também envolveram ideias matemáticas, foi possível

abordar processos de produção de significado e, nesse primeiro momento, chamar a atenção dos professores para um movimento que pode ocorrer nesses processos – o estranhamento. E, imbricado nele, o descentramento necessário à criação de um espaço comunicativo em sala de aula.

Tomar uma categoria da vida cotidiana – a tomada de decisão – em práticas educativas, nas quais processos de produção de significados foram centrais, viabilizou a criação de oportunidades nas quais os professores-alunos do curso: se engajaram em atividades nas quais muitos vivenciaram o estranhamento; tiveram como demanda para produção de significados experiências de estranhamento de alguns de seus colegas; participaram de discussões sobre descentramento; e, viram acontecer – criando-se assim demanda para produção de significados – exercícios de descentramento, tanto realizados pelo professor do curso quanto por colegas.

Nesse sentido, pensamos que a proposta de formação implementada no módulo *Tomada de decisão* – aqui representado pela discussão relativa a dois dos problemas tratados com os professores – traz alguns elementos ao quadro atual de formação de professores de Matemática. Ideias como estranhamento e descentramento apresentam-se como pertinentes e importantes se pretende-se primar pela discussão de modos de produção de significado em práticas educativas.

Com as considerações aqui apresentadas sobre o módulo *Tomada de decisão*, não queremos dizer que as experiências de formação nele percebidas e aqui relatadas sejam devidas, exclusivamente, à maneira como ele foi implementado; outras formas de organização e de orientação da prática educativa podem também favorecê-las. O que

precisamos destacar é que *a sua proposta e a sua execução* permitiram que tais experiências acontecessem. Desse modo, pensamos que propostas semelhantes – nas quais estranhamentos sejam tratados na leitura de produção de significados e exercícios de descentramento aconteçam – possam ser implementadas em cursos de formação (inicial e continuada) e sejam bastante fecundas ao desenvolvimento profissional do professor de Matemática, pelo acúmulo de leituras de processos de produção de significados nas quais ele busque se colocar, de fato, no lugar do outro.

REFERÊNCIAS

- LINARDI, P. R. **Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. 291p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. PHD thesis (Doctorate in Mathematics Education). Nottingham: University of Nottingham, 1992.
- LINS, R. C. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. Rio Claro: Editora Unesp, 1999. p. 75 – 94.
- LINS, R. C. The production of meaning for Algebra: a perspective based on a Theoretical Model of Semantic Fields. In: SUTHERLAND, R. et al. **Perspectives on School Algebra**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001. p. 37-60.
- LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92 – 120.
- LINS, R. C. **Categories of everyday life as elements organising mathematics teacher education and development projects**. In: 15th ICMI Study 'The professional education and development of teachers of mathematics', 2005, Águas de Lindóia, SP. 15th ICMI Study 'The professional education and development of teachers of

mathematics': contributed papers, worksessions and demonstrations, 2005a. Disponível em: <http://stwww.weizmann.ac.il/G-math/ICMI/Lins_Romulo_ICMI15_prop.doc> . Acesso em: 28 de mar. 2008.

LINS, R. C. A formação pedagógica em disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas em Matemática In: **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas, n. 18, p. 117 – 123, jun. 2005 b.

LINS, R. C. Design e implementação de um programa de formação continuada de professores de Matemática. In: LINS, R. C. **Projeto de Pesquisa Integrado submetido como parte de solicitação de concessão de bolsa de Produtividade em Pesquisa ao CNPq**. 2006.

LINS, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: Peres, E. et al. (orgs.). **Processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e cultura: livro 3**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008, p. 530-550.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

OLIVEIRA, V. C. A. **Uma leitura sobre formação continuada de professores de Matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana**. 2011. 207f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática**. 2003. 244p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

A HISTÓRIA DE PETER PAN E AS LEMBRANÇAS DE ALUNOS SOBRE A AULA DE MATEMÁTICA

Claudia Laus Angelo

Romulo Campos Lins

1. INTRODUÇÃO

Em nossa pesquisa de doutorado (ANGELO, 2012) fizemos uma leitura das falas de 28 alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de duas escolas municipais de Bagé-RS, produzidas em torno de questões sobre a escola, sobre a matemática e sobre a aula de Matemática. O aporte teórico para tal leitura foi o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), um ensaio da história de Peter Pan e trabalhos que têm como foco as falas de alunos e/ou de professores.

O Ensaio de Peter Pan foi criado a partir das noções de significado, objeto, legitimidade e espaço comunicativo que compõem o MCS com a intenção de destacarmos dois mundos – o Mundo dos Adultos e a Terra do Nunca –, regidos por lógicas diferentes. Tais lógicas, que denominamos de lógica do Mundo dos Adultos e de lógica da Terra do Nunca ou lógica das crianças, respectivamente, referem-se a modos de produção de significados que são tomados como legítimos (LINS; GIMÉNEZ, 1997; LINS, 1999, 2004) em cada um desses mundos.

O resultado de nossa leitura das falas dos alunos foi um capítulo da tese permeado por tais falas e por nossa produção de significados para as mesmas, no qual mostramos que muitos alunos estão na escola e particularmente na sala de aula de Matemática, mas o mundo deles é

diferente do mundo do professor. Por mais que eles produzam significados que vão em direção ao mundo dos professores de que a escola e a Matemática são importantes, os interesses deles são outros e muitas vezes se chocam com a lógica com que o professor entende a escola e a sala de aula de Matemática.

No presente capítulo, além de retomarmos alguns episódios do ensaio da história de Peter Pan (ANGELO, 2012), vamos mostrar nossa leitura das falas que os alunos produziram quando perguntamos se eles guardavam alguma lembrança especial de uma aula de Matemática e que remete a um desses episódios.

2. DOIS MUNDOS, DUAS LÓGICAS

A história de Peter Pan, escrita pelo escocês James Matthew Barrie, foi publicada como livro em 1911. Ela conta as aventuras de um menino que podia voar, o Peter Pan, e seus novos amigos Wendy, John e Michael na ilha conhecida como Terra do Nunca.

No primeiro capítulo do livro, Barrie (2011) oferece uma descrição para a mente de uma criança e para a Terra do Nunca:

Não sei se você já viu o mapa da mente de uma pessoa. Os médicos às vezes desenham mapas de outras partes do nosso corpo [...] mas veja como é quando eles tentam desenhar o mapa da mente de uma criança, que não apenas é confusa como ainda fica girando o tempo todo. Há linhas em ziguezague no mapa, como num gráfico de temperatura corporal, e elas são, provavelmente, estradas da ilha; pois a Terra do Nunca é sempre mais ou menos uma ilha, com assombrosos salpicos coloridos aqui e ali, e recifes de coral e embarcações suspeitas ao largo, e índios e tocas solitárias, e gnomos que são na maioria alfaiates, e cavernas por entre as quais corre um rio [...].

(BARRIE, 2011, p. 13)

Nas palavras do autor, “Nós também já estivemos lá [na Terra do Nunca]; ainda podemos ouvir a rebentação das ondas, mas nunca mais desembarcaremos.” (BARRIE, 2011, p. 14)

Ao mundo dos que não desembarcam mais na Terra do Nunca, chamamos de *Mundo dos Adultos*. Tal denominação também foi utilizada por Barrie no capítulo III que se passa em Londres. O Sr. e a Sra. Darling – pais de Wendy, John e Michael – saíram para ir a uma festa e os filhos deles ficaram no quarto, conheceram Peter e este começou a ensiná-los a voar. Num momento em que Peter pediu silêncio, seus “[...] rostos assumiram uma expressão de incrível sagacidade, uma expressão de criança que escuta os sons do *mundo dos adultos*.” (BARRIE, 2011, p. 41, grifo nosso). Ao Mundo dos Adultos associamos a *lógica do Mundo dos Adultos*. E à *Terra do Nunca* associamos a *lógica das crianças* ou *lógica da Terra do Nunca*. Tanto a lógica do Mundo dos Adultos quanto a lógica da Terra do Nunca foram pensadas de acordo com o MCS no sentido de legitimidade, de se compartilhar um espaço comunicativo onde modos de produção de significados são tomados como legítimos nesses dois mundos. É bom esclarecer que Mundo dos Adultos e Terra do Nunca não delimitam lugares, apenas representam espaços comunicativos (LINS, 1999) nos quais modos de produção de significados são compartilhados. Por exemplo, os significados que um adulto do Mundo dos Adultos produz para enunciações como “toda criança deve frequentar a escola” ou “é preciso ter um emprego para poder alimentar os filhos” podem ser muito diferentes daqueles produzidos na Terra do Nunca de Barrie, pois lá não existem escolas nem empregadores. Por outro lado, o significado produzido no Mundo dos Adultos para “aquele menino está voando” poderia ser “ele está num avião”, ou “ele saltou de asa delta”, ou “ele está com os pensamentos no mundo da lua”, mas provavelmente não seria

“ele está com pó das fadas e saiu voando”, como na Terra do Nunca. Da mesma forma, um significado que um adulto poderia produzir para “vamos olhar as sereias na laguna”, seria “vamos olhar aquelas moças bonitas na laguna”, mas provavelmente não seria “vamos olhar aquelas mulheres metade humanas, metade peixes na laguna”, porque na lógica do Mundo dos Adultos, sereias como seres metade humano e metade peixe só existem no folclore e na literatura.

Vamos, então, mostrar alguns episódios do ensaio que nos remetem a pensar sobre esses dois mundos, sobre essas duas lógicas e sobre processos de produção de significados.

A história inicia em Londres, na casa do Sr. e da Sra. Darling que têm três filhos, Wendy, John e Michael, e uma cadela da raça terra-nova chamada Nana que ajuda a cuidar das crianças. Todas as noites a Sra. Darling conta histórias para os filhos antes de eles dormirem. No entanto, um garoto chamado Peter Pan vai quase todas as noites até a janela do quarto das crianças para ouvir as histórias contadas pela Sra. Darling. Peter Pan sabe voar com a ajuda do pó das fadas que lhe é dado por sua companheira, a fada Sininho. Eles moram numa ilha conhecida como Terra do Nunca, juntamente com os meninos perdidos, índios, piratas, sereias e animais perigosos. Numa de suas idas à Londres, Peter conhece Wendy, John e Michael e os convence a irem voando com ele para a Terra do Nunca onde muitas aventuras acontecem. Não vamos relembrar todas, mas retomaremos alguns episódios que nos permitem enfatizar a distinção entre o Mundo dos Adultos e a Terra do Nunca.

No início da história, quando Wendy falou para a Sra. Darling, sua mãe, sobre Peter Pan, a Sra. Darling retrocedeu até sua infância e se lembrou de um Peter Pan que vivia com as fadas, “[...] mas agora, casada, cheia de bom-senso, duvidava muito de que pudesse existir tal pessoa.”

(BARRIE, 2011, p. 15). A Sra. Darling também duvidou que Peter ainda continuasse um garoto, pois se ela havia crescido, ele também haveria de estar como ela. Então ela disse para Wendy “[...] ele já seria um homem crescido, a esta altura.” (BARRIE, 2011, p. 15). Na lógica do Mundo dos Adultos é isso que se espera. Se duas pessoas têm a mesma idade numa certa época de suas vidas, elas terão a mesma idade em qualquer época. Então, como Peter poderia continuar sendo um menino? No Mundo dos Adultos isso não faz sentido, não é legítimo.

Quando foram encontradas folhas secas no chão do quarto dos filhos, a Sra. Darling conversou com Wendy sobre o ocorrido. A menina disse ter certeza de que eram de Peter Pan e sabia que ele a visitava todas as noites. Para a Sra. Darling aquilo era um absurdo, pois ninguém conseguiria entrar na sua casa sem bater. No momento em que Wendy lhe falou que achava que Peter entrava pela janela, a Sra. Darling argumentou que o quarto das crianças ficava no terceiro andar, ou seja, não era possível entrar pela janela. Para tentar arranjar uma explicação para aquelas folhas, as quais ela tinha certeza que não eram de nenhuma árvore da Inglaterra, a Sra. Darling

Engatinhou pelo assoalho, procurando, com uma vela, por marcas de um pé estranho. Chacoalhou o atizador de brasas dentro da chaminé e deu pancadinhas nas paredes. Desceu uma fita métrica pela janela, até o calçamento; era uma queda livre de nove metros, sem nem mesmo um encanamento pelo qual se pudesse subir.

(BARRIE, 2011, p. 17)

Sem ter como explicar como aquelas folhas estranhas haviam parado no quarto e não tomando como legítimas as explicações de Wendy, a Sra. Darling concluiu que Wendy estivera sonhando. Na lógica

do Mundo dos Adultos seria impossível alguém entrar num quarto que fica no terceiro andar de uma casa, voando pela janela.

Vejamos também a descrição do primeiro encontro da Sra. Darling com Peter Pan:

A sra. Darling gritou e, como que em resposta ao chamado de um sino, a porta se abriu e Nana entrou, retornando de sua noite de folga. Nana rosnou e saltou na direção do menino, que agilmente pulou para fora pela janela. De novo a sra. Darling gritou, desta vez por preocupação pelo garoto, pois pensou que ele estaria morto, e então correu para baixo, até a rua, para procurar o pequeno corpo, mas ele não estava lá; então olhou para cima, e na noite negra não pôde ver nada além do que lhe pareceu ser uma estrela cadente.

(BARRIE, 2011, p. 19)

Ao ver Peter se atirando pela janela, a Sra. Darling acreditou que o menino tivesse caído três andares e por isso esperava encontrá-lo estendido no chão, pois como poderia conceber que um menino pudesse voar ou que algo que fosse lançado pela janela não caísse ao chão, contrariando a lei da gravidade? Não conseguindo compreender o que havia ocorrido, ainda olhou para cima, talvez na esperança de vê-lo pendurado na janela. Mas nada viu, além do que ela acreditou ser uma estrela cadente. Uma pessoa voar, sem qualquer instrumento de voo, não faz parte da lógica do Mundo dos Adultos.

Já no encontro de Peter Pan com Wendy e seus irmãos John e Michael a lógica presente nos diálogos e acontecimentos narrados pelo autor, é a lógica da Terra do Nunca. Tal encontro ocorreu porque quando Peter pulou pela janela, Nana a fechou tão rápido que a sombra dele foi separada de seu corpo, permanecendo no quarto das crianças. Com isso Peter teve que retornar à Londres numa noite em busca de sua sombra e, ao vasculhar o quarto com a ajuda da fada Sininho, teve seu

primeiro encontro frente a frente com Wendy e seus irmãos. Mas Wendy, a primeira a se acordar, não se assustou com Peter, conversou naturalmente com ele, teve a ideia de costurar a sombra nos pés dele, adorou o fato de haver uma fada no seu quarto, fez diversas perguntas numa representação típica da curiosidade do mundo infantil, não estranhou a história que Peter contou sobre como os meninos perdidos vão parar na Terra do Nunca, sobre as sereias que vivem lá, nem o fato de poder voar. Tudo que Peter falava e tudo que acontecia naquele quarto eram legítimos para Wendy e seus irmãos. Peter Pan era o mesmo, tanto na presença da Sra. Darling, quanto na presença de Wendy e seus irmãos. No entanto, de acordo com o Modelo dos Campos Semânticos, *o Peter Pan para a Sra. Darling era um objeto diferente do Peter Pan para a Wendy e seus irmãos*, pois o significado que a Sra. Darling produziu para Peter Pan foi diferente do significado que Wendy e seus irmãos produziram para ele.

Porém, nossa leitura dos comportamentos e falas de Wendy na história provocaram algumas dúvidas quanto ao fato dela agir de acordo com a lógica do Mundo dos Adultos ou de acordo com a lógica da Terra do Nunca e, em determinadas situações, ao mesmo tempo de acordo com a lógica do Mundo dos Adultos e com a lógica da Terra do Nunca.

A idade de Wendy não é explicitamente revelada. Na parte da história em que Peter ainda não havia se encontrado com ninguém da família Darling, mas a Sra. Darling já começava a questionar Wendy sobre o garoto, Wendy lhe disse que Peter não havia crescido e continuava do tamanho dela. “O que ela quis dizer é que Peter tinha o tamanho dela tanto na mente quanto no corpo; não sabia como poderia saber disso, apenas sabia.” (BARRIE, 2011, p. 15). Sendo assim e sabendo também que Wendy era a mais velha dos três filhos do Sr. e da Sra.

Darling e frequentava o jardim de infância da Srta. Fulson (BARRIE, 2011, p. 11), podemos inferir que Wendy tinha por volta de 10 anos de idade até o penúltimo capítulo da história. Dos três irmãos, foi a que compartilhou por mais tempo modos de produção de significados do Mundo dos Adultos e esse fato talvez justifique as falas e comportamentos de Wendy em algumas partes da história.

Durante o voo para a Terra do Nunca, Wendy estava preocupada em como achariam o caminho de volta, caso Peter os abandonasse. Ao comentar sua preocupação com seus irmãos, John respondeu que eles seguiriam em frente e que “(...) na pior das piores situações, tudo o que eles teriam de fazer seria seguir reto para frente, pois o mundo era redondo, de modo que no tempo devido eles chegariam de volta à janela de casa.” (BARRIE, 2011, p. 47). Podemos dizer que na atividade de pensar e discutir sobre como achariam o caminho de volta, John produziu significados de acordo com a lógica das crianças e Wendy de acordo com a lógica do Mundo dos Adultos, pois imediatamente perguntou a John como iriam alimentar-se.

Peter levou Wendy para a Terra do Nunca na intenção de que ela contasse aos meninos perdidos as histórias que a Sra. Darling contava aos filhos e que também cuidasse deles. Quando ela chegou, os meninos perdidos imploraram para que ela fosse a mãe deles e ela aceitou dizendo que se esforçaria ao máximo. Assim, ela passava os dias cozinhando, costurando suas meias, lavando suas roupas e colocando algumas regras aos meninos. Uma delas era a de que todos deveriam estar na cama às sete horas da noite, numa atitude típica de um adulto.

Ao saírem do Mundo dos Adultos e irem para a Terra do Nunca, os irmãos mais novos de Wendy passaram a agir muito mais de acordo com a lógica da Terra do Nunca, esquecendo-se, aos poucos, das coisas do

Mundo dos Adultos. Tanto que até começaram a esquecer dos pais e da antiga casa em Londres. Mas Wendy não. Mesmo que ela não estranhasse voar, conhecer sereias e falar com fadas, em sua estada na Terra do Nunca a lógica do Mundo dos Adultos se fez muito presente em suas falas e comportamentos.

Um exemplo dessa nossa afirmação pode ser visto no capítulo VII quando o autor indaga se Wendy, com o passar do tempo, pensava nos seus pais:

[...] a menina tinha certeza absoluta de que eles deixariam a janela sempre aberta, para que ela pudesse voar de volta, e isso lhe fornecia a mais completa serenidade. O que chegava a perturbá-la, por vezes, era o fato de que John se lembrava de seus pais apenas vagamente, como se fossem pessoas que ele conhecera certa vez, enquanto que Michael já estava disposto a acreditar que ela era a mãe dele de verdade.

(BARRIE, 2011, p. 81)

Incomodada com essa situação e guiada por um “nobre sentimento de dever”, Wendy tentava fixar a antiga vida na memória dos irmãos através de testes escritos parecidos com os que ela fazia na escola:

Eram perguntas extremamente comuns: “Qual era a cor dos olhos da mamãe? Quem era mais alto, papai ou mamãe? Mamãe era loira ou morena? Responda as três questões, se possível.” Ou: “(A) Escreva uma redação, com não menos de quarenta palavras, sobre o tema *Como foram as minhas últimas férias*, ou *As personalidades de papai e mamãe comparadas*.” Ou: (1) *Descreva a risada da mamãe*; (2) *Descreva a risada do papai*; (3) *Descreva o vestido de festa da mamãe*; (4) *Descreva a casinha de cachorro e sua moradora*.”

Eram perguntas simples como essas, sobre assuntos do cotidiano, e quando você não conseguia responder você tinha de assinalar com uma cruz; e era terrível o número de cruzes que até mesmo John fazia.

(BARRIE, 2011, p. 81-82, grifos do autor)

Wendy poderia ter usado outras maneiras de fazer com que os irmãos recordassem a vida deles com os pais, como sentarem juntos e falarem de suas lembranças. Mas ela optou por provas escritas e com questões típicas de qualquer escola: “Descreva”, “Escreva uma redação”, “Qual?”, “Quem?”. Ou seja, para fazer com que os irmãos se obrigassem a recordar a vida deles antes da Terra do Nunca, Wendy utilizou uma estratégia típica do Mundo dos Adultos: aplicou provas escritas.

Outra passagem da história que ilustra muito bem esse fato aconteceu na casa embaixo da terra onde Peter, os meninos perdidos, John e Michael passavam as noites. Wendy tinha sua própria casa, mas a usava somente para dormir. No final de um dia, estavam todos, menos Peter, sentados ao redor da mesa, na morada. A refeição era um chá de faz de conta

[...] e o barulho, em função das conversas e das recriminações, era, como Wendy dizia, positivamente ensurdecedor. Na verdade, ela não se importava com o barulho, mas simplesmente não suportava que eles metessem a mão em tudo, na mesa, e depois se desculpassem dizendo que tinham recebido um empurrão de Tootles [um dos meninos perdidos] no cotovelo. Havia uma regra rígida segundo a qual eles jamais podiam revidar uma agressão durante as refeições, sendo obrigados a relatar a situação de discórdia para Wendy, levantando o braço direito e dizendo “Gostaria de registrar meu descontentamento com isso e aquilo”; mas o que acontecia era que eles ou se esqueciam da regra ou recorriam a ela em excesso.

- Silêncio! – Gritou Wendy depois de dizer pela milésima vez que eles não deviam falar todos ao mesmo tempo.

(BARRIE, 2011, p. 104)

Algumas passagens da narração desse chá mostram os meninos perdidos fazendo queixas uns dos outros para Wendy quando alguns desobedeciam às regras do chá, como, por exemplo, falar de boca de

cheia, tossir na mesa, comer algum alimento sem autorização, comer dois alimentos ao mesmo tempo, sentar no lugar de outro. Mas qual o sentido de um chá na Terra do Nunca?

Se levarmos em consideração que os meninos perdidos são mandados para a Terra do Nunca porque caem dos carrinhos quando as babás não estão olhando, eles chegam lá ainda bebês. Então, eles não se lembrariam da hora do chá, típica do Mundo dos Adultos. Portanto, na nossa leitura, o chá de faz de conta é uma situação que remete a coisas que não fazem parte da lógica da Terra do Nunca e sim da lógica do Mundo dos Adultos, como, por exemplo, o comportamento na hora do chá, o não falar de boca cheia, o não falar ao mesmo tempo que outro.

É como se Wendy utilizasse o chá não só para que os meninos se “alimentassem”, mas para que ela pudesse falar de regras, de comportamento, de etiqueta, de coisas que fazem parte da lógica do Mundo dos Adultos. Mas os meninos agem de acordo com a lógica da Terra do Nunca. Portanto, a algazarra se instala e Wendy pede silêncio e tenta a todo custo manter as regras. Mas o estranho nessa situação não é os meninos fazerem barulho, afinal de contas eles estão na Terra do Nunca e lá é a lógica das crianças que vigora. O estranho é Wendy ficar tentando que eles se comportem de acordo com a lógica do Mundo dos Adultos e ficar pedindo silêncio. A leitura que ela faz do chá é diferente da leitura que os meninos fazem e a partir do momento que ela não consegue perceber que eles entendem o chá numa lógica diferente da dela, ela os toma como indisciplinados e conclui que os meninos dão trabalho demais: “Minha nossa, minha nossa – exclamou Wendy –, às vezes eu realmente acho que não há criança que não dê trabalho demais!” (BARRIE, 2011, p. 106).

Durante o chá Wendy tenta impor a lógica do Mundo dos Adultos e poderíamos olhá-la como um adulto naquela atividade. Mas, ao mesmo tempo, ela aceita o chá de faz de conta, pois não há comida de verdade na mesa. Quando um menino reclama que o outro está falando de boca cheia, não há comida nenhuma. Portanto, Wendy age também de acordo com a lógica da Terra do Nunca.

Para finalizar nossa retomada de episódios do ensaio vamos mostrar uma passagem em que Peter Pan faz um comentário sobre o tamanho do capitão Gancho. Estavam ele, Wendy, John, Michael e Sininho voando de Londres para a Terra do Nunca e quando já haviam avistado a ilha, mas não voavam muito alto, Peter disse que havia um pirata lá embaixo. Então John perguntou se havia muitos piratas na ilha por aqueles dias e Peter respondeu que nunca tinha visto tantos e continuaram o diálogo:

- Quem é o capitão deles?

- Gancho – respondeu Peter; e sua face ficou muito séria com a menção daquela palavra odiada.

- James Hook, o Gancho?

- Afirmativo.

[...]

- Ele foi contramestre do pirata Barbanegra – John sussurrou em voz rouca.

- É o pior de todos. É o único homem de quem Barbecue chegou a ter medo.

- Esse mesmo – disse Peter.

- Como ele é? É grande?

- Não é mais tão grande como costumava ser.

- Como assim?

- Cortei um pedaço dele.

[...]

- Mas me diga, que pedaço foi?

- A mão direita.

(BARRIE, 2011, p. 51)

Esse diálogo no qual o capitão Gancho é apresentado ao leitor, também nos deu, ao final, uma fala de Peter a respeito do tamanho de Gancho. Na lógica do Mundo dos Adultos, o tamanho de uma pessoa se refere à altura ou à massa da pessoa. Quando olhamos para um homem e dizemos “Nossa, como ele é grande!”, podemos estar olhando tanto para a sua altura, quanto para a sua massa ou para ambos. No entanto, se olharmos para dois homens grandes, com massa e altura iguais, sendo que um não possui uma das mãos, não vamos dizer que este é menor do que o outro. Ambos continuariam sendo grandes. Portanto, o fato de uma pessoa ter perdido a mão não alteraria em nada o tamanho dela. Mas, de acordo com a fala de Peter, o capitão Gancho já não era tão grande, porque havia perdido a mão direita. Tal fala nem sequer foi questionada por John, pois na lógica da Terra do Nunca é legítimo dizer que se uma pessoa perde um pedaço, ela fica menor. Portanto, “tamanho de uma pessoa” é um objeto no Mundo dos Adultos e é outro objeto na Terra do Nunca, pois são produzidos significados diferentes para “tamanho de uma pessoa” nesses dois mundos.

Escolhemos aqui algumas passagens do ensaio da história de Peter Pan (ANGELO, 2012) que julgamos esclarecer como entendemos o Mundo dos Adultos, a Terra do Nunca e as lógicas que regem esses dois mundos. Vamos agora listar as falas dos alunos quando indagamos se tinham alguma lembrança especial de uma aula de Matemática, seguidas de nossa leitura dessas falas (ANGELO, 2012), mostrando que a maioria dos alunos está num mundo diferente, com uma lógica diferente daquela que o professor conhece e acredita.

Destacamos que as falas dos alunos foram produzidas nos anos 2009 e 2010, por meio de entrevistas semiestruturadas gravadas em áudio e posteriormente transcritas. Damos a oportunidade dos alunos escolherem seus próprios pseudônimos. Cada fala é seguida pelo ano (série) em que o aluno se encontrava no momento da entrevista e pela escola que frequentava. Denominamos E1 e E2 as escolas cujos alunos foram entrevistados, respectivamente, no segundo semestre de 2009 e no primeiro semestre de 2010.

3. UMA LEMBRANÇA ESPECIAL

Perguntamos aos alunos se eles tinham alguma lembrança especial de uma aula de Matemática, uma aula que eles tivessem achado interessante, legal ou que eles considerassem marcante.

A maioria respondeu simplesmente que não, **não têm nenhuma lembrança especial** ou não lembra:

Ana Carolina: “Hum...não.” (9º ano, E2)

Marco Aurélio: “Não, não tenho nenhuma. Não.” (9º ano, E2)

Ramires: “Não.” (9º ano, E2)

Lídia: “Não.” (9º ano, E2)

Rabibi: “Acho que não.” (9º ano, E2)

Miguel: “Não.” (9º ano, E2)

Luca: “Não.” (9º ano, E2)

Bruno: “...Não.” (9º ano, E2)

Dallessandro: “Não.” (9º ano, E2)

Sabrina: “Não, não me lembro.” (9º ano, E1)

Outros associaram essa lembrança especial a algum **momento de sucesso em avaliações** dessa disciplina:

Marta: “Uma vez, na...sexta série, que eu tirei cem na prova...de Matemática. (Risos).” (9º ano, E1)

Mariana: “Agora eu não me lembro. ...(Pensa) Acho que foi uma vez que eu fiz a prova e...e aí a professora me ajudou e eu...e aí eu consegui tirar a nota que eu precisava, assim.” (9º ano, E2)

Mister Nininha: “Um conteúdo difícil que eu tinha que ninguém soube e eu...eu e uma outra menina fomos as únicas que soubemos fazer. Eu acho que foi assim a melhor aula de Matemática que eu já tive.” (9º ano, E1)

Cristiano: “É, foi no ano passado. Um colega meu não sabia quase nada, precisava de quase...precisava de quase...acho que oitenta e poucos pra passar em Matemática. E aí eu e um colega meu ensinamos, fomos pegando no pé dele até ele aprender Matemática. E não é que o guri passou!” (9º ano, E2)

Yasmim: “Tenho, das minhas aulas da 3ª série. [...] eu sempre tirava nota boa, eu sempre...aprendia bem Matemática com ela, e...assim, muito legal. Depois lá na 5ª série, de novo, eu aprendi bastante Matemática e eu venho trazendo esta Matemática até agora.” (9º ano, E2)

Alguns lembraram **alguma atividade diferente** proposta pelo professor:

Luiza: “...Foi...quando a professora fez um trabalho...que foi a primeira vez do ano passado que (trecho inaudível). [...]...Parecia que era de potência.” (9º ano, E2)

Beyoncé: “Uma aula que eu achei interessante...foi quando a gente começou a fazer os jogos de Matemática. Que a gente...assim, começou a fazer...que a gente fez grupo e começamos a...todo mundo, assim, (palavras inaudíveis). Ficou tão legal, assim, que aí depois era tipo um Stop de Matemática. [...] Aí depois a gente fez até um círculo, assim, com as...assim, fazendo os cálculos, cada um mostrava o que sabia...ficou muito legal.” (9º ano, E2)

Camila: “Ah, foi...eu acho que no ano passado. ...Foi bem legal que teve um trabalho...sobre os cálculos. Foi bem legal que a gente fez um grupo.” (9º ano, E2)

Walker: “Teve um dia a gente fez grupo de...seis, eu acho que foi. A gente brincou bastante com a matéria, assim. [...] Achei legal. [...] Ai foi...foi ano passado.” (9º ano, E2)

Cinquenta: “Uma aula que a gente foi lá pro bosque, teve uma aula lá bem legal de Matemática. [...] Ah..., que jeito...Acho que era...umas multiplicações lá, acho que é...” (8º ano, E1)

22 96: “Ah, sei lá, não é uma lembrança boa, assim. Eu só sei que eu me lembro que a minha primeira aula de Matemática a professora, na primeira série, ela colocou lá $1 + 1$, coisa, nós não dizia nada daí ela trouxe umas laranjas, aí ela colocava uma laranja mais uma laranja, são dois...[...] na época eu achei legal.” (8º ano, E1)

Outros se lembraram de alguma **situação que não envolvia Matemática:**

Claudia: “Não. Eu tenho uma que eu acho engraçada. [...] É porque aquele dia eu tava jogando vôlei na aula de Matemática, mas era antes de ela entrar. Aí ela entrou e pediu pra gente parar. Mas só que aí a gente parou e seguiu tocando a bola assim oh, no chão né. Aí a professora foi lá e pegou a minha bola. Só que era assim, a aula dela é antes do recreio...[...] Aí, na hora do recreio eu pedi pra ela me dar a bola e ela não quis dar. Aí bem depois assim de um bom tempo ela pegou e deu a bola, mas ela disse que não era para jogar. E eu “Tá professora, eu só vou jogar na sua aula porque a senhora não gosta, só pra incomodar”. Aí ela ficou brava. (Risos). Eu achei muito engraçado.” (7º ano, E1)

Patrícia: “Tenho. Na primeira aula de...com a professora (fala o nome da professora). Que ela pegou e nos...ela nos apresentou dum modo diferente, ela...deu uma...tipo, ela foi sorteando a gente, assim, pra nos apresentar. Não foi que nem os outros professores que foi uma ordem certa...aí...que vai por fila. Ela não, ela fez tipo um sorteio, assim, foi muito...de lado em lado, ficou muito massa. Ficou...” (9º ano, E2)

Treze: “Ah...teve sim essa que não foi tão de conteúdo. (Risos) Foi umas colegas tirando foto (Risos). [...] Minhas colegas botou uma peruca...não era

uma peruca...não sei o quê que era, aí tiraram foto. Foi bem na aula de Matemática.” (9º ano, E1)

Cristiano Ronaldo: “Tenho. A primeira do ano. [...] É, que foi duas aulas que a professora não deu nada (Risos). [...] Ficou apresentando todo mundo, se apresentando pra nós, passando o que ela ia passar no decorrer do ano, os conteúdos.” (9º ano, E1)

O aluno **Ronaldo** (9º ano, E1) não comentou uma aula específica, mas falou que sempre gostou de Matemática e que quando era pequeno dizia para a mãe dele que era a disciplina que ele mais gostava. Porém, a partir da 7ª série começou a ficar mais difícil. **Romário** (9º ano, E1) respondeu que acha todas as aulas de Matemática especiais e para o aluno **Luciano** (6º ano, E1), essa pergunta não foi feita.

O que nos chamou a atenção nessas lembranças dos 28 alunos é que apenas o de pseudônimo 22 96 (8º ano, E1) mencionou e relatou uma aula que ele achou legal na qual a professora da 1ª série utilizou laranjas para ensinar uma adição. Ou seja, ele lembrou o conteúdo desenvolvido e a forma como foi trabalhado. Os demais que também elegeram como especial uma aula em que foi realizada uma atividade diferente, não comentaram espontaneamente de qual conteúdo se tratava, falaram apenas em “cálculos”. E para aqueles que indagamos qual assunto desenvolvido na atividade, eles não tiveram certeza: “...Parecia que era de potência” (Luiza, 9º ano, E2); “...Acho que era...umas multiplicações lá [...]” (Cinquenta, 8º ano, E1).

Todos os demais, ou não guardam nenhuma lembrança especial, ou tomaram como especiais aquelas aulas em que obtiveram sucesso em alguma avaliação ou conseguiram ajudar um colega a obter esse sucesso, como relatado por Cristiano (9º ano, E2), ou elegeram aulas de Matemática em que alguma situação engraçada ou diferente aconteceu,

mas que não tinha relação com Matemática, como o jogo de bola dentro da sala, a sessão de fotos ou a apresentação dos alunos proposta pela professora.

É de se pensar que durante quase oito anos de escolaridade esses alunos assistiram mais de mil aulas de Matemática, mas de todas essas aulas, não ficou nenhuma lembrança especial de um conteúdo específico que tenham aprendido. O que aconteceu com as equações, com os números negativos, com os problemas de área e perímetro, com o Teorema de Pitágoras, apenas para citar alguns dos muitos conteúdos estudados nos anos finais do Ensino Fundamental?

Essa constatação nos remeteu aos escritos de Larrosa (2002) sobre o saber da experiência, o saber que nos passa, que nos acontece, que nos toca. Segundo Larrosa (2002) “[...] o sujeito da experiência é um ponto de chegada, um lugar a que chegam as coisas, como um lugar que recebe o que chega e que, ao receber, lhe dá lugar.” (LARROSA, 2002, p. 24)

Quando olhamos para essas falas dos alunos nos perguntamos qual a experiência, no sentido de Larrosa (2002), que os alunos têm vivenciado nas aulas de Matemática, pois nos parece que pouco da Matemática da escola os passa, os toca, ou tem lugar.

Na nossa leitura, a maioria desses sujeitos da experiência, os alunos, está em outro lugar, num mundo diferente daquele que o professor está. Num mundo que possui uma lógica diferente daquela lógica que o professor conhece e acredita. E por estar num mundo diferente daquele dos alunos, a experiência que o professor de Matemática pretende passar, ou construir com os alunos, muitas vezes não chega a eles, pelo menos não da maneira que o professor gostaria ou acreditaria que fosse chegar. Os alunos cumprem alguns papéis que o professor determina e conduz, mas, na maioria das vezes, a atenção

deles está voltada para outros interesses, porque o mundo deles é outro. Como no episódio do chá de faz de conta conduzido por Wendy, no qual ela tenta ensinar para os meninos como se comportar e eles instauram uma algazarra. Num primeiro olhar diríamos que ali está acontecendo um chá, meio bagunçado, mas um chá, no qual não se deve falar de boca cheia, não se deve comer dois alimentos ao mesmo tempo. No entanto, olhando mais de perto veremos que não existe o chá. Não há comida na mesa. Na boca cheia não há nada. É tudo um faz de conta, mas um faz de conta com regras do Mundo dos Adultos, onde um determinado comportamento é esperado, mas na barriga, nada fica. Pelo que percebemos nas falas dos alunos e nas falas dos professores mostradas em outras pesquisas (FRANCISCO, 2009; LUCIANO, 2006), parece que em muitas salas de aulas de Matemática e para muitos alunos é isso que acontece. O professor exige regras de comportamento como ficar em silêncio e prestar atenção e os alunos cumprem ou não essas regras, mas, no final da aula, para muitos alunos, nada fica daquela Matemática.

Com exceção de Luciano (6º ano, E1), Claudia (7º ano, E1), Cinquenta (8º ano, E1) e 22 96 (8º ano, E1), perguntamos para todos os outros alunos o que eles estavam estudando em Matemática no período da entrevista.

Os alunos do 9º ano da Escola 1, todos colegas da mesma turma, responderam que estavam estudando triângulos e o Teorema de Pitágoras. Um pouco mais da metade dos alunos do 9º ano da Escola 2, também todos da mesma turma, disseram que estavam estudando Radiciação e alguns, cujas entrevistas foram realizadas no início do mês de março de 2010, falaram que a professora estava revisando conteúdos do ano anterior, como Potenciação. O restante, ou não soube responder ou tentou explicar, mas não mostrou certeza. A aluna Patrícia (9º ano, E2) que afirmou gostar das aulas de Matemática e da professora, que

disse gostar de resolver os exercícios, não soube dizer qual conteúdo de Matemática estava estudando no momento da entrevista: *“A gente tá estudando...até me esqueci. [...]...Eu não peguei o caderno essa...esse final de semana (Risinho). [...] Nem...nem lembro, mas...sei que tem alguma coisa a ver com binômios e com frações. É a mesma...mesma fórmula, mas não é bem os binômios.”* (Patrícia, 9º ano, E2). De acordo com os colegas de Patrícia (9º ano, E2) que nos concederam a entrevista no mesmo dia em que realizamos a conversa com ela, eles estavam estudando Radiciação. O mesmo aconteceu com Walker (9º ano, E2), Beyoncé (9º ano, E2), Bruno (9º ano, E2), Miguel (9º ano, E2) e Rabibi (9º ano, E2). Eles tentaram explicar, mas demonstraram não ter certeza, como mostra a seguinte fala: *“Olha, é mais a...é mais...poucas coisas, assim, tipo...números algébricos, racionais...é...outras (risos) matérias aí.”* (Beyoncé, 9º ano, E2). Dalessandro (9º ano, E2) falou apenas *“Ah...não consigo me lembrar”* e Camila (9º ano, E2) esqueceu o nome: *“[...] Não é que eu não saiba, eu não lembro o nome.”* Mas ela conseguiu explicar do que se tratava até a entrevistadora acertar o nome do conteúdo: *“Envolve raiz quad...não...é, raiz quadrada, raiz cúbica, essas coisas, assim, aí tem que dividir...[...] ou tem que multiplicar, ou tu tem que...botar ao contrário, assim...[...] Eu esqueci o nome.”* (Camila, 9º ano, E2).

Nas muitas salas de aula de Matemática, os alunos estão lá, fazem ou tentam fazer os exercícios, copiam a matéria do quadro, podem até ficar em silêncio durante as explicações do professor, mas depois que saem da sala de aula nada, ou quase nada, fica com eles. Como Lins e Gimenez (1997) discutem em relação à matemática escolar e à matemática da rua:

Normalmente, dizemos que as pessoas “esquecem” o que aprenderam na escola, mas achamos melhor dizer que elas nunca chegaram a se lembrar da matemática escolar fora da escola, *mesmo durante o tempo no qual estavam vivendo a matemática escolar*.

(LINS; GIMENEZ, 1997, p. 17, grifo dos autores)

Os alunos sustentam um discurso de que a Matemática da escola é importante para o futuro deles, para quando eles forem exercer determinada profissão, ou seja, eles falam na direção do Mundo dos Adultos. No entanto, muitas falas deles mostram que a maioria, quando está na sala de aula de Matemática, está num mundo diferente do professor. Num mundo em que as conversas giram em torno de assuntos que não dizem respeito à Matemática, num mundo em que o mais legal é não estar na sala de aula e sim no recreio.

Outras pesquisas como a de Hoyles (1982) e a de Walls (2009) que também entrevistam alunos, mostram que quando eles falam sobre a aula de Matemática, eles não mencionam nada sobre qualquer conteúdo. É como se os conteúdos de Matemática não ficassem para os alunos.

4. UM FINAL SEM FIM

Em diversos momentos de nossa leitura das falas dos alunos, não apenas daquelas produzidas em resposta à questão explorada neste capítulo, mas nas entrevistas como um todo, percebemos que os alunos quase não falavam nada sobre os conteúdos de Matemática e quando eram solicitados a falar, muitas vezes não conseguiam ou não se lembravam.

Na nossa leitura isso acontece porque enquanto o professor está no mundo dele, tentando passar aos alunos aquele conjunto de conhecimentos historicamente construído, os alunos estão em outro lugar. Eles podem até ficar em silêncio, fazer os exercícios, participar das atividades propostas em aula, mas o mundo deles é outro. E por ser outro, muito pouco daquela Matemática cabe no mundo dos alunos.

Poderíamos perguntar então, o que podemos fazer diante desse quadro? Nossa resposta é que não temos resposta. Cada sala de aula, cada professor e cada aluno tem as suas particularidades e todas devem ser levadas em consideração quando se trata de Educação Matemática.

O que mostramos com nossa pesquisa é que a maioria dos alunos está num mundo diferente do mundo do professor e que se este não souber onde o aluno está não há possibilidade de interação, de se compartilhar um espaço comunicativo no qual haja a perspectiva dos alunos conhecerem lugares novos (LINS, 1999).

Um projeto de Educação Matemática apoiado no Modelo dos Campos Semânticos tem como pressuposto olhar para onde os alunos estão na intenção de conhecer as legitimidades que estão em jogo e os significados que estão sendo produzidos por eles. Ou, nos termos do ensaio da história de Peter Pan (ANGELO, 2012), entender em que mundo os alunos estão e que lógica predomina nesse mundo. Mas isso pressupõe ouvirmos os alunos e foi esse o nosso propósito desde o início de nossa pesquisa.

REFERÊNCIAS

ANGELO, C. L. **Uma leitura das falas de alunos do ensino fundamental sobre a aula de Matemática**. 2012. 160 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2012.

- BARRIE, J. M. **Peter e Wendy seguido de Peter Pan em Kensington Gardens**. Porto Alegre: L&PM, 2011.
- FRANCISCO, C. A. **Uma leitura da prática profissional do professor de matemática**. 2009. 189 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2009.
- HOYLES, C. The pupil's view of mathematics learning. **Educational Studies in Mathematics**, Boston, v. 13, n. 4, p. 349-372, nov. 1982.
- LARROSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Brasileira de Educação**, n. 19, p. 20-28, jan./fev./mar./abr. 2002. Disponível em: < http://www.anped.org.br/rbe/rbedigital/RBDE19/RBDE19_04_JORGE_LARROSA_BONDIA.pdf >. Acesso em: 18 mar. 2009.
- LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 75-94. (Seminários & Debates)
- _____. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática)
- LUCIANO, E. A. S. **Representações de professores do ensino fundamental sobre o aluno**. 2006, 171 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Departamento de Psicologia e Educação, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2006.
- WALLS, F. **Mathematical subjects: children talk about their mathematics lives**. New York: Springer, 2009.

15

O QUE FALAM FORMADORES SOBRE A FORMAÇÃO (SÓLIDA EM) MATEMÁTICA DE FUTUROS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

João Ricardo Viola dos Santos

FORMAÇÃO (SÓLIDA EM) MATEMÁTICA OU FORMAÇÃO MATEMÁTICA SÓLIDA?

Um primeiro questionamento que propomos seria o de pensar se os futuros professores de matemática que atuarão na Educação Básica precisam de uma formação sólida em matemática ou de uma formação matemática sólida. Aparentemente, alguns podem achar que essas expressões são as mesmas e que há, apenas, algumas trocas de palavras. Talvez, outros possam pensar que uma formação sólida em matemática abriria possibilidades para diferentes caracterizações do que se pode pensar sobre essa formação e que a formação matemática sólida se referiria a um conjunto de conhecimentos postos pela comunidade. Colocada dessa maneira, essa discussão nos parece ingênua, porém ela ganha força quando apresentamos o seguinte cenário:

Nas salas de cafezinho, nas festas e nos encontros informais da academia, ouvem-se aqui e ali, fragmentos de um discurso que, se pronunciado em sua forma completa, diria o seguinte: Os problemas do ensino da Matemática resumem-se na deficiência de preparo matemático dos professores. A formação do licenciado é, via de regra, fraca. Se o professor tivesse bom preparo matemático, não se sujeitaria a ganhar tão pouco, o nível do ensino subiria, e com ele o salário. A preocupação prematura com problemas de ensino é perigosa, pois desvia o aluno do esforço que deve fazer para aprender Matemática, no

momento em que mais precisa disso. Portanto, na licenciatura o essencial é garantir uma boa formação matemática nos primeiros semestres, concentrando às disciplinas pedagógicas no último ano; de preferência, no último semestre. Deve-se tomar como lema da formação do professor: primeiro, os conteúdos; depois, os métodos [...] A Matemática é a Matemática, e quem entende dela são os matemáticos, porque a Matemática é aquilo que os matemáticos fazem. Todos os grandes matemáticos aprenderam com aulas expositivas de seus mestres. Os currículos são deficientes porque são feitos por pessoas que não entendem de Matemática. Nossas universidades devem melhorar a formação matemática dos futuros professores e ter a coragem de terminar com disciplinas pedagógicas inúteis (p.2-4).

Estes escritos são parte do texto *A Doutrina* de Roberto Ribeiro Baldino (2001), no qual o autor elucida algumas características de uma ideologia dominante que, retroalimentada por um corporativismo acadêmico, rege grande parte dos cursos de formação inicial de professores de matemática. *A Doutrina* é pensada como um produto de um trabalho ideológico, como produção de significados que são sistematizados nos corredores das universidades e que passam para os futuros alunos uma visão dos problemas dos cursos de formação de professores (BALDINO, 2001). Acreditamos que, nessa direção, a discussão que propomos não é tão ingênua assim, e com isso, há um cenário para que possamos pensar em formação (sólida em) matemática e não em formação matemática sólida. A partir dessa diferenciação, talvez possamos elaborar alguns direcionamentos para caracterizações de uma formação inicial que dialogue com demandas da prática profissional de professores de matemática.

Quando as discussões a respeito da formação inicial de professores de matemática se inclinam para a formação matemática dos licenciandos, as falas e discursos daqueles que investigam essa

temática, tendem a silenciarem-se. Ainda impera uma tradição que impõe as disciplinas da matemática acadêmica (como Cálculo Diferencial Integral, Análise Real, Estruturas Algébricas, Álgebra Linear, entre outras) como parte fundamental e nuclear desses cursos, sem haver muitas justificações e sem se estabelecerem papéis para essa composição de parte da formação matemática do futuro professor. Em nossa tese de doutorado (VIOLA DOS SANTOS, 2012) produzimos possíveis legitimidades para a formação matemática de professores de matemática por meio da produção de textualizações, a partir de entrevistas com educadores matemáticos e matemáticos, e de textos teórico-analíticos, construídos nesse processo. Produzimos treze textos que apresentam algumas direções para a formação matemática de professores que ensinam matemática.

Em meio a essas considerações, nos meandros das narrativas produzidas em nosso trabalho de doutorado, cercados de outras discussões e possibilidades, neste capítulo, produzimos três pequenos textos a respeito do que formadores falam sobre a formação (sólida em) matemática de professores que ensinam matemática. Delineamos alguns relatos, falas, narrativas de formadores de professores, na tentativa de ocupar alguns espaços, intensificar algumas subjetividades, destruir verdades, mesmo que de maneira transitória.

Os formadores de professores são fictícios, inventados em meio as nossas discussões. Os textos foram produzidos em forma de relatos, nos quais os formadores elaboram suas falas tentando responder o seguinte questionamento: *Como o senhor(a) caracteriza a formação (sólida em) matemática do futuro professor que ensina matemática, nos cursos de Licenciatura em Matemática?*

Há quem diga que um relato é apenas uma mera descrição de alguma situação e que sua função é apenas apontar uma possível *moral da história*. Há ainda quem diga que é, sempre, necessário apresentar fundamentações teóricas, uma estratégia metodológica, análises e resultados para, enfim, chegar às considerações finais e com isso, produzir um texto científico. Neste texto, não fizemos nada disso e também não acreditamos que um relato seja apenas uma descrição. Quando narramos, nos constituímos, nos colocamos de uma maneira sistematizada a instituir palavras, frases e parágrafos frente a demandas dos outros; falamos em uma direção, pois acreditamos que alguém legitimaria e autorizaria o que falamos.

Essa discussão ganha força ao tomarmos como referência a caracterização de conhecimento do Modelo dos Campos Semânticos, no qual a legitimidade de uma crença-afirmação não é estabelecida por uma verdade (pelo que pode ou não ser dito), nem por critérios lógicos deduzidos axiomaticamente, nem mesmo por critérios empíricos observados em determinadas situações. A legitimidade de uma crença-afirmação é estabelecida por acreditar que pertencemos a algum espaço comunicativo (LINS, 1999; LINS, 2001). Ao nos colocarmos em movimentos de produção de legitimidades, produzimos crenças-afirmações junto com justificações na direção de interlocutores que acreditamos que nos autorizariam a dizer o que dizemos. Os formadores produziram crenças-afirmações junto com justificações para responder o questionamento colocado.

Partindo do pressuposto que não existe uma verdade lógica, imutável, intrínseca a um objeto e que, são nas circunstâncias da linguagem, nas relações culturais, políticas, sociais que os significados são produzidos na direção de um interlocutor, nossos textos,

constituídos em experiências idiossincráticas, num determinado momento e contexto cultural, permitem olhares singulares sobre a complexidade da formação inicial de professores de matemática. Não narramos apenas os fatos que vivemos, nem mesmo relatamos nossas opiniões e descrições sobre algo. Como Garnica (2011) assinala, a narrativa

expressa o que é possível dizer, num mundo onde esses ditos ressoam. As narrativas, registros da ação, permitem compreender algumas das crenças segundo as quais as pessoas agem. Permitem compreender que não há manutenção eterna nem alteração frequente: mostram que mantemos hábitos no esforço de rompê-los, que afirmamos querer romper hábitos para que possamos mantê-los. Ao fim e ao cabo, mostram que vivemos num mundo no qual esses discursos têm lugar e, de um modo ou outro, fazem sentido (p. 335).

Seguem nossos pequenos textos de formadores de professores que produzem suas crenças-afirmações junto com justificações. *Reais ou fictícios?*

A FORMAÇÃO (SÓLIDA EM) MATEMÁTICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA ENTRE A MATEMÁTICA ACADÊMICA E A MATEMÁTICA ESCOLAR¹

Olha... pensando em professores de matemática que atuarão na Educação Básica, uma formação sólida em matemática estaria entre uma formação com temáticas da matemática acadêmica e com

¹ Não estamos aqui tomando matemática escolar e matemática acadêmica segundo alguma caracterização. Nos referimos à matemática acadêmica para falar das disciplinas e áreas como Cálculo Diferencial e Integral, Análise Real, Estruturas Algébricas... Referimos-nos à matemática escolar para falar das temáticas que são discutidas na escola, como números e operações, geometria plana e espacial, funções... Uma caracterização para a matemática acadêmica e a matemática escolar pode ser encontrada em Moreira e David (2003, 2005)

temáticas da matemática escolar. Nem tanto lá, na matemática acadêmica, para não oferecer uma formação matemática muito distante das salas de aula dos professores, e também nem muito cá, na matemática escolar, para não reduzir a formação matemática a discussões superficiais com poucas justificativas para os alunos.

Esses tempos eu li um artigo² que sustenta essas minhas argumentações. Os autores apresentaram parte de uma pesquisa realizada com professores formadores de cursos de Licenciatura a respeito dos desafios que encontram nos cursos de formação inicial e as estratégias que eles elaboram frente às demandas do trabalho docente. Os professores formadores relatam que os alunos chegam à universidade tendo com o conhecimento uma relação utilitarista e com pouco domínio de conteúdos básicos da escola. Eles dizem também que muitas de suas dificuldades estão relacionadas à leitura e escrita de textos, sendo estas, veja bem, questões básicas da escola básica. Eu acho que é isso: os alunos da Licenciatura sabem muito pouco de matemática do Ensino Fundamental e do Médio. Eles têm muitas dificuldades. A escola básica de hoje não é mais igual como a de antigamente. Isso não pode ser mascarado. Antes a gente aprendia, era cobrado, tinha que fazer, hoje não. Em muitos estados nem tem provas para os alunos passarem de uma série para outra. Os futuros professores meio que precisam reaprender a matemática básica, sendo que muitas vezes, eles precisam aprender mesmo, pois nunca viram. Veja bem, essa é a matemática que eles vão ensinar para seus alunos e, por incrível que pareça, muitos deles não sabem.

² O formador se refere ao artigo: ANDRÉ, M. E. D. A. *et al.* O Trabalho docente do professor formador no contexto atual das reformas e das mudanças no mundo contemporâneo. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 91, n. 227, p. 122-143, 2010.

Olha... é preciso entendermos a realidade de muitas escolas hoje em dia, senão parece que o problema se resume ao fato de que os alunos não estudam. Eu acredito que muitos alunos que querem ser professores de matemática, estudavam com dedicação, faziam suas tarefas e tinham intenção de aprender aquilo que seus professores ensinavam. Eu acho que nas escolas que esses alunos estudavam eles eram os melhores, porque muitas vezes a aula de matemática se resumia apenas a aprender regras, macetes, e muitas vezes, por terem uma quantidade absurda de conteúdos para serem cumpridos durante o ano escolar, realizavam um trabalho superficial, sem muitos aprofundamentos. Não é de se estranhar que muitos licenciandos do primeiro ano acreditam que no curso de matemática, eles vão aprender aquelas coisas do Ensino Fundamental e Médio. Esses alunos chegam aos cursos de matemática acreditando que eles sabem e dominam toda a matemática do Ensino Fundamental e Médio. Porém, quando a eles são pedidas definições, ideias e justificativas de alguns procedimentos, as respostas não aparecem. A licenciatura em Matemática não é um curso tão concorrido, ou seja, ele não seleciona de maneira brutal como um curso de medicina, engenharia, por exemplo. Assim, eu acho que muitos alunos vivenciaram uma realidade absurda na escola – onde não só faltavam bons professores de matemática, como também faltavam professores de matemática – e que muitas vezes em suas vidas escolares tiveram aulas de matemática com professores de outras áreas como, por exemplo, professores de Geografia, Biologia... Veja, não é que eles não sabem matemática, o fato é que eles não tiveram matemática na escola.

Para resumir, penso que a baixa qualidade de ensino, a falta de professores e a pouca estruturação das escolas, não oferecem oportunidades e condições para os alunos aprenderem (ou pelo menos

tentarem aprender) matemática durante a Educação Básica. Por isso acho que, por um lado, os licenciandos precisam reaprender a matemática básica na Licenciatura.

Eu acho que os alunos da Licenciatura precisariam aprender um pouco da matemática acadêmica: Cálculo Diferencial e Integral, Estruturas Algébricas, Análise Real, essa parte básica, você tá me entendendo? Veja, não dá para pensar em um professor de matemática que não conheça essa matemática acadêmica. Não to falando de nada muito sofisticado, to falando dessa parte básica. Você já imaginou um professor de literatura que não conhece Machado de Assis e Clarice Lispector? Pois é, eu não consigo imaginar. Você consegue? Para mim, segue da mesma forma para a matemática acadêmica.

Quando eu falo de um conhecimento sólido, não estou dizendo que ele precise dominar Geometria Diferencial ou Álgebra Multilinear³, mas seria bom se ele aprendesse um “pouquinho” de Cálculo Diferencial Integral, porque, na hora em que se está falando dos números, especialmente na hora de falar sobre os racionais, em que momento o professor foi levado a perceber a diferença entre frações e razões? (Lourdes Onuchic. In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 30)

O professor de matemática, mesmo que vá atuar apenas na Educação Básica, precisa entender como a matemática funciona. É preciso definir, demonstrar, é preciso relacionar as principais ideias da matemática, por exemplo, as ideias de derivadas e integrais que no fundo são ideias de limite. As estruturas algébricas que podem ter algumas exemplificações nos conjuntos numéricos, lá no início do Ensino Fundamental; as demonstrações dos casos de congruência e de semelhança na Geometria Euclidiana; todas essas coisas vão

³ Tomadas como Áreas da Matemática.

fundamentar, dar base para o professor de matemática. Veja bem, eu não acho que isso apenas dê conta dele ter uma formação sólida em matemática, mas acredito que é uma das partes essenciais.

Eu acho que um professor tem que fazer um bom curso de Análise, mas não precisa estudar formas diferenciais, integração em formas, nada disso. Se ele fizer um curso básico, onde ele veja números reais, seqüências e séries, derivação (porque precisa para fazer as outras coisas) e integral, aquela ideia do que significa integrar, os teoremas básicos; eu acho que isso pode, conforme o sujeito, dar uma boa formação (Henrique Lazari. In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, 157).

Uma coisa que a gente não pode esquecer é que o professor precisa ter segurança naquilo que ele fala. Você não acredita, e eu penso que os alunos nem dão atenção, para uma pessoa que não tem segurança nas coisas que fala. Veja, vou te dar um exemplo. Esses dias um casal de amigos meu foi a um curso de gestantes, de grávidos mesmo, porque quando a mulher engravida, o marido engravida junto também, não dá mais para fugir [risos]. Tinha uma profissional (que não me lembro mais qual era sua especialidade) falando do que se deve fazer quando o bebê sofre uma queimadura, ou quebra um braço, uma perna, ou mesmo ingere alguma coisa. A mulher começou a falar e os pais começaram a perguntar e, a cada pergunta que faziam, ela mudava seu discurso. Ah, e se meu filho tomar alguma coisa perigosa, posso dar água? (um pai perguntou). Sim, às vezes, ele pode (respondeu a mulher). Mas se ele engolir soda, eu não posso dar água, porque senão queima tudo, não é? (outro pai perguntou). Claro, se ele tomar soda não dê nada ao bebê, leve-o direto para o hospital, respondeu a mulher. Veja, como você vai dar algum crédito a uma pessoa que não tem firmeza naquilo que fala? Eu acho que a matemática acadêmica dá essa firmeza, essa segurança.

Se os futuros professores forem expostos a discussões que envolvem essa matemática, não ficarão titubeando em responder às respostas dos alunos. Isso é algo importante.

Em suma, o professor tem que sentir que ele sabe mais que os alunos. Ele não precisa dizer, mas ele tem que ter certa firmeza, e essa firmeza é uma cultura que ele tem. Uma justificativa que eu daria para isso seria pela segurança e pela possibilidade de, eventualmente, ele ter uma interação com alunos. É muito importante isso. Não se pode restringir toda a formação do professor apenas ao que ele vai ensinar. Eu acho que tem que ter uma cultura maior. Isso eu incluiria tranquilamente: todo Cálculo e a Análise Real que está junto com o Cálculo.
(Djairo Figueiredo. In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 49-50).

Então, veja, se por um lado eu penso que eles precisam reaprender a matemática da Educação Básica, por outro eles precisam aprender a matemática acadêmica. Eu acho que, ao mesmo tempo em que os licenciandos aprendem novos conceitos, também poderiam reconstruir ideias, conceitos e procedimentos matemáticos básicos. Ao mesmo tempo em que eles se debruçariam sobre processos axiomáticos, abstratos, da matemática acadêmica, poderiam (re)construir seus conhecimentos em relação aos conceitos menos rigorosos, com mais apelo a relações físicas e “concretas”, da matemática escolar. Esse poderia ser um trabalho em conjunto, para que eles pudessem fazer algumas relações, analogias e que a matemática escolar pudesse servir de exemplos para algumas ideias mais gerais da matemática acadêmica. Eu acho que olhar para a matemática, nessa perspectiva, seria mais abrangente e interessante para a formação dos professores. Se os formadores que atuam na Licenciatura perceberem que seus alunos dominam a matemática básica, acho que eles podem aprofundar as discussões da matemática acadêmica porque, em última instância, mal

não faz. Se um professor de matemática conhecer Equações Diferenciais Parciais, por exemplo, não faz mal algum. Os alunos irão para a sala de aula melhor formados, como uma formação mais sólida em matemática.

Agora, o quanto do muito lá e o quanto do muito cá, são respostas que não consigo responder...

Acho que deu para você ter uma ideia do que seria para mim uma formação sólida em matemática para futuros professores de matemática. Seria uma coisa entre a matemática básica e a matemática acadêmica, que apresentasse discussões desses dois modos de se pensar a matemática.

O FUNDAMENTALISTA E SUA FORMAÇÃO (SÓLIDA EM) MATEMÁTICA

Meu caro colega... – até porque você é formador de professores também, não é? – para essa sua pergunta, eu já tenho, faz tempo, um posicionamento muito claro e sistematizado. Vou te dizer o que penso. Eu acredito que um professor que pretende ensinar matemática em qualquer série e nível necessita ter uma *formação matemática sólida* durante seu curso de licenciatura. Ele precisa experienciar os conceitos básicos da matemática acadêmica, compreendê-los com profundidade, estabelecer relações entre os temas e construir um arcabouço teórico que o permita transitar por diversas áreas do conhecimento matemático. Eu não consigo imaginar um curso de formação inicial que não ofereça conteúdos essenciais da ciência matemática, que não oportunize ao futuro professor um contato com tópicos da matemática do pesquisador matemático. Em cursos de Matemática, o que se estuda é matemática. Quem sabe Matemática é o matemático. O Matemático não só define o que o professor precisa aprender, como também ensina

esse professor. Tem muita gente que não sabe matemática, digamos outros profissionais (para não explicitarmos um conflito), que insistem em dizer que a matemática que se discute na escola tem suas especificidades e que o futuro professor precisaria estudar essas coisas no curso de graduação. Eu acho que isso não tem fundamento, porque quando você aprende A Matemática (e aqui eu insisto nessas primeiras letras maiúsculas), você não só percebe, como também fica natural, que essas coisas da matemática escolar (modo como esses outros profissionais chamam) são apenas exemplos e meras particularidades da Matemática. Ela é única, porém em diferentes níveis de sofisticação.

Há quase dez anos, a Suely Druck, que naquele momento era presidente da Sociedade Brasileira de Matemática, publicou um pequeno texto no jornal Folha de São Paulo, dizendo alguns problemas do ensino brasileiro, diante do fracasso do Brasil no PISA e no SAEB. Ela dizia que ainda se encontrava nos cursos de formação de professores um discurso pedagógico, que para ela era tão frequente quanto simplista, de que o problema dos professores de matemática era a falta de uma boa didática. A didática não prescinde o conhecimento matemático. Não dá para pensar em ensino sem saber conteúdo. Eu aprendi matemática estudando arduamente, sentado na cadeira e lendo, lendo, lendo... resolvendo vários exercícios. Hoje em dia não se fala mais nisso. Falam de novas tecnologias, em metodologias alternativas, em joguinhos, mas se esquecem que, para aprender matemática, precisa sentar, estudar muito matemática. Minha posição é bem clara em relação à *formação matemática sólida* dos futuros professores: eles precisam aprender matemática.

O professor precisa saber matemática e quem vai ensinar matemática a ele é o matemático. Depois se pensa em didática, pedagogia, essas coisas... Se bem que ter um boa oratória, penso que resolve bem também. É importante ter bom senso. A cultura do mestre-aprendiz cai bem e delimita essas coisas que eu quero te mostrar. Outra coisa, depois de formado seria interessante ele estar sempre se reciclando fazendo cursos de conteúdos matemáticos mais avançados. Eu penso que ajudaria e muito sua prática profissional, sua aula como um todo. Sempre se aprofundando na Matemática (José da Silva. In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 1000-1001).

Vou tentar apresentar alguns exemplos para você do que chamo de formação matemática sólida. Eu acho que a formação sólida se caracteriza por oferecer aos licenciandos um curso de Cálculo Diferencial e Integral que trabalhe as técnicas de resolução de limites, derivadas, integrais e que demonstre os teoremas e as conjecturas. Abrindo um parêntese, outra coisa que eu acho que não tem fundamento algum, é que existem pessoas que afirmam que seria interessante discutir problemas que envolvem o conceito de integral, depois os que envolvem conceitos de derivadas, para só depois, formalizar e sistematizar o conceito de limite e continuidade – seguindo um pouco da trajetória do desenvolvimento histórico do Cálculo. Eu acho que isso é pura bobagem! Devemos seguir os conteúdos da maneira que estão encadeados axiomáticamente, da maneira como os livros de Cálculo apresentam. Primeiro funções, depois limites, continuidade, derivadas, e assim por diante... A história da matemática teve seu desenvolvimento, mas a matemática foi sistematizada. Eu acredito que até se pode discutir alguns aspectos históricos, mas apenas a título de ilustração. Penso que é preciso encadear axiomáticamente os conteúdos matemáticos, da maneira como eles estão nos livros.

Se você tiver, por exemplo, um bom curso básico de Álgebra, um começo de grupos, muitas coisas da parte de divisibilidade, anéis de polinômios, aquelas construções clássicas dos gregos, o que significa um pouquinho de extensões de corpos. Não é necessário entrar em Teoria de Galois, fazer aqueles resultados mais sofisticados. Se você tiver um bom curso de cálculo de funções complexas, não precisa ser um curso que o pessoal chama de análise complexa. Basta um curso de Cálculo de funções complexas e um curso de Geometria, pois geometria é importante. Aí você estaria bem perto de uma formação sólida. Então eu acho que isso seria razoável. Acaba não sendo, o que estou falando é muito diferente do que é feito em 90% dos casos. Se não é consensual, é quase consensual (Henrique Lazari, In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p.157-158).

Uma segunda característica seria oferecer aos licenciandos um curso de Geometria Euclidiana que tivesse como eixo central as demonstrações. *Licenciandos!?! Esqueçam as discussões que vocês tiveram na escola sobre paralelas, planos e cálculo de área. Agora sim, vocês terão contanto com a matemática autêntica.* Há algumas críticas a isso no sentido de que não poderíamos fundamentar as discussões da Geometria Euclidiana nos números reais, visto que os alunos ainda estão no primeiro ano e não teriam ideia do que seja um número real. Eu acho que tem muitas coisas nos cursos de graduação em matemática que são assim mesmo. Muitas vezes os alunos não têm uma compreensão profunda do que o professor fala e apenas nas séries seguintes terão condições de entender os conceitos discutidos. Na Universidade é assim: eu, professor e mestre; você, aluno e aprendiz. A velha e boa forma do mestre-aprendiz.

Eu acho que a gente perdeu um pouco essa ideia e isso vem prejudicando muito o ensino não só na escola, como também em nossas universidades. Os alunos precisam estudar, ralar muito mesmo; ir atrás do professores, resolver exercícios e tê-los como uma fonte de saber.

Mas, voltando ao nosso foco, gostaria de dar um destaque especial para essa terceira característica, pois penso que ela engloba muitas questões importantes sobre os fundamentos da matemática acadêmica necessários para a formação matemática do professor. Os licenciandos deveriam ter um ótimo curso de Análise Real. Um curso que discutisse os fundamentos do Cálculo Diferencial Integral e oferecesse aos licenciandos uma sistematização do conhecimento matemático. Discussões do Teorema do Valor Médio, Teorema Fundamental do Cálculo, as noções de supremo e ínfimo, entre outros conteúdos, são essenciais para o futuro professor. Veja o Teorema Fundamental do Cálculo, já fala por si próprio: é fundamental. Hoje em dia são poucos os alunos que vêm até minha sala e me escutam e resolvem problemas e até propõem problemas. Eu acho que esse é um problema, como também é um pouco triste.

Eu poderia continuar nossa conversa, citando exemplos de outras disciplinas como Estruturas Algébricas, Espaços Métricos, Variáveis Complexas, mas acho que com o explicitado anteriormente, é possível você ter uma ideia dos elementos fundamentais para um curso de Licenciatura para oferecer uma boa *formação matemática sólida* para futuros professores. Em todas essas disciplinas teriam discussões importantíssimas para formação de professores de matemática. Esses são alguns dos verdadeiros fundamentos da matemática acadêmica, que todos os professores de qualquer nível e série precisam ter. Acho que consegui explicitar algumas das minhas opiniões. Acho que você pegou o espírito da coisa... Aprender Matemática; aplicações didáticas, pedagogia, isso é tudo supérfluo...

A PRÁTICA PROFISSIONAL DO PROFESSOR COMO UMA DIREÇÃO PARA UMA FORMAÇÃO (SÓLIDA EM) MATEMÁTICA

Essa é uma discussão que não dá para separar da parte política. Vou tentar deixar de lado, mas acredito que hora ou outra iremos esbarrar nessa nossa conversa. Vamos ser ingênuos e acreditar que as discussões são desenvolvidas a partir de argumentos conceituais – vamos ser bem ingênuos [risos]...

Eu penso que temos na literatura em Educação Matemática muitas ideias do que seria essa formação sólida em matemática para futuros professores de matemática da Educação Básica. Para começar a explicitar algumas dessas ideias, vou pontuar uma questão que quero chamar muita atenção, meio que um ponto de partida. Eu penso que há diferenças entre saber conteúdo matemático para ser um matemático (ou um engenheiro, contador, economista, por exemplo) e saber conteúdo matemático para ser professor de matemática. Isso seria a primeira estaca que poderíamos fincar. Na prática profissional do professor de matemática existem demandas relacionadas às dimensões matemáticas, pedagógicas, psicológicas, afetivas, sociais, culturais no trabalho com os alunos, que requerem uma formação matemática específica do professor. Eu concordo que há uma *matemática do professor de matemática*, como o Romulo Lins comenta, por exemplo; uma *matemática escolar*, como o Plínio Moreira e a Manuela David caracterizam; como também há o *conhecimento matemático para o ensino*, construto teórico das Pesquisas da Deborah Ball e do Hyman Bass; como também o *conhecimento profundo da matemática escolar* da Liping Ma. Veja bem, os exemplos não faltam, citei apenas alguns que vieram em minha cabeça agora... Nós temos caracterizações elaboradas

a partir de estudos empíricos a respeito dos conhecimentos dos professores para educarem por meio da matemática os alunos da Educação Básica. Há certas especificidades, características peculiares, posturas e atitudes, idiossincrasias do seu trabalho com a educação nas escolas, seja em qualquer perspectiva que seja pensada essa educação.

E depois, para contratar um professor para Educação Básica, eu não deixaria de lado outro aspecto que eu acho fundamental: a capacidade desse professor de ser professor (Helena Cury, In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 66).

Eu não posso admitir que um professor que tenha uma formação sólida e não saiba trabalhar com resolução de problemas (Lourdes Onuchic, In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 2).

Bom, aí você poderia me perguntar: mas por que essas discussões e esses trabalhos não estão nos cursos de Licenciatura em Matemática? Pois é... Por quê? Para responder sua questão, eu não poderia fugir da discussão política (e você perceba que eu quis fugir dessa discussão logo no começo... ledô engano [risos]). Mas para encurtar a conversa (até porque eu acho que esse bate papo nosso será mais produtivo se eu te mostrar algumas caracterizações dessa formação sólida em matemática que eu acredito), eu vou te dizer da seguinte maneira: existe uma ideologia dominante que é retroalimentada por um corporativismo acadêmico, que dita quais conteúdos devem ou não estar nas licenciaturas em Matemática. Este direcionamento dos conteúdos está intimamente ligado à ocupação de espaços nas universidades e à existência da possibilidade de trabalho para um grupo de profissionais.

A escolha das disciplinas no curso de Licenciatura em Matemática é uma questão idiossincrática. A gente pode olhar as diretrizes e ver o que é o básico e

que deve ter. Por que o básico é Cálculo Diferencial Integral, Geometria Analítica, Álgebra Linear; Princípios de Análise, Álgebra, Geometria? Porque isso é pegar o que o cara vai aprender, em uma sequência conservadora e tradicional, e tomar apenas os primeiros passos. Aí tem gente que diz que precisa colocar uma disciplina de Equações Diferenciais. Por quê? Porque o cara está pensando em uma porta para os alunos, uma visão para ir para a matemática aplicada. Da mesma maneira, que o pessoal da Probabilidade e Estatística quer mudar a disciplina do último ano para o terceiro, para que os alunos, tendo um contato antes, possam fazer iniciação científica nessa área com eles. Ou seja, os caras querem mudar as disciplinas, mas não para ter uma importância em relação às outras disciplinas, o que seria uma coisa cabível. Por exemplo, ter um curso de probabilidade antes de ter um curso de teoria dos números, ou concomitantemente, seria interessante, pois tem coisas em teoria dos números que você faz via probabilidade. Mas o que acontece é que eles querem fazer essas mudanças para poder garimpar alunos para iniciação científica. (Romulo Lins. In: Viola dos Santos, 2012, p. 186)

Podemos pensar no seguinte cenário: temos cursos de licenciatura em matemática com objetivo de formar professores de matemática para atuar na Educação Básica (primeiro ponto). Temos também um conjunto de ideias sistematizadas a respeito de como poderia ser essa formação, tomando como referência o trabalho profissional desse futuro professor (segundo ponto). Temos formações em nível de mestrado e doutorado para formadores desses professores e pessoas interessadas em construir um currículo da licenciatura adequado a isso (terceiro ponto). Pergunto: onde irão trabalhar os profissionais que, em primeiro lugar, não tem essa formação para formar professores (e sem valorar aqui, pois o que quero dizer é que, por exemplo, um cara que fez bacharelado em matemática, mestrado e doutorado em matemática pura, em termos de sua formação, nunca estudou, de maneira sistematizada em disciplinas, a respeito da aprendizagem dos alunos,

sobre estratégias pedagógicas, sobre linguagem e comunicação na aula de matemática) e, em segundo lugar, não queira discutir, pesquisar e trabalhar na direção que apresentei, para formar futuros professores de matemática? Nas possíveis respostas ou não respostas dessas perguntas, é que atua a ideologia dominante nos cursos de licenciatura em matemática. Eu não quero dizer que só pode trabalhar na licenciatura quem tem formação, digamos, específica e direcionada para formar professores, até porque seria muito interessante formadores de diferentes áreas dialogarem e um exemplo disso, é o trabalho da Elena Nardi, que apresenta uma sistematização em seu livro *Amongst Mathematicians*. Entretanto, eu acho que é desejável que se tenha profissionais que atuem na direção de formar professores e implementem em suas práticas pedagógicas, pesquisas que são realizadas em relação a essa temática.

A matemática da Educação Básica precisa ser estudada pelo professor de matemática pelo ponto de vista de um educador matemático. O ponto de partida é o Ensino Fundamental e Médio. Claro, que sempre quando preciso e necessário, esses estudos vão para a matemática do ensino superior. Acho que com isso, os futuros professores de matemática estariam em um movimento de repensar as temáticas que são trabalhadas, trazendo para as escolas as investigações realizadas no intuito de transformar a educação matemática dos alunos (Maria dos Santos In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 2000-2001).

Outro ponto que acredito ser muitas vezes mascarado em várias pesquisas em Educação Matemática (e mascarado no sentido de que não toca na ferida, entende?) é o fato de investigar justificativas e potencialidades da formação da matemática do matemático para os futuros professores. Vou te dar um exemplo. Recentemente, Viviane Oliveira defendeu seu doutorado em Educação Matemática tratando,

entre outras coisas, dessa questão do conteúdo matemático nas Licenciaturas. Ela mostra, em sua revisão bibliográfica, que os artigos que tratam sobre formação de professores pouco se debruçam em questionar o conteúdo matemático na formação inicial e os que investigam essas questões, muitas vezes apenas tangenciam. Não há trabalhos que apresentem justificativas para as disciplinas como Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras, fazerem parte da formação de professores de matemática. Claro, tem um estudo aqui, outro ali, mas é tudo bem pontual... Outro exemplo que posso te dar é do Grupo de Trabalho de Ensino Superior da Sociedade Brasileira de Matemática. No livro que eles publicaram em 2006 não há trabalhos nessa perspectiva. Há muitos trabalhos que tratam do ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, Análise Real, utilização de novas tecnologias, etc, etc..., mas nada sobre os papéis da matemática do matemático na formação do futuro professor de matemática.

Para fechar esse ponto, penso que o professor precisa de uma identidade profissional. Ele não é um cara que sabe conteúdo e tem uma boa oratória e vai ensinar. Ele é um cara que tem uma profissão, que estuda, que pesquisa, que conhece estratégias para educar os alunos por meio da matemática. Ele necessita de um curso que ofereça isso a ele, um curso de Licenciatura em Educação Matemática.

Nesse enredo há também uma ideia, muito forte e presente, que é a de separar o conteúdo da metodologia. Muitas pessoas afirmam que existem os conteúdos e que para ensiná-los, há diversas metodologias. Eu penso que esse discurso meio que fecha as discussões para construir particularidades do conhecimento matemático do professor de matemática, pois, por meio dele, é necessário ensinar conteúdos aos futuros professores e depois metodologias. Não é a toa que o $3 + 1$ nos

currículos das licenciaturas era muito presente e que até hoje, temos, digamos *um 3 + 1 mais turbinado*, como diz o Romulo Lins, nos currículos da Licenciatura. Eu penso que, quando o professor produz significados e constitui objetos nas aulas de matemática, na tentativa de compartilhar interlocutores com seus alunos, faz com que essa ideia separada de conteúdo e metodologia se interpenetre em uma única dimensão. Tendo isso, podemos pensar em quais são os possíveis modos de produzir significados matemáticos e não matemáticos quando falo de frações, por exemplo: quais são as principais dificuldades dos alunos em relação às operações com frações; como essas discussões se relacionam com os números decimais, com as porcentagens; como posso tematizar os números racionais; quais são os recursos tecnológicos que posso utilizar; quais estratégias de interação e intervenção nos modos de produção de significados dos alunos posso elaborar... Essas são discussões matemáticas (ligadas aos conteúdos) e pedagógicas (ligadas às metodologias) que se constituem como características de um conhecimento específico da prática profissional de professores de matemática. Esses são alguns dos conhecimentos que os futuros professores de matemática precisam experienciar em suas licenciaturas. A Deborah Ball fala a respeito de um conhecimento necessário e decorrente das tarefas que envolvem o ensino de matemática para os alunos, isso em relação ao que ela e seus colegas, chamam de *conhecimento matemático para o ensino*. Acho que é bem por aí que temos que caminhar...

Então, há conhecimentos, característicos e específicos do professor de matemática, e estes, devem ser trabalhados nos cursos de licenciatura em Matemática.

/.../ o que ensino não é tudo o que eu sei, eu sei muito mais “coisas” do que as que ensino. E esse muito mais não é, para mim, por exemplo, que ao ensinar número inteiro eu saiba que o conjunto dos inteiros é um anel euclidiano e que outro anel euclidiano é o conjunto dos polinômios sobre os racionais. Esse “saber mais do que ensino” de que falo é um saber fundamental ao professor no exercício da profissão (Plínio Moreira, In: VIOLA DOS SANTOS, 2012, p. 260)

Para exemplificar essas coisas que eu to te dizendo, vou apresentar algumas discussões que a Liping Ma faz em seu livro. Vou mostrar esse exemplo, pois por mais que tenhamos uma tradução do livro em português, ainda são poucas as pesquisas que mobilizam essas ideias para se pensar a formação sólida em matemática do professor de matemática – quero dizer que não vejo muito as ideias dela circulando nas pesquisas em educação matemática aqui no Brasil. Vou tomá-la como exemplo, mas poderia utilizar a Deborah Ball, o Romulo Lins, o Tim Rowland, o Plínio Moreira e tantos outros que apresentam importantes considerações sobre a matemática do professor de matemática.

Uma questão interessante de falar, e que está na introdução do livro dela, é que seu estudo despertou um grande interesse de educadores matemáticos e matemáticos nos Estados Unidos, justamente pelo fato dela dar um destaque, digamos especial, nos conhecimentos matemáticos do professor da Educação Básica. O objetivo da Liping Ma, em termos gerais, é investigar a compreensão matemática de professores chineses e americanos em relação às práticas de ensino em sala de aula focando alguns temas da matemática elementar. O ponto importante do livro e que eu destaco é que professores precisam ter um conhecimento profundo e detalhado da matemática elementar e que esta não é um todo superficial de conceitos

e procedimentos e nem mesmo um caso particular da matemática do matemático. Ela toca em um ponto que a gente tá conversando, conhecimento da matemática do professor de matemática...

Em vários momentos no livro ela faz uma comparação entre professores americanos e chineses, para tentar construir essa ideia de *Compreensão Profunda da Matemática Elementar*. Em todas as temáticas que ela investiga, os professores chineses têm melhores desempenhos que os professores norte-americanos. Ela justifica essa afirmação dizendo que os chineses têm uma compreensão profunda da matemática elementar, enquanto os americanos apesar de, por vezes, dominarem os conceitos e procedimentos, não apresentam essa compreensão. Uma coisa que me chamou atenção no livro dela são os depoimentos dos professores chineses. Eles mostram que eles não apenas preparam suas aulas, mas também se preparam, e muito, para as aulas – se aprofundando nas questões da matemática escolar.

A Liping Ma vai dizer que ter uma *Compreensão Profunda da Matemática Elementar* é ter um entendimento do campo da matemática elementar profundo, amplo e abrangente, de maneira interligada. A profundidade para ela é estabelecer articulações com tópicos conceitualmente mais poderosos da disciplina. Por exemplo, as trocas na subtração estão relacionadas com a ideia de reagrupamento do sistema de numeração decimal. O alcance está relacionado à capacidade de ligar tópicos matemáticos a outros de poder conceitual similar ou menor. Para ela profundidade e alcance estão totalmente interligados. Já a abrangência relaciona-se com a capacidade de atravessar todas as partes de uma determinada temática para interligá-las ou relacioná-las. O que eu acho interessante nisso, é que ela apresenta um modo de pensar a formação sólida em matemática do futuro professor, tomando

como referência a matemática escolar. De modo pontual, é tentar ser profundo tendo alcance de uma maneira abrangente. E ela vai mais além, dizendo que para um professor ter uma compreensão profunda da matemática elementar, é interessante que ele tenha quatro propriedades, que ela chama de conectividade, perspectivas múltiplas, ideias básicas e coerência longitudinal. Vou tentar te explicar de maneira geral.

A *conectividade* está ligada a intenção do professor estabelecer conexões entre conceitos e procedimentos matemáticos, sejam eles simples ou complexos. Essa propriedade oferece aos alunos discussões mais amplas da matemática elementar, tomando-a como um domínio de conhecimento interligado e inter-relacionado e não de uma maneira fragmentária e isolada. Isso eu acho que é um ponto chave por um motivo muito interessante: esse é um tipo de conhecimento *pedagógico-matemático-psicológico-curricular-didático*, e muitas outras adjetivações que você quiser colocar junto com hífen, específico e característico do professor de matemática. Quem apenas sabe a dimensão matemática das temáticas/conteúdos da Educação Básica (como um engenheiro ou um matemático, por exemplo) não, necessariamente, tem essa propriedade. Para mim, essa característica reforça a tal identidade da formação do professor de matemática.

Liping Ma fala de perspectivas múltiplas para valorizar as diferentes abordagens no trabalho do professor para uma mesma ideia ou conceito; na resolução de um problema de várias maneiras e na discussão com os alunos das diferenças entre as diversas perspectivas.

Já a terceira propriedade, *ideias básicas*, mostra atitudes de consciência e domínio dos professores em relação aos conceitos e princípios básicos da matemática, sendo que tende revisitá-los e

reforçá-los no trabalho com os alunos. Isso, está ligado à quarta e última propriedade, *coerência longitudinal*, que diz respeito a um entendimento de todo o currículo de matemática, tendo assim possibilidades de abordar temas ocasionais que não estão presentes em seus planos de aula. Os professores precisam também ter um conhecimento do grau de dificuldade de cada tema, como também sobre os principais “erros” dos alunos.

Agora você pensa em um curso de formação inicial que apresente essas discussões para formar, pelo menos inicialmente, o futuro professor de matemática. Veja, essa é uma sistematização dos conhecimentos do professor de matemática, ou seja, uma maneira profunda e detalhada da matemática escolar a ser trabalhada com futuros professores.

Penso que não há condições de deixar isso fora da licenciatura, não se pode mais ficar nas tradicionais ideias de discutir conteúdos e depois metodologias...

Acho que deu para você entender qual é meu ponto de vista para a pergunta que me fez. Da prática para formação inicial. A Liping Ma, foi apenas um exemplo...

PARA UM FECHO QUE NÃO FECHA...

Apresentamos narrativas de três formadores que responderam à pergunta que elaboramos: *Como o senhor(a) caracteriza a formação (sólida em) matemática do futuro professor que ensina matemática, nos cursos de Licenciatura em Matemática?* De maneira sintética as respostas foram elaboradas em torno de três direções: 1) relações entre a matemática acadêmica e matemática escolar; 2) matemática acadêmica

como fundamentação para a matemática escolar; 3) demandas da prática profissional do professor como referência para sua formação matemática.

Longe de querer advogar a favor de alguma narrativa, nossa ideia foi a de criar possibilidades para pensar a formação (sólida em) matemática do professor de matemática. Não teceremos críticas em relação a duas e argumentos a favor de uma, para definir A formação sólida em matemática do professor de matemática.

As citações originárias do trabalho de Viola dos Santos (2012) que apresentamos ao longo do texto, tiveram a intenção de apontar algumas direções para as discussões que propomos, sendo que as três narrativas podem ser lidas pulando as citações. Inventamos algumas citações com a intenção de mobilizar um recurso ficcional nesse movimento de teorização. Para nós, não importa se as citações, as três narrativas, o texto como um todo é real ou imaginário. O que importa são as discussões que ele pode suscitar nos *terrenos* tão áridos e fechados da formação matemática de professores de matemática.

Como dissemos anteriormente, nossa intenção foi (e ainda é) ocupar alguns espaços, intensificar algumas subjetividades, destruir verdades, mesmo que de maneira transitória. Como afirma Jorge Larrosa, mesmo que as narrativas estejam “distanciadas de qualquer pretensão de objetividade, de universalidade ou de sistematicidade, e inclusive de qualquer pretensão de verdade, nem por isso renunciam a produzir efeitos de sentido (2006, p. 7)”.

REFERÊNCIAS

BALDINO, R. R. Grupos de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. *BOLEMA*, Rio Claro, v. 14, n. 16, p. 83-98, 2001.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: B. Davis.; E. Smith (Eds). *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, Edmonton, 2003. Edmonton. *Proceedings...* Edmonton: CMESG/GCEDM, 2003, p. 3-14.

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. C. Content Knowledge for Teaching: What make it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008

GARNICA, A. V. M. Estacas em paisagens móveis: um ensaio a partir da narrativa de três professores de Matemática. In: Maria Laura Magalhães Gomes; Inês Teixeira; Wagner Auarek, Maria José. (Org.). *Contar e Viver: experiências e práticas de professores de Matemática*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011, p. 329-345.

LARROSA BONDÍA, J. *Pedagogia Profana*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006

LINS, R. C. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. Rio Claro: Editora UNESP, 1999. p. 75 – 94.

The production of meaning for Algebra: a perspective based on a Theoretical Model of Semantic Fields. In: SUTHERLAND, R. et al. *Perspectives on School Algebra*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001. p. 37-60.

MA, L. *Saber e Ensinar Matemática Elementar*. Lisboa: Gradiva, 2009.

MOREIRA, P. C. O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica. 2004. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

Formação Matemática do Professor da Escola Básica: Qual Matemática? In: Cunha, A. M. O.; Mortimer, E.F.; Aguiar Jr, O.; Nascimento, S.S.; Fonseca, M.C.F.R.. (Org.). *Convergências e Tensões no Campo da Formação e do Trabalho Docente: Educação Ambiental, Educação em Ciências, Educação em Espaços não-escolares, Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2010, p. 675-693.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. *Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores*. Zetetikè, Campinas, v.11, n.19, p. 57-80, 2003.

A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

-
- Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: some conflicting elements. *Journal of Mathematics Teacher Education*, New York, v.11, n.1, p. 23-40, 2008.
- ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, New York, v.8, n.3, p. 255-281, 2005
- ROWLAND, T. Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. In P. Sullivan and T. Wood (Eds.) *International handbook of mathematics teacher education: vol.1. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development*. Rotterdam: Sense Publishers, p. 273-298, 2008
- VIOLA DOS SANTOS, J. R. Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática. 2012. 360p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

16

LEITURAS SOBRE SEMINÁRIO COMO PRÁTICA DE ENSINO DE UMA LICENCIATURA EM CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

Edson Pereira Barbosa ¹

INTRODUÇÃO

Este capítulo é uma parte de nossa tese de doutoramento (BARBOSA, 2012), intitulada “Leituras sobre processo de implantação de um curso de licenciatura por área do conhecimento” e desenvolvida sob orientação do professor Romulo Campos Lins. Integrado às ações do grupo *Sigma-T*, esse trabalho tem a ambição de *contribuir para uma compreensão de práticas com a intenção de criar um novo paradigma para a formação do professor de Matemática*.

Em 2006, por meio do Programa de Expansão Universitária foi criado o Campus Universitário de Sinop da UFMT, em Sinop (500 km de Cuiabá) região Norte do Estado de Mato Grosso. Entre os cursos a serem implantados estava o de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática (CCNM), que tinha como proposta curricular a formação inicial de professores de Ciências Naturais e Matemática por área do conhecimento, a partir de uma proposta metodológica interdisciplinar.

O CCNM habilita professores para ministrar aulas de Ciências e matemática para os anos finais do ensino fundamental e, de Física, ou Matemática, ou Química para o ensino médio. Tem duração de quatro

¹ Professor na Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT – Campus de Sinop, Doutor em Educação Matemática no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro.

anos, dividido em oito módulos, um por semestre, com aulas no período noturno.

O aluno ao se inscrever escolhe uma das três opções de habilitação específica oferecidas pelo curso: Licenciatura e Naturais e Matemática: Física, Licenciatura e Naturais e Matemática: Química e Licenciatura e Naturais e Matemática: Matemática, este último será objeto de nosso trabalho.

O currículo do curso possui duas estruturas complementares uma Formação Comum cursada pelos alunos ingressantes das três habilitações e uma Formação Específica, organizada em quatro módulos semestrais, com duração de dois anos, cursada pelos alunos conforme a escolha no momento de ingresso.

Em particular apresentamos resultados de nossa leitura sobre o processo de implantação de trezentas horas de Prática de Ensino no curso de licenciatura em Ciências Naturais e Matemática na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Campus de Sinop, a partir de um componente curricular, **Seminários de Práticas Educativas (SPE)**. Esse componente tem como objetivo, dentro do Projeto Pedagógico do Curso (PPC) do referido curso, por meio da prática investigativa, produzir conhecimento científico, estabelecendo suas relações com os conhecimentos contextualizados e desenvolver uma postura investigativa e reflexiva a partir de estudos sobre o fazer pedagógico.

A importância dessa discussão é reforçada porque, em 2012, muitas instituições de ensino estavam avaliando as primeiras experiências da implantação da Prática de Ensino como Componente Curricular em atendimento à legislação que orienta e rege os cursos de licenciaturas (resoluções CNE 1/2002 e CNE 2/2002). Como este componente

curricular ainda não está formatado pela tradição dos cursos de formação de professores, entendemos que é relevante conhecermos e analisarmos as experiências implantadas, a fim de constituir um panorama que nos permita compreender os significados produzidos para a Prática de Ensino nos cursos de licenciatura do país.

Na tentativa de compreender os significados desenvolvidos a respeito de aprender conteúdos e aprender a ensinar os conteúdos através da prática investigativa, realizamos uma *leitura plausível* sobre o que os envolvidos na atividade efetivamente dizem sobre SPE.

O conceito de **leitura plausível** é definido por Lins (1999, p. 93) como “toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível”.

Nesse processo de conhecer SPE primeiro, parafraseando Lins (1999, p. 85) assumimos que *não sabemos como Seminário, no curso de licenciatura em Ciências Naturais e Matemática é; precisamos saber. Não sabemos onde está (sabemos que está em algum lugar); precisamos saber onde está para que possa ir até lá falar com os envolvidos na atividade de implantação do curso.*

Para saber como esta experiência de Seminário como Prática de Ensino tem sido desenvolvida, escolhemos esboçar, a partir das falas de professores e alunos da primeira turma do curso, uma trajetória desse componente no período de agosto de 2006 a julho de 2010. A escolha desse período temporal é justificada por entendermos que analisar o currículo de uma turma do início ao final do curso nos permite compreender o currículo como processo, envolvendo uma multiplicidade de relações. Segundo Sacristan (2000) essas relações podem ser abertas ou tácitas, em diversos âmbitos, que vão desde

prescrição a ação, das decisões administrativas, da proposição às práticas pedagógicas e até a avaliação dessa experiência.

Organizamos um conjunto de estratégias metodológicas. No qual para ouvir os envolvidos na atividade, realizamos **oito entrevistas**: com três professores elaboradores das propostas de Seminário identificados por Rinaldi, Saleti e Vinicius; com três professores implantadores da proposta identificados por Beth, Felício e Rubens; e dois alunos da primeira turma de Matemática do curso de Ciências Naturais e Matemática da UFMT/Sinop identificados por Aline e Renato.

Em seguida, procuramos conhecer e analisar os **documentos** citados por nossos entrevistados: dois PPC de Ciências Naturais e Matemática elaborados pelos professores da UFMT/Cuiabá, um em 1992 e outro em 2000; documentos produzidos pelos docentes do Campus de Sinop: o PPC do curso de Sinop, implantado em 2006, planos de ensino de Seminários, anotações e atas de reuniões de planejamento de SPE, anotações livres realizadas em caderno de campo; documentos produzidos na atividade de Seminário no curso: portfólios de alunos da primeira turma, relatórios de SPE elaborados pelos alunos; relatórios de avaliação dos Seminários elaborados pelos professores e um artigo publicado por professores do curso, Grunennvaldt et. al. (2010). Além disso, realizamos **observações in locu** e **conversas informais** com professores e alunos.

No exercício da leitura plausível das entrevistas e documentos, mobilizamos noções do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), Lins (1999 e 2008). As outras referências que tratam de questões relacionadas a currículo, formação de professores e educação científica, foram selecionadas à medida que realizamos a leitura dos documentos e das

entrevistas procurávamos compreender as legitimidades indicadas por nossos depoentes.

Ao ler as entrevistas, não estamos olhando se definições ou falas são melhores ou piores, mas produzindo significados para falas (de professores e alunos envolvidos no processo) de modo a indicar justificações que entendemos torná-las coerente para o sujeito da enunciação. Essas falas ao mesmo tempo constituem as coerências, se apresentam como pertencente a um horizonte cultural legítimo para o texto que produzimos.

Para analisarmos a proposta curricular de SPE nos inspiramos no modelo de interpretação do currículo como algo construído no cruzamento de influências e campos de atividade diferenciados inter-relacionados, segundo Sacristán (2000)². Para esse autor:

Os currículos são a expressão do equilíbrio de interesses e forças que gravitam sobre o sistema educativo num determinado momento, enquanto que através deles se realizam os fins da educação no ensino escolarizado. [...] O currículo, em seu conteúdo e nas formas através das quais se nos apresenta e se apresenta aos professores e alunos, é uma opção historicamente configurada, que se sedimentou dentro de uma determinada trama cultural, política, social e escolar; está carregado, portanto, de valores e pressupostos que é preciso decifrar (SACRISTAN, 2000, p. 17)

Adotamos, ainda, como referência os níveis ou fases de subjetivação do currículo propostos por Sacristán (2000, p. 104-105):

Currículo prescrito – em todo sistema educativo existe algum tipo de prescrição, são os aspectos que atuam como referência na ordenação do

² Os níveis ou fases na objetivação do significado do currículo segundo Sacristán (2000, p.104-5) são:

sistema curricular servindo como ponto de partida para a elaboração de materiais, controle de sistema, etc.

Currículo apresentado aos professores – série de meios elaborados por diferentes instâncias que costumam traduzir aos professores o significado e os conteúdos do currículo prescrito.

Currículo moldado pelos professores – como agente ativo, o professor molda a partir de sua cultura profissional, qualquer proposta que lhe é feita, intervindo na configuração dos significados das propostas curriculares.

Currículo em ação – é na prática, guiada pelos esquemas teóricos e práticos do professor, concretizando-se nas tarefas acadêmicas, as quais, como elementos básicos, sustentam o que é a ação pedagógica, que podemos notar o significado do que são as propostas curriculares.

Currículo realizado – como consequência da prática se produzem efeitos complexos dos mais diversos tipos: cognitivo, afetivo, social, moral, etc. são observados por serem considerados “rendimentos” valiosos e proeminentes do sistema ou métodos pedagógicos.

Currículo avaliado – através dele se reforça um significado definido na prática do que é realmente. Pressões exteriores levam a ressaltar na avaliação aspectos do currículo talvez coerente, talvez incongruentes com os propósitos de quem prescreveu o currículo, de quem o elaborou, ou com os objetivos do próprio professor.

Depois, ainda parafraseando Lins (1999, 85), *para que possamos nos entender e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de irmos a lugares novos*, ressaltamos elementos que nos sugerem caracterizar Seminários, conforme desenvolvido no curso de Ciências Naturais e Matemática de Sinop, como exemplo de espaço comunicativo para experimentar a diferença Lins (1999 e 2008)

Feitas essas leituras, indicaremos como perspectiva teórica, para fundamentar um projeto de formação inicial de professores, aproximar a noção de espaço comunicativo de Lins (1999, 2008) com a proposição de espaço híbrido na formação inicial de professores de Zeichner (2010).

TRAJETÓRIA DO CURRÍCULO SEMINÁRIOS COMO PRÁTICA DE ENSINO

Desde 2002, a legislação que orienta e rege os cursos de licenciaturas (Resolução CNE 1/2002 e CNE 2/2002) prescreve a Prática como Componente Curricular com carga horária de 400 horas, separada da carga horária de Estágio Supervisionado a ser desenvolvida desde o início do curso. A Resolução CNE/CP 1, de 18 de fevereiro de 2002, trata da Prática de Ensino e Estágio Supervisionado nos artigos 12, 13 e 14. O texto é abrangente quanto às possibilidades de se instituírem propostas inovadoras e alternativas de modo que o futuro licenciado tenha experiências profissionais no momento de sua formação inicial. No parecer CNE/CP 28/2001, **a prática como componente curricular** é definida como uma atividade flexível a fim de dar conta dos múltiplos modos de ser da atividade acadêmica científica. Ainda segundo o referido parecer, a prática deve ser planejada e desenvolvida em articulação intrínseca com o estágio supervisionado e com as atividades de trabalho acadêmico, concorrendo conjuntamente para a formação da identidade do professor como educador.

A ideia de Seminário como prática desenvolvida no âmbito do Curso de Ciências Naturais de Sinop é uma apropriação de uma proposta que vem sendo formatada por um grupo de professores da UFMT desde 1992³, quando foi elaborada e aprovada uma proposta de curso de licenciatura interdisciplinar e por área de conhecimento, a ser implantada na cidade de Aripuanã (MT). Esta primeira versão do curso não foi executada, devido à crise das universidades federais na década

³ Em nossa tese doutorado há um capítulo dedicado a contar a história das ideias deste curso.

de 90 do século passado, mas é considerada por nossos depoentes a versão original do projeto.

Este primeiro projeto SPE tinha como objetivo, na formação inicial de professores, desenvolver e conciliar o aprendizado dos conteúdos e o aprender a ensinar os conteúdos, através do exercício da pesquisa educacional do professor que investiga a própria prática e reflete sobre e na ação de estar em atividade pedagógica, seja como aluno, ou docente.

Entre 2000 e 2008, esse projeto reelaborado e executado como curso de requalificação de professores da rede estadual de educação para a área de ciências naturais e matemática. Nesta experiência Seminários tiveram a função de realizar a integração entre os espaços de formação do professor a universidade e a escola.

O curso tinha as atividades em serviço, eles vinham para esses momentos presenciais. Vivenciavam, aqui, uma série de coisas e construíam uma série de conceitos, no âmbito dos conteúdos que eram trabalhados. Eles voltavam para suas escolas e, de alguma maneira, trabalhar isso nas suas escolas. A gente sugeria, eles faziam através de um trabalho de campo, de um diagnóstico. A cada momento tinha alguma coisa para eles desenvolverem de acordo com aquilo que foi trabalhado no módulo. [...]. Depois eles voltavam com as informações, com a vivência que tiveram e vinham comungar isso conosco e com os pares, o que a gente chamava de Seminário. A cada Módulo, seguia um momento de atividade em serviço e um seminário, que era justamente para fechar o processo. Então todo módulo fechava com um seminário. E esse seminário era um momento de experimentação, ou de aprofundamento e, também, um momento de comunhão de resultados. Resultados de quê? Daquela experiência que eles tiveram, e deveriam estar realizando enquanto professores. Eu acho que isso foi, assim, o que de mais importante houve nesse curso, nos possibilitou acompanhar os resultados imediatos de como eles (alunos-professores) mexiam com a escola. (SALETI)

Em 2006, por ocasião da implantação do curso em Sinop, os professores contratados para implantação do curso de licenciatura em Ciências Naturais e Matemática, receberam uma formação junto aos professores elaboradores e executores da proposta de Cuiabá e, a partir desta formação, constituíram outro PPC. Como nos conta a professora Beth, “tinha o curso em Cuiabá, mas esse curso deveria ter a cara daqui de Sinop, um curso para alunos em formação inicial, não para professores em serviço como em Cuiabá, e nós tivemos que fazer mudanças, então esse foi um exercício, um esforço muito grande.”

No currículo modelado pelos professores de Sinop, Seminário é entendido como Prática como Componente Curricular (PCC), “concebido na indissociável relação teoria/prática e o princípio da construção histórica e interdisciplinar do conhecimento, desenvolvidos através de atitudes investigativas e reflexivas da prática educacional, com vistas a dar à teoria sentido menos acadêmico e mais orgânico” (UFMT, 2006, p. 26).

Nesta proposta de Seminário, a prática investigativa, como meio *tanto* para aprender o conteúdo *quanto* para aprender a ser professor tem um duplo papel: desenvolver uma prática de produção do conhecimento científico e suas relações com os conhecimentos contextualizados e desenvolver a postura investigativa e reflexiva a partir de estudos sobre o fazer pedagógico.

A Prática como Componente Curricular está organizada da seguinte forma. Parte da carga horária de Prática, independente da habilitação específica (Física, Matemática e Química), é desenvolvida em Seminários de Prática Educativa (SPE), com carga horária total de 300 (trezentas) horas distribuída ao longo dos seis primeiros semestres do curso, 50 horas por semestre. Aonde busca “desenvolver ao longo do

curso de formação de professores, atividades teóricas-práticas que articulem as atividades de formação específica e pedagógica, assumindo, portanto, um caráter coletivo e interdisciplinar” (UFMT, 2006, p. 92).

A outra parte da carga horária de PCC, é destinada para atender às demandas específicas de cada habilitação está proposta da seguinte forma: 120 horas divididas em quatro semestres, do quinto ao oitavo módulos, com o nome de Prática de Ensino de Física (PEF), na habilitação em Física; 120 de Prática de Ensino de Química (PEQ), na habilitação em Química e na habilitação em matemática de 180 horas divididas em quatro semestres, do quinto ao oitavo módulos, com o nome de Tendências em Educação Matemática (TEM). Totalizando assim uma carga horária de 480 horas de Prática de Ensino, cuja distribuição da carga horária por componente curricular pode ser representada pelo quadro abaixo:

Distribuição da Carga Horária de Prática de Ensino como Componente Curricular no CCNM			
	Período Curricular	Componente Curricular	Carga Horária
FORMAÇÃO COMUM	Módulo I	SPE I	50 horas
	Módulo II	SPE II	50 horas
	Módulo III	SPE III	50 horas
	Módulo IV	SPE IV	50 horas
FORMAÇÃO ESPECÍFICA	Módulo V	SPE V	50 horas
		TEM I	45 horas
	Módulo VI	SPE VI	50 horas
		TEM II	45 horas
	Módulo VII	TEM III	45 horas
	Módulo VIII	TEM IV	45 horas

Neste capítulo, como já disse antes, nos limitaremos a discutir o currículo de SPE. Nos quatro primeiros módulos, a turma é composta

por alunos das três habilitações do curso (Física, Matemática e Química) e um professor é responsável pelos encaminhamentos das atividades de cada Seminário, cabendo a ele apresentar a proposta, discutir e orientar os alunos nas escolhas dos temas a serem investigados naquele semestre, bem como orientar a elaboração dos projetos. Dependendo do assunto, o professor do Seminário encaminha os alunos ou solicita ajuda de outros docentes para orientação específica de algum trabalho. Por exemplo, um grupo queria investigar o uso de fitoterápicos por moradores de um bairro de Sinop (MT) e, para isso, obteve a orientação com um professor da área de farmácia, mesmo este professor não ministrando aulas na licenciatura.

Nos três primeiros semestres, os trabalhos de SPE são desenvolvidos por alunos organizados em grupos de três a cinco componentes, já do quarto até o sexto módulo os trabalhos são realizados individualmente.

No quinto e sexto módulos, os alunos são divididos por habilitação, o professor que orienta e acompanha o aluno nas atividades de Estágio Supervisionado mantém diálogo intenso com o docente responsável pela coordenação/orientação dos trabalhos de SPE que, geralmente, estão relacionados com a experiência da prática de sala de aula desenvolvida pelos alunos no Estágio Supervisionado.

Observamos que nesta proposta os conteúdos são escolhidos a partir do diálogo entre alunos e professores; nesse sentido, a flexibilidade do currículo se revela na perspectiva do professor como gestor do currículo. Um exemplo dessa flexibilidade e autonomia de gestão curricular ocorreu ao final do módulo V, no segundo semestre de 2008. Os alunos, em atividades de estágio supervisionado constatarem que nas escolas estão mudando a forma de organização curricular de série

para ciclos de formação humana e elegeram “A Escola Organizada por Ciclos de Formação Humana” como tema do próximo Seminário. Neste caso o currículo de PPC procurou atender às demandas formativas específicas do grupo alunos que estava vivendo o processo naquele momento. Aline fala que:

No seminário do sexto módulo, para entender o que estava acontecendo na escola estudei sobre a escola ciclada. O que era o ciclo? Quais as vantagens desvantagens? Montei um artigo, sobre a escola ciclada e a escola seriada em Mato Grosso, tanto que rendeu um artigo legal, publiquei no Seminário de Educação, na UFMT em Cuiabá. Fui lá, no dia da apresentação, rendeu muita discussão, tinha muita gente interessada, conversando e perguntando. (ALINE)

Observamos que Aline, ao ter sua demanda legitimada, se coloca como protagonista do processo de seu aprendizado, ela queria saber o que estava acontecendo, por isso estudou, escreveu um texto e publicou suas produções, discutiu com outras pessoas que estavam interessadas no assunto. Nos termos do MCS ela se sentiu imersa nos modos de produzir significados do professor investigador.

Outro exemplo de gestão curricular ocorre quando não é possível desenvolver o trabalho e elaborar uma síntese em um semestre, nesses casos, se um aluno ou grupo de alunos continuam interessados em estudar o tema, é negociada com o orientador e/ou professor coordenador a continuidade ou verticalização do conhecimento de um projeto.

Como exemplo de estudo continuado, observamos o percurso de uma aluna que se dedicou a compreender diferentes aspectos sobre o lúdico na relação ensino-aprendizagem. Ela estudou as “Atividades lúdicas e ensino-aprendizagem de ciências e matemática segundo um

grupo de professores”, em Seminário IV; no semestre seguinte, conciliou seu projeto de Seminário V com as atividades de Estágio Supervisionado e no projeto “Atividades lúdicas no ensino de geometria” elaborou, aplicou e avaliou uma sequência didática durante sua regência em Matemática em duas sextas séries. Em Seminário VI desenvolveu o projeto “EJA – Oficinas – Momento Lúdico ou Problema?”, no qual faz uma reflexão sobre seu fazer pedagógico durante sua regência de Ciências em uma turma de Educação de Jovens e Adultos. Dando continuidade, desenvolveu um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), no qual discutiu “O Lúdico e a Experimentação no Ensino de Química”.

A comunicação interna dos resultados dos trabalhos é realizada em um momento de socialização, no qual todos, professores e alunos do curso, apreciam, discutem e avaliam os trabalhos realizados no semestre. Neste momento, são dadas sugestões de desdobramentos para os trabalhos tais como: indicação para publicação em eventos científicos, apresentação do trabalho à comunidade investigada e ou outras indicações.

Permitir aos docentes e discentes o exercício de um papel ativo na gestão do currículo – como acontece nos SPE –, contribuiu para que sejam produzidos conhecimentos profissionais, tanto por professores em formação inicial como por professores formadores. Segundo Serrazina & Oliveira (2001), desenhar e conduzir investigação torna-se um novo modo de refletir sobre os alunos, a mudança e sobre seu próprio fazer pedagógico.

Para compreender os currículos realizados e avaliados procuramos conhecer de que forma estes trabalhos foram articulados, verificamos que não seria viável analisar o currículo de cada aluno da turma,

tomamos como exemplo os currículos de nossos dois alunos depoentes (Aline e Renato) e, realizamos leituras pontuais dos 26 conjuntos de portfólios dos alunos da turma. Para que o leitor tenha uma referência do currículo individual de Seminário elaboramos um quadro-resumo com os títulos dos trabalhos de Seminários de Aline e Renato.

	Aline	Renato
SPE I	O uso do quintal como fonte de renda familiar	O Caramujo Africano (<i>Achatina fulica</i> Bowdich, 1822) no município de Sorriso/MT-Brasil
SPE II	Terra e Universo em livros didáticos de 5ª a 8ª séries	A experimentação em livros didáticos de ciências de 5ª a 8ª séries
SPE III	Por que a água congela 0°C?	Por que a água congela 0°C?
SPE IV	Dificuldades encontradas na aprendizagem de matemática por alunos da 3ª fase do 2º ciclo.	Estratégias que os professores de matemática e ciências usam para tornar suas aulas motivadoras
SPE V	Atividades experimentais em aulas de ciências.	O que os alunos pensam a respeito dos estagiários?
SPE VI	Escola Ciclada <i>versus</i> Escola Seriada em Mato Grosso	Escola Ciclada: O que pensam os professores?

Ao observarmos o quadro acima, no sentido vertical, percebemos que, cada um dos alunos, construiu um currículo próprio, tendo em comum a experiência da pesquisa e o ambiente de discussão. Para acompanhar a construção de cada uma dessas trajetórias formativas empreendemos, a partir das entrevistas, uma leitura dos relatórios de trabalho e das reflexões sobre os seminários constantes em seus portfólios.

APRENDER O CONTEÚDO ATRAVÉS DA INVESTIGAÇÃO EM SEMINÁRIOS

No texto do currículo modelado pelos professores para SPE, a prática investigativa tem a função de desenvolver uma produção do

conhecimento científico e estabelecer relações desse último com os conhecimentos contextualizados. Mas ao observar o currículo executado e o currículo avaliado, procuramos entender *o que as pessoas efetivamente dizem que estão fazendo*, procuramos conhecer suas legitimidades sobre **pesquisa** nas atividades de SPE.

Uma direção pode ser observada a partir da fala de Rubens, quando fala de suas expectativas como professor e matemático em Sinop.

Eu esperava que talvez eu pudesse produzir matemática pura, ou até aplicada com outros profissionais, mesmo sem ter o curso de matemática bacharelado em matemática pura ou matemática aplicada. E, talvez um aluno que tenha aptidão para isso venha trabalhar comigo. Até então eu não achei esse aluno. A princípio, alguns que falam que quer, mas no fundo não quer. Por isso, eu falo que o curso aqui realmente conquista o aluno a trabalhar com a educação, com o ensino, isso é muito bom. Que eu vejo aqui, não vou dizer cem por cento, mas noventa e cinco por cento dos alunos aqui, eles falam em ensino, eles não conversam em matemática. Eu falo de matemática, você entende, é a matemática pura, é a matemática do matemático. A minha expectativa aqui era que eu pudesse trabalhar teoria matemática, a minha ideia quando vim para cá era ficar estudando matemática pura e até então o que me foi apresentado foi, estudar história das ciências, e peguei e gostei, foi muito bom, isso para o ensino. Mas, quem tem um ótimo material e deve está gostando muito é o pessoal do ensino, porque eu não vejo quase ninguém da matemática, da física, da química, vou dizer até mesmo da biologia da parte mais específica, fazendo junção do trabalho com aluno e suas ideias de pesquisa. (RUBENS)

A fala de Rubens nos sugere que os docentes das especialidades científicas (Biologia, Física, Matemática, Química), como não contam com um curso de bacharelado, têm a licenciatura como alternativa para conciliar a atividade de docente, no sentido de ministrar aulas, com a atividade de pesquisa em temas de suas especialidades e interesses.

Nessa direção a expectativa é de que ao orientarem trabalhos de Seminário, parece ter sido de que esta atividade se constituísse em possibilidade de imersão de alunos nos modos legítimos de produção significados das ciências específicas, no sentido de praticar a atividade do cientista profissional em física, matemática ou química. Mas, nas palavras de Rubens, os professores dessas áreas tiveram suas expectativas frustradas porque do modo que foram encaminhados os SPE, “o curso conquista os alunos para trabalhar com educação”. Como esclarece Rubens.

Uma coisa que vejo que aqui em relação a educação, o ensino em si o ensino de ciências, o ensino de matemática, o ensino de física, o ensino de química, principalmente ensino de ciências está sendo muito forte em relação a orientação de alunos, os projetos que tem por aí, os alunos que estão fazendo iniciação científica, todos eles, com alguma exceção, estudo de iniciação científica, ou projeto de extensão, ou alguma coisa, voltado para educação. Mesmo os alunos que estão estudando matemática com o Mazílio e eu que estou entrando no grupo, têm projetos paralelos em educação.

(RUBENS)

A fala de Rubens ao dizer que “ensino de ciências está sendo muito forte em relação a orientação de alunos”, nos chamou a atenção para a quase ausência de trabalhos que problematizaram conteúdos matemáticos. Na primeira turma, nos seis Seminários, em apenas dois trabalhos (“modelos matemáticos sobre crescimento de aves” e “fractais”) os alunos propuseram problematizar conteúdos matemáticos e procuraram entendê-los como processo. Na quase totalidade dos trabalhos, a matemática é concebida como conhecimento pronto a ser aplicado nas ciências naturais, ou em conhecimento pronto para o qual deve-se encontrar meios para facilitar seu ensino.

Para Rubens os professores da área de ensino tomam SPE como um espaço de formação científica em Ensino de Ciências e Educação Matemática. A fala seguinte de Felício também nos sugere uma legitimidade nessa direção.

Os doutores trazem, mesmo não sendo da área de educação, pelo fato de serem docentes e terem o título, eles trazem os projetos, conseguem aprovar os projetos, Tanto que não temos projetos da área de educação, seja de extensão, de pesquisa, se a gente olhar a produção, a produção no contexto do curso. A organização das publicações dos estudantes, seja de Semiedu⁴, a SBPC⁵, a Congressos Internacionais, que hoje vem se dando, é com relação a estágio supervisionado, com relação a seminário. (FELÍCIO)

A partir destas podemos inferir que, como o grupo de professores da área de ensino, é constituído por mestres, tem mais dificuldades em aprovar projetos de pesquisa com financiamento externo e conseguir bolsas de iniciação científica. A alternativa é que Seminários seja o espaço para o exercício da iniciação e da orientação científica em ensino de ciências e educação matemática, com vista a inserir o sujeito nos modos de produzir significados entendidos como legítimos pelo projeto político cultural da comunidade de pesquisadores em educação científica e matemática.

As direções até aqui observadas são de pesquisa no sentido da formação acadêmica, em ‘ciências puras’ ou em educação, ensino. Mas há outra direção que pode ser observada no trecho de entrevista abaixo:

Quando a gente encaminha um seminário para orientação, isso tem gerado frustração, não sei se você sentiu isso. Por exemplo, se o tema é água, o

⁴ Seminário de Educação – Semiedu, organizado anualmente, no mês de dezembro, pelo programa de pós-graduação em educação do Instituto de Educação da UFMT/ Campus de Cuiabá, em Cuiabá.

⁵ Reunião anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência – SBPC.

orientador é o sujeito que vai se dando a pesquisar água. Se o tema é da área de que tem haver com inseto, vai para o sujeito que pesquisa insetos. Mas a questão é que o professor na educação básica, não é um sujeito com essa pontualidade de especialização, ele é um sujeito que lida, e deve lidar, com uma complexidade de conhecimentos em termos de transitar entre saberes que é muito maior do que a especialidade da universidade. Você não encontra na educação pública o professor de álgebra, não encontra o professor que trabalha só com bioquímica, ou só com química orgânica, não encontra o professor de física que trabalha só com eletromagnetismo. Não quero nem pensar no termo. Mas pergunto, onde é que a gente fugiu da transposição didática? Transposição didática não deveria ser um lócus desse curso, do Seminário? Estou levantando uma questão: Como problematizar esse conhecimento morto? Esse é o problema a ser encaminhado no Seminário. (FELÍCIO)

A fala de Felício nos informa que quando a orientação ocorre no sentido da verticalização do conhecimento científico da especialização tem gerado outro tipo de frustração, relacionado à formação de professores da educação básica.

No trecho da entrevista apresentado acima, Felício cita explicitamente, sua crítica a especialidades da biologia, da química, da matemática e da física, mas ao falar de especialidade da universidade, esta distinção se estende à área da educação. E pode ser dito da seguinte forma *na escola não encontramos o professor que trabalha só com epistemologia das ciências, ou só com história da matemática*. Nesse entendimento, não basta adotar como referência de uma legitimidade científica especializada (em ciências puras ou educação) na orientação dos trabalhos de seminário para que ocorra a formação do professor pesquisador, que irá atuar na educação básica.

Pois a direção *de formação professor pesquisador investigador* ou *reflexivo*, aqui enunciada é no sentido da investigação empírica, nas

quais os futuros professores procuram compreender problemas práticos do dia-dia. O que segundo Garcia (1999) é um tipo investigação do professor que exige a apresentação de um problema, a recolha, análise e interpretação de dados para a sua resolução. E se distingue da investigação conceitual, entendida como um trabalho de reflexão teórico-filosófico onde se analisam ideias e conceitos.

Esses significados de pesquisa na formação do professor, enunciadas a respeito da atividade desenvolvidas no SPE, nos sugerem que este componente, é uma novidade imposta pela legislação, é um espaço do currículo que ainda não foi loteado. A negociação por parte dos professores é motivada por duas disputas tomadas como antagônicas nas licenciaturas: ensino como ciência pronta *versus* ensino como redescoberta e; formação científica *versus* formação pedagógica.

Ocorre assim uma disputa relacionada a compreensões sobre esses possíveis significados produzidos para educação científica, na qual se discute se o ensino deve ser realizado numa abordagem em que os resultados são comunicados como ciência pronta, ou numa perspectiva de ciência como processo, como redescoberta.

Outra disputa se dá na determinação de qual o modo de produção de significados deve ser tomado como legítimo na formação de professor de Matemática: se essa formação deve se dar pela iniciação científica, entendida como uma formação para análise de ideias e conceitos em “ciências e matemática”, ou pelo “ensino de ciências e educação matemática”, no qual a prática investigativa deve ser a do professor pesquisador da própria prática, como exposto por Garcia (1999).

Felício indica em entrevista uma direção que ele considera capaz de constituir uma proposta pedagógica que poderia promover uma

formação inicial do professor e que o aprender e ensinar não ocorreriam de formas dicotômicas.

Estou acompanhando os estudantes de estágio. Os alunos [da escola] pedem avanço. De repente um aluno pergunta: “Professor por que na bula do remédio aí, aparece nitrato?” Nitrato de Buthilhidroxi não sei do quantas mais, ela sabe que aparece o nitrato, leu a bula, ele tem um problema em casa, tem um tratamento, tem um acompanhamento, tem uma tensão, tem um financiamento necessário para essa droga, que talvez seja na casa dele, ou na casa de outro, para acompanhar um processo orgânico. Você quer lugar melhor para trabalhar um livro didático!? Aí o estágio é muito finito, tempo determinado, e aí, talvez no sétimo [módulo] com os minicursos, seria um viés bacana para problematizar! Para depois trazer, para construir junto com os alunos, ir e voltar, não como feira de ciências. Eu digo assim: “Vai lá na universidade, bate lá na porta da coordenação, na minha porta, bate na porta da direção do instituto e diz assim, “Oh! Tô com esse problema na escola tal, tem u professor que pode ver isso?” Seja o que for, seja para entender porque coca-cola e café dá problema, qualquer coisa, mas o sujeito que quer ser orientado a responder a pergunta que fez. Mas tem que ser diferente, ter um tempo de separar as partes, olhar o que é esse todo, juntar tudo de novo e dizer assim: “Era isso? Não, não era isso. Então vamos começar tudo de novo, né. Isso seria problematizar o conhecimento morto. E seminário pode ser este lugar. E, às vezes, tem sido. (FELÍCIO)

Na fala de Felício, observamos que algumas práticas produzidas em SPE inovam a formação inicial do professor de Matemática, ao conduzir a imersão do futuro professor nos modos considerados legítimos de produção de significados do professor, assumidos neste projeto. Ao aprender o conhecimento científico a ser ensinado e o modo considerado legítimo de ensinar os conteúdos, são exercitados – a partir de questões que o professor em formação indica – o transitar entre diferentes modos de produção de significados considerados legítimos

(pela escola, pela academia, pela rua), a partir da problematização do conhecimento morto.

Para conceituar Educação em Ciência, Argüello (2005) diz que é muito importante fazer uma separação entre a Ciência Viva, como processo e a Ciência Morta como informação. Para ele,

CIÊNCIA MORTA. Ela pode ser acumulada em prateleiras de bibliotecas, em arquivos digitais, na memória do povo: são leis, princípios, teoremas, demonstrações, teorias. São os restos do processo, as cinzas de uma fogueira que pode tornar-se novamente chama, processo. Estas cinzas podem também permanecer frias, mortas, estáticas, classificadas e arquivadas por longos períodos, talvez para sempre. (ARGUELLO, 2005, p. 30)

Para este autor fazer ciência é um processo construtivo, e no processo de educação científica, a partir da ciência como processo, a ciência morta é considerada como material de construção para reinvenção da ciência em contexto restrito.

O processo de fazer ciência é um processo construtivo, e como tal, precisa de material de construção, de nutrientes, de combustíveis. Uma boa parte deste material é fornecida pelos arquivos, pelos depósitos onde descansa a Ciência Morta. Ciência Morta, mas útil, como as cinzas do incêndio no cerrado.

Na Ciência, o processo pode ser considerado em duas etapas, ou dois contextos, o contexto da descoberta e o contexto da validação.

No contexto da descoberta, a procura da resposta criativa, do *insight*, ou iluminação, muitas vezes é alcançada em forma não consciente, não linear, bem longe do que se chama “método científico”. No contexto da validação, a metodologia formal utilizada possui uma linguagem própria, em geral matemática, a solução proposta é testada em forma controlada, laboratorial, e a sua divulgação, entre especialistas, colegas, mestres,

cientistas, é uma necessidade importante e imprescindível que encerra este processo. Estas características podem ser vivenciadas tanto na escola por nossos alunos, em forma simples, ou pelos grandes especialistas, em laboratórios custosos, sofisticados, à beira da ficção.

No caso do cientista profissional, o resultado do processo criativo deve ser de originalidade “absoluta”, universal, isto é, jamais antes proposto.

No caso do aluno, o resultado do processo criativo científico deve trazer novidade para ele, para seus colegas e professores, para o meio que o rodeia, podendo ser, então, a sua originalidade restrita, e este resultado ser uma re-descoberta. (ARGÜELLO, 2005, p. 30-31).

Segundo Arguello (2005, p. 29) “a Ciência é um processo criativo, portanto produz resultados, conhecimentos, que foram ou irão ser assimilados pela humanidade, mas que isolados do processo da sua construção não são Ciência, porque não são mais processo.”

Destacamos aqui que há uma aproximação desta proposta, com desenvolvimentos do MCS, no sentido de que tanto Argüello quanto Lins entendem que o conhecimento é produzido na atividade. Nos termos do MCS, “conhecimento é do domínio da enunciação e do enunciado: não há conhecimento em livros” (LINS, 2008, p. 541)

Tanto nas entrevistas como nos relatórios e nas reflexões individuais os alunos entrevistados (Aline e Renato), destacaram como relevante o exercício de desenvolver atividades de investigação e diálogo com diferentes modos de conhecer, aplicar os conhecimentos e de explicar os fenômenos.

Por exemplo, no relatório de Seminário III (Por que a água congela 0°C?), há destaque para a importância do trabalho do grupo no laboratório de química, anunciam que, além da “descoberta”, aprenderam sobre calorimetria, e sobre a pesquisa experimental, sobre o envolvimento e a experiência de participar do processo de fazer

ciência, do ponto de vista metodológico. Assim como, quase todos os alunos, indicaram dificuldades com a modelagem matemática. “Senti dificuldade em conseguir colocar os dados dos experimentos em fórmulas matemática, pois não consegui visualizar essas fórmulas e nem compreender como construí-las” (ALINE).

Em nossa leitura, ao adotar ciência como processo no ensino de ciências em SPE, principalmente nos quatro primeiros módulos, à medida que os alunos experimentam o processos de produção de conhecimentos referendados pelas “ciências empíricas”, realizado atividades de redescoberta, ou descobertas restritas, têm a oportunidade de se apropriarem de certos modos de produção de significados entendidos como legítimos em relação ao projeto político e a cultura das ciências naturais.

Também observamos que a articulação entre o eixo temático do módulo e os conteúdos abordados nos Seminários, têm possibilitado o exercício de desenvolver um trabalho sobre um tema de modo, além das disciplinas. Segundo Felício permite que os conteúdos disciplinares, sejam estudados “não mais olhadas nos limites da disciplina, mas buscando compreendê-las no raio de possibilidades e de compreensão que se abrem em relação ao assunto sob análise”.

Segundo Grunennvaldt *et. al.* (2010) as discussões que têm transcendido a filiação disciplinar ocorrem, principalmente, quando os professores aceitam trabalhar questões propostas pelos alunos. SPE's se distinguem da organização dos currículos convencionais no trato que atribui à teoria e à prática, à medida que em que sua realização é mediada pela significação dos educandos que problematizam temas surgidos das circunstâncias do seu mundo de vida, de trabalho e de

escolarização. Entretanto, esses mesmos autores observam limitações na implementação dos SPE's:

O que se evidencia em nossa realidade é a construção de um currículo construído sobre uma perspectiva multidisciplinar. A formação dos formadores, calcada em princípios disciplinares, tem levado à falta de participação em ações coletivas, que problematizem situações que concorram para a resolução de problemas, associados aos objetos de investigação, desenhados em Seminário de Práticas Educativas. Tal efeito traz implicações que corroboram a ideia de um currículo fragmentado, com respingos danosos na possibilidade de se construir um processo de formação inicial de professores sob a perspectiva teórico-metodológica da inter e transdisciplinaridade. (GRUNENNVALDT ET. AL., 2010, p. 135)

Grunenvaldt (2010), atribui esta limitação a hipótese de que os professores formadores não atribuem a necessária credibilidade, ou desconhecem os princípios teórico-metodológicos da etnometodologia, que, em tese, possibilitaria ao professor/pesquisador apreender nos sinais, os modos de comunicação dos sujeitos em suas mais variadas experiências. “Mas, ainda assim, dentro das limitações conceituais e procedimentais que o novo quadro nos apresenta, temos, em muitos momentos, nos valido das experiências dos alunos para continuar alguns debates,” (GRUNENNVALDT et al, 2010, p. 135) com membros da comunidade como pescador, curandeiro, agricultor, carvoeiro, etc.

A citação acima nos sugere que a concorrência de modos legítimos de produção de significados tem provocado estranhamento, para os professores, e constituído um espaço comunicativo, no qual as diferenças são compartilhadas.

No compartilhamento da diferença está, eu penso, a mais intensa oportunidade de aprendizagem (para ambos): é apenas no momento em que

posso dizer "eu acho que entendo como você está pensando" que se torna legítimo e simétrico dizer, à continuação, "pois eu estou pensando diferente, e gostaria que você tentasse entender como eu estou pensando" (e, note, o "eu" não fica definido, nisso, se é o do professor ou o do aluno...). Quer dizer o que se aprende (ou o que se internaliza, no sentido de Vygotsky) não são conteúdos, técnicas, regras, e sim legitimidades. O que se aprende é a legitimidade de certos modos de produzir de significados. (LINS, 2008, p. 543)

Com relação a esta necessidade de convivência de metodologias científica diferenciadas observamos que sua riqueza está em criar ambiente propício para o estabelecimento de *espaços comunicativos*, onde ocorrerá uma troca em que alunos e professores aprenderão e ensinarão. Pois, se por um lado as atividades de SPE expõem as dificuldades dos alunos, em modelar matematicamente os fenômenos observados em situações contextualizadas ou de laboratório e em lidar com a linguagem formal dos textos científicos. Por outro lado, evidencia as limitações dos professores em apreender os sinais ou modos de comunicação de membros de comunidades específicas. A contribuição de SPE está justamente em oferecer oportunidade para que os envolvidos na atividade compartilhem modos de produção de significados, de objetos, e de significados. Em nossa compreensão temos aqui um exemplo de oportunidade para a ação didática na Zona de Desenvolvimento Proximal.

Quando Vygotsky fala da Zona de Desenvolvimento Próximo, e diz que é um processo, no qual primeiro a pessoa é capaz de fazer algo apenas com a ajuda de alguém mais experiente, e depois passa a ser capaz de fazer sozinho, Lins explica da seguinte forma:

antes a pessoa já sabia fazer, mas não sabia que podia fazer aquilo naquela situação (contexto, atividade). O alguém mais experiente lhe empresta, então, a legitimidade para fazer aquilo naquela situação e, assim que esta legitimidade é internalizada, o "aprendiz" não precisa mais da presença do outro, ele já sabe falar sozinho naquela direção (cognitiva) (cf. LINS, 1999).(LINS, 2008, p. 543)

Estes exemplos caracterizam Seminários como oportunidade de aprendizagem para ambos (professores e alunos) o professor empresta as legitimidades da academia e o aluno empresta as legitimidades de seu mundo vida, de suas experiências (carvoeiro, professor da educação básica, pescador, ribeirinho, agricultor).

APRENDER A ENSINAR ATRAVÉS DA PRÁTICA INVESTIGATIVA EM SEMINÁRIOS

Nos depoimentos dos alunos e dos professores SPE's são indicados como local curricular de “iniciação à docência desde o primeiro semestre” (RUBENS). Para Aline Seminário é um componente “como se fosse algo para transformar os alunos em professores”.

Os relatórios, avaliações e falas apontam os Seminários como um importante exercício para que, os professores em formação inicial, desenvolvam formas de transformar o conteúdo aprendido na investigação considerando os propósitos do ensino, incluindo as compreensões pessoais do conteúdo específico, em que foram protagonistas do processo de conhecer. Assim como desenvolvem formas de comunicar tal compreensão, de modo a propiciar desenvolvimento de *saberes docentes*. Segundo Tardif (2002, p. 255) “esse saber num sentido amplo, é o que engloba os conhecimentos, as

competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes, isto é, aquilo que muitas vezes foi chamado de saber, saber-fazer e saber ser”.

Os alunos destacam ainda os SPE's como espaço de desenvolvimento de competências técnicas e emocionais de caráter prático-pedagógico, próprios do ser professor tais como, a capacidade pedagógica de comunicação escrita e oral.

Com relação à escrita, são citadas preocupações com a redação científica, com o domínio e abrangência do conteúdo; o raciocínio lógico; o uso adequado de terminologia; a apresentação analítica e didática do conteúdo, como nos informa Renato:

A parte de ir a campo e pesquisar até que foi fácil, porque eu até tenho certa facilidade em chegar e abordar pessoas e conversar, só que a parte de passar isso para o papel. Eu não tinha noção, eu não conseguia escrever. Fazer um texto científico? Que dificuldade! Fui ouvir falar em resenha pela primeira vez na faculdade, eu desconhecia o que era resenha! Então, seminário foi super difícil, pelo menos no primeiro. (RENATO)

Aline em sua reflexão individual destaca como contribuição o fato de enfrentar a timidez e apresentar um trabalho aos colegas da turma. Em sua entrevista nos falou que “o primeiro seminário foi sobre os quintais, aonde aprendi a controlar o nervoso para apresentar trabalho e a montar projetos científicos.” Renato também compartilha desse entendimento.

Outra coisa interessante, quando eu comecei senti dificuldade para me expressar, ir lá à frente falar para um pessoal que eu não conhecia. [...], para chegar lá na frente e apresentar um trabalho, eu tremia as pernas, dava nervoso, dor de barriga, cada sensação estranha. Aí como nos seminários, a gente tinha que apresentar, com o tempo você vai desenvolvendo, cria métodos para apresentar, com o tempo aprende a administrar o nervosismo

e não importa quem está na tua frente, [...]. Você se preocupa em apresentar bem, mas você não sente mais aquela dificuldade, aquela timidez, aquele nervosismo ao se expressar, isso também foi uma coisa que o seminário ajudou bastante. (RENATO)

Além das questões relacionadas ao controle emocional, também destacam o desenvolvimento de habilidades técnicas como: domínio do conteúdo, utilização adequada do tempo, estrutura da apresentação, observância da coerência entre os objetivos do trabalho e os do plano da comunicação, e o exercício de enfrentar o processo de arguição por professores e colegas.

Os alunos desenvolveram investigações e reflexões sobre questões ligadas às políticas educacionais, análises de materiais didáticos, que contribuíram para que os futuros professores conhecessem as diretrizes curriculares da educação básica e os livros didáticos. Estas atividades e as avaliações indicam que os alunos tiveram oportunidades de desenvolver de *saberes curriculares*. Segundo Tardif (2002), estes saberes são apresentados sob a forma de programas escolares que devem ser aplicados, correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos utilizados pelas instituições escolares, categorizando os saberes sociais por elas definidos e selecionados como modelos segundo a cultura erudita, sem que o professor tenha participado dessa seleção ou definição.

Aline desenvolveu, juntamente com seu grupo, um trabalho com objetivo de “*Analisar como o tema Terra e Universo é apresentado nos livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental*”. Para isso fizeram uma comparação entre os livros de ciências da quinta série com os critérios de avaliação do PNLD com relação às seguintes categorias: Projeto

pedagógico; Conhecimento e conceito; Ética e Cidadania; Disposição das ilustrações; Atividades práticas.

Em grupo, Renato realizou um trabalho para compreender “A experimentação em livros didáticos de ciências de 5ª a 8ª séries”. Estes e outros trabalhos permitiram à turma conhecer as prescrições curriculares para educação básica e proporcionaram um estranhamento em relação aos materiais didáticos disponíveis nas escolas.

Para compreender também a utilização destes materiais na escola, pelos professores e alunos, dentre outras questões. Aline analisou as “Dificuldades encontradas na aprendizagem de matemática por alunos da 3ª fase do 2º ciclo”, e como ocorrem as “Atividades experimentais em aulas de ciências”. Renato procurou conhecer e analisar quais “Estratégias que os professores de matemática e ciências usam para tornar suas aulas motivadoras”. Renato e Aline, assim como quase todos os alunos do curso, realizaram trabalhos para entenderem o que e como estava ocorrendo a mudança da organização curricular de série para ciclos de formação humana nas escolas estaduais da região.

Os relatórios dos trabalhos de Seminários indicaram que os questionamentos apresentados e a aplicação de recursos metodológicos para investigar a própria prática contribuíram para desenvolvimento de compreensões do que significa ensinar um tópico de uma disciplina específica e de reflexão sobre os princípios e técnicas que são necessários para tal ensino.

Para desenvolver esses trabalhos os alunos exercitaram o diálogo com professores em atividade na escola, no sentido de ouvi-los e levá-los a sério, compreendê-los. Nessa interação tiveram a oportunidade de conhecer, se deparar com as legitimidades dos professores da escola

para: currículo organizado por ciclos de formação humana, aula experimental no contexto da escola, motivação em aulas de ciências e matemática, disciplina dos alunos em sala de aula, avaliação etc. E discutir seu estar na escola, como Renato que procurou conhecer e refletir sobre “o que os alunos pensam a respeito dos estagiários”.

Tiveram oportunidade de analisar como os saberes curriculares prescritos pelas diretrizes são transformados pelas editoras em manuais e cadernos de exercícios que, uma vez aprovados pelos órgãos de controle do Estado, são disponibilizados às escolas. Ao discutir discutirem interpretações das prescrições curriculares e o uso destes materiais nas escolas, os alunos observaram que os saberes indicados à escola, pela legislação, pela universidade, pelos manuais didáticos, são movimentados e validados pela experiência da prática escolar, pelas condições de trabalho e pela cultura profissional dos professores, por uma série de limitações contextuais próprias de cada escola. Neste movimento, os alunos do curso exercitaram e refletiram sobre os *saberes experienciais ou práticos*, que se fundamentam no trabalho cotidiano do docente e em seu conhecimento do meio.

Segundo Tardif (2002, p. 39) “esses saberes incorporam-se à experiência individual e coletiva sob forma de hábitos e habilidades de saber fazer e saber-ser”. E como Aline destacou em sua entrevista “não se consegue essa capacitação só aqui dentro da sala da universidade”. Nesse sentido, consideramos que Seminário possibilitou aos alunos e docentes vivenciar um repertório de saberes e conhecimentos que compõem a base dos saberes profissionais docentes. O Seminário, mesmo na formação inicial, possibilitou a vivência e a problematização de temas relacionados aos *saberes curriculares* e os *saberes experiências ou práticos*, mais comuns em contextos de formação continuada.

Em nossa compreensão, essa mobilização de saberes docentes se deve à inserção destes estudantes no ambiente da escola e da sala de aula como regente ao longo do curso, à orientação de parte de SPE ocorrer associada ao estágio e à inclusão de problemas originados a partir das experiências práticas docentes que os professores em formação inicial estão vivendo no decorrer do curso (e não a partir das que presumidamente eles vivenciarão quando ingressarem formalmente na carreira).

CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS

Em termo de experiência formativa, os Seminários se constituem como um ambiente de troca e interação de saberes, aspecto que consideramos importante para a formação de professores investigadores. Primeiro porque todos, de alguma maneira, ao transitar entre diferentes modos legítimos de produção de significados, em dois papéis do professor investigador em formação: aprender a investigar conceitos científicos e aprender a investigar a própria prática pedagógica.

Por um lado, ao aprender os conhecimentos específicos do conteúdo científico, numa postura de ciência em processo, precisa utilizar abordagem metodológica das ciências naturais que exigem, no processo de re-criação científica, conforme Argüello (2005), exercitar a prática de observar, medir, registrar, isolar os parâmetros relevantes, calcular, saber navegar pela informação, modelar, generalizar, redigir e expor.

Por outro lado, para desenvolver as competências de um professor investigador, é preciso indagar a respeito de problemas que surgem a

partir da própria prática do professor ou de professores em formação. Para isso, precisa lidar com métodos da pesquisa qualitativa praticada em educação, nos quais o exercício de recolha de informação é o estudo de caso, a procura de significados inerentes à prática das pessoas implicadas, a observação participante, a etnografia, triangulação, a leitura de documentos escritos. A análise tem a negociação dos dados como método, a redação é rica em pormenores descritivos relativos a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico.

Além disso, alguns trabalhos dos alunos, principalmente do quinto e sexto módulos, são de professores que investigam a própria prática pedagógica, nesse caso, para que isto acontecesse os futuros professores realizam investigação com vista a compreender melhor os acontecimentos que ocorrem nos seus ambientes particulares. Segundo Serrazina & Oliveira (2001, p. 286):

Embora todos os investigadores educacionais tenham como meta o melhoramento da prática de ensino, os professores investigadores diferem dos investigadores tradicionais na medida em que os seus resultados são imediatamente transformados na prática no mesmo cenário em que a investigação foi realizada. Os professores sentem-se motivados pela necessidade de construir o seu próprio conhecimento sobre aspectos que são fundamentais para a sua profissão. Os professores ao agirem como investigadores não só realizam o seu trabalho mas também se observam a si próprios, param e distanciam-se dos conflitos imediatos, são capazes de alargar as suas perspectivas sobre o que acontece (BOGDAN e BIKLEN 1994).
[Grifo nosso]

O Seminário se apresenta como exemplo de organização curricular que amplia as possibilidades da constituição de um espaço

comunicativo, à medida que aceita como legítimos, os problemas propostos pelos educandos.

Analisar esta experiência nos faz repensar a noção de organização de ensino universitário em geral, em que o ensino é realizado na forma aula. Na qual o “professor, diante de dezenas de rostos anônimos, pode alimentar a ilusão de que cria desse modo, para cada um dos alunos, uma situação e aprendizagem, definida pela escuta da palestra magistral e pelo trabalho de tomada de notas, de compreensão e de reflexão que ela supostamente suscita” (PERRENOUD, 2000, p. 24). Segundo Bourdieu, só aprendem verdadeiramente, por meio dessa pedagogia, os “herdeiros”, aqueles que já dispõem dos meios culturais para tirar proveito de uma formação que se dirige formalmente a todos, na ilusão da equidade, identificada nesse caso pela igualdade de tratamento.

Dessa forma, tomar questões dos alunos como conteúdo, organizar situações didáticas em que cada um viva o processo de aprendizagem conforme seus recursos intelectuais, sua disponibilidade, de tempo inclusive, relacionar seus estudos atuais com outros saberes ou com realidades que lhe são familiares, ou que consegue imaginar, são práticas realizadas no SPE, nos termos do MCS, conduzem à imersão dos alunos em modos legítimos de produção de significados na universidade.

Se por um lado, no curso de Ciências Naturais e Matemática, tem sido possível dentro dos SPE's discutir, organizar e dirigir situações didáticas contextualizadas, que superam a prática da aula tradicional, por outro lado, querer saber quais são as legitimidades do aluno, apresenta ao professor a necessidade de ler o que o aluno está falando, já que as situações concebidas, as perguntas suscitadas, distanciam-se

dos exercícios clássicos, que exigem apenas a operacionalização de um procedimento conhecido. Essas práticas demandam aos professores novas formas de organizar e dirigir situações de aprendizagem, despendem energia e tempo, exigem competência profissional necessária para imaginar e criar outros tipos de situações de aprendizagem, mais amplas, abertas e carregadas de sentido e de regulação, as quais requerem um método de pesquisa, de identificação e de resolução de problemas e uma postura de trabalho coletivo, que não fazem parte da formação, ou dos conhecimentos da tradição dos professores formadores.

Além disso, pelo fato de o curso ser noturno, os alunos, em sua maioria, trabalham durante o dia – o que tem exigido dos professores e da instituição como um todo competência e reorganização para lidar e trabalhar com um perfil de aluno que não é o do universitário idealizado. Isso exige compreensão e flexibilidade, pois nem sempre estes alunos têm formação prévia e ou a disponibilidade de tempo que o professor entende ser a necessária para o desenvolvimento do trabalho.

Neste sentido, consideramos que, conforme proposto e desenvolvido no âmbito do curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática da UFMT/Sinop, os SPE's são uma alternativa curricular inovadora, que nos indica um caminho para demandas apresentadas em várias pesquisas sobre formação de professores: promover a integração entre teoria e prática, entre formação pedagógica e científica, entre formação para o trabalho e para a pesquisa, entre universidade e escola como campo de formação profissional; desenvolver uma formação do professor investigador reflexivo, promover o exercício da pesquisa na graduação, fomentar a experiência do licenciando com métodos de pesquisa das ciências naturais e da educação. E isso ocorre quando o

diálogo começa na escolha do conteúdo, quando professores e alunos se sentem legitimados a explicitar questões, estudá-las e negociar significados.

Entendemos que a força das atividades de SPE não está no texto prescrito, mas no compartilhamento da diferença. Na disposição dos professores em reservar um espaço curricular não loteado, não colonizado pelas práticas formativas tradicionais, na disposição de saírem da zona de conforto e entrar na zona de risco.

Após este relato, procuramos ser um pouco menos contemplativo e mais propositivo. Assim, *para que possamos nos entender e negociar um projeto no qual gostaríamos que estivesse presente a perspectiva de irmos a lugares novos*, observamos que ainda não conseguimos entender teoricamente este processo e como superar obstáculos que surgem ao executar esse componente:

Como transcender a essa organização de modo que as necessidades, da organização curricular, em termos de organização acadêmica, registro acadêmico, encaminhamento, atribuição de frequência, notas isso tem se dado na contramão do que o projeto aponta. Porque é um projeto que deveria avançar para outras contradições, não retornar para as contradições que apresentava ao iniciar a discussão, é ir para um novo horizonte, é abrir o currículo no sentido de dinâmica, de movimento, para incluir. (FELÍCIO)

Para nós, esta ideia SPE's como atividade curricular de Prática de Ensino, configura-se como uma perspectiva de continuarmos indo a novos lugares, uma oportunidade de se continuar a se abrir para um outro mundo, e como alternativa para incluir proponho o exercício de uma pedagogia como diferença. Para (SILVA, 2000b, p. 101; apud OLIVEIRA, 2011, p. 36) "(...) educar significa introduzir a cunha da

diferença em um mundo que sem ela se imitaria a reproduzir o mesmo e o idêntico, um mundo parado, um mundo morto”.

Neste aspecto concordarmos com Zeichner (2010) que há uma necessidade de criarmos, na formação de professores, espaços em que o conhecimento empírico e acadêmico e o conhecimento que existe nas comunidades estão juntos de modos menos hierárquicos a serviço da aprendizagem docente.

Observamos que, para promover uma mudança de paradigma na epistemologia dos programas de formação de professores, devemos ter encaminhamentos que promovam mudanças rumo a modos mais democráticos e inclusivos de trabalhar com escolas e comunidades. Nesse sentido, são necessários encaminhamentos contrários à desconexão tradicional entre escola e universidade e à valorização do conhecimento acadêmico como a fonte de autoridade do conhecimento para a aprendizagem sobre o ensino, próprio dos modelos tradicionais de formação de professores.

Assumindo que esta desconexão e valorização do conhecimento acadêmico é cultural e histórica, e como tal está no processo de produção de significados e, dessa maneira, se confunde com ele. Desse modo, precisamos pensar em tipos de colaboração que privilegiem a criação de novos papéis para os formadores de professores e de meios para aproximar conhecimento acadêmico, profissional e derivado da comunidade no processo de formação de professores, em detrimento de mudança estrutural das instituições de formação de professores.

A partir de nossa leitura de Seminários, propomos como perspectiva a criação de espaços onde professores das escolas e da universidade e alunos em formação inicial participem da análise e da tematização das demandas e significados sobre a formação e a prática

docente. Que compartilhem, desde o planejamento, espaços comunicativos, com vista ao desenvolvimento de novos significados, que irão coexistir com os significados dos professores da escola e dos alunos, em vez de substituí-los. Abre-se assim, a possibilidade da intervenção legítima do professor da escola e dos alunos para trazerem novas possibilidades à formação docente.

Como perspectiva teórica, para discutir a Prática de Ensino, entendemos pertinente examinar, conjuntamente com o MCS, a ideia terceiro espaço na formação de professores, como proposto por Zeichner (2010, 486).

A ideia de um terceiro espaço vem da teoria do hibridismo e reconhece que indivíduos extraem, de múltiplos discursos, elementos para fazer um sentido de mundo (BHABBA, 1990). Terceiros espaços envolvem uma rejeição das binaridades tais como entre o conhecimento prático profissional e o conhecimento acadêmico, entre a teoria e a prática, assim como envolve a integração, de novas maneiras, do que comumente é visto como discursos concorrentes – em que uma perspectiva do isso ou aquilo é transformada num ponto de vista do tanto isso, quanto aquilo. O conceito de terceiro espaço tem sido usado em campos como a geografia, as ciências humanas, os estudos pós-coloniais, os estudos feministas e, mais recentemente, na educação (por exemplo, GUTIERREZ, 2008; MOJE et al, 2004; SOJA, 1996), incluindo-se aí a formação de professores (COCHRAN-SMITH & LYTLE, 1999), que adotam o termo “terceira cultura” ao invés de terceiro espaço.

Nessa segunda leitura, construímos compreensões de que Seminários como atividade de Prática como Componente Curricular foi possível porque este componente é uma novidade imposta pela legislação, que ainda não se sedimentou como tradição na formação de professores, é um espaço curricular ainda não colonizado. Por isso, se

configurou num entre-lugar em que as polaridades foram negociadas, se constituíram na condição de uma articulação da diferença, garantindo que o significado de Prática de Ensino não se tornasse único e fixo, mas que na negociação pudesse ser construído de outro modo. De um modo que não se limitou a binaridade do *isto* ou *aquilo* e se constituiu, através do compartilhamento de espaços comunicativos, em espaço do *tanto quanto*.

Pois na leitura apresentada destacamos que os encaminhamentos foram *tanto* pedagógicos *quanto* científicos, a formação ocorreu *tanto* na universidade *quanto* na escola, as atividades foram *tanto* práticas *quanto* teóricas, as investigações foram *tanto* sobre o conteúdo *quanto* sobre o ensino do conteúdo, foram utilizados *tanto* métodos das ciências naturais *quanto* das ciências sociais, o currículo foi definido *tanto* por professores *quanto* por alunos.

REFERÊNCIAS

- ARGÜELLO, C. A. Material Didático de Ciências; o material didático para o ensino de Ciências. In: **Iniciação Científica: um salto para a ciência**. Boletim 11, p. 29-38, junho de 2005.
- BARBOSA, E. P. **Leituras Sobre Processo de Implantação De Uma Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática por Área do Conhecimento**. Tese (doutorado) – UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Rio Claro, 2012.
- BHABHA, H. **O local da cultura**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 4ª reimpressão, 2007.
- BOVO, A. A. **Abrindo a Caixa Preta da Escola: uma discussão acerca da cultura escolar e da prática pedagógica do professor de Matemática**. Tese de Doutorado – UNESP – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Rio Claro, 2011.
- GARCIA, C. M. **Formação de Professores Para uma mudança educativa**. Porto-PT: Porto Editora, 1999.

GRUNENVALDT, A. et. al. Educação popular e a formação de professores: uma experiência em construção. **Revista Educação PUCRS**, v. 33, p. 128-136, 2010.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 75-94

LINS, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: Anais do XIV ENDIPE – **Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino**, PUCRS/UNISSINOS, p. 530-550. Porto Alegre-RS, 27 a 30 de abril de 2008.

MEC. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. **Parecer CNE/CES 1.302/2001** – Diário Oficial da União, Brasília, 5 de março de 2002, Seção 1, p. 15.

MEC. Conselho Nacional de Educação. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior. **Resolução CNE/CP2/2002**. Diário Oficial da União, Brasília, 4 de março de 2002. Seção 1, p. 9.

MEC. Conselho Nacional de Educação. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica em nível superior. **Parecer CNE/CP9/2001**. Diário Oficial da União, Brasília, 18 de janeiro de 2002, seção 1, p. 31.

MEC. Conselho Nacional de Educação. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. **Resolução CNE/CP1/2002** – Diário Oficial da União, Brasília, 9 de abril de 2002. Seção 1, p.31

OLIVEIRA, V. C. A. **Uma leitura sobre formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana**. Tese (doutorado) – UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Rio Claro, 2011.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Porto alegre: Artes Médicas, 2000.

PERRENOUD, P. et al. **Formando Professores profissionais: quais estratégias? Quais competências?** 2 ed. Trad. Fátima Murad e Eunice Gruman. Porto Alegre: Artmed, 2001.

- SACRISTAN, G. **O Currículo, uma reflexão sobre a prática**. Porto Alegre: Editora Artmed, 2000.
- SERRAZINA, L; Oliveira, I. **O professor como investigador: Leitura crítica de investigações em educação matemática**. Conf. apresentada no XII Seminário de Investigação em Educação Matemática, em Vila Real, em 25–6 de Out. de 2001. Actas (pp. 29–55) 284–308.
- UFMT. **Projeto Pedagógico Curricular do Curso de Licenciatura Plena em Ciências da Natureza e Matemática**. Cuiabá, 2002.
- UFMT. **Projeto Pedagógico Curricular do Curso de Licenciatura Plena em Ciências da Natureza e Matemática Campus de Sinop**. Cuiabá, 2006.
- ZEICHNER, K. Repensando as conexões entre a formação na universidade e as experiências de campo na formação de professores em faculdades e universidades. **Educação**, Santa Maria, v. 35, n. 3, p. 479–504, set./dez. 2010.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PESQUISA COM O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

*João Pedro Antunes de Paulo*¹

INTRODUÇÃO

Me sinto feliz com a possibilidade de retomar o trabalho que desenvolvi no mestrado para elaborar o presente capítulo. Se passaram 4 anos desde a defesa da dissertação. Neste período, por mais que ainda tenha me dedicado à pesquisa sobre formação de professores e retomado, em alguns momentos, a temática da ficção, me distanciei daquelas ideias. Sinto-me contente em poder lançar sobre a dissertação outro olhar.

Naquele momento, inspirados pela possibilidade de um trabalho acadêmico ser completamente ficcional, ou seja, os dados serem completamente “inventados” por um pesquisador, Romulo Campos Lins, orientador do trabalho, e eu discutimos sobre as possibilidades para a pesquisa que desenvolvemos. Isso porque, da perspectiva que assumimos, o que importa, de um ponto de vista epistemológico, é o que o pesquisador diz sobre, ou a partir, dos dados. Nossas discussões resultaram na produção de uma dissertação que, ao mobilizar a ficção, joga com a possibilidade de os dados que a suportam serem inventados. Neste processo, lançamos mão, também, de uma estrutura narrativa

¹ UNIFESSPA-PA

para o trabalho. Escrevemos em uma forma inspirada pelo texto “Provas e refutações” de Lakatos.

Assim, na dissertação estão presentes duas temáticas principais: a relação entre professor e aluno, objeto de investigação; e a ficção como possibilidade para a teorização em Educação Matemática. Propositamente nenhuma das temáticas é abordada diretamente. A discussão sobre ficção é amparada pela forma da dissertação e a discussão sobre o objeto da pesquisa amparada pelo conteúdo.

O trabalho foi estruturado em 20 textos, posso chamá-los também de capítulos ou narrativas, assim organizados: Prefácio, no qual apresento ao leitor o movimento da pesquisa, sem mencionar os objetivos ou resultados alcançados. Ao prefácio seguem 15 textos nos quais são abordados, em diferentes estruturas narrativas, as pesquisas precedentes, o referencial teórico, as entrevistas, enquanto dados da pesquisa, e as análises. Após esse conjunto, um texto intitulado “Notas de fim (ou referências)” lista as referências utilizadas. Seguindo este último, um texto intitulado “Ainda em tempo” no qual são apresentados os elementos obrigatório de uma dissertação de mestrado, quais sejam, os resumos em língua portuguesa e inglês, e as palavras-chave. Em seguida, o texto “Epílogo (ou isto é água)” no qual revelo o processo de criação das ficções que compõe a dissertação. Este texto foi escrito como se um narrador tivesse sido convidado para apresentar a dissertação, descrevendo os motivos e o processo de escrita dos textos anteriores. Um paralelo é traçado com o discurso proferido por David F. Wallace do qual o subtítulo “isto é água” foi emprestado. Por fim, fechando a dissertação, apresento o texto “Um inoportuno estudo epistemológico...” dedicado a compreender a ficção nos campos da crítica literária e sua mobilização na Educação Matemática.

Ao retomar a dissertação para escrever este texto, me sinto no movimento de abordar as duas temáticas, lá problematizadas, de um modo característico da produção acadêmica. Não apresentarei a dissertação, para além do exposto no parágrafo anterior. O objetivo deste texto é contribuir com discussões do âmbito da metodologia de pesquisa, problematizando um caso exemplar que cria outros protocolos acadêmicos.

Nas seções seguintes apresento o referencial teórico que amparou a pesquisa, dedicando menos espaço ao Modelo dos Campos Semânticos, por ele já ser apresentado ao longo deste livro. Em seguida apresento aspectos metodológicos, dando destaque ao processo de produção das entrevistas. No item análise e discussões apresento dois subitens: no primeiro abordo a temática “relação entre professor e aluno” como apreendida das entrevistas; no segundo a ficção como processo de teorização. Encerro este texto com o item conclusões no qual apresento algumas considerações sobre a retomada da dissertação.

REFERENCIAL TEÓRICO

Não apresentarei aqui as noções do MCS que sustentaram nossa investigação. Penso que sendo este capítulo parte de um conjunto, o leitor fica referenciado à leitura do capítulo de autoria de Romulo Lins. O capítulo, bem como o de autoria de Silva e Viola dos Santos, e ainda o texto Lins (1997), foram as principais referências na elaboração da dissertação.

Dedicarei apenas alguns parágrafos para as principais temáticas do MCS que estiveram em movimento na execução da pesquisa. À época, a

primeira edição deste livro se constituiu em principal fonte de discussões sobre o MCS e dela foram tiradas as principais referências.

A temática “formação de professores” ocupa o palco central nas produções do grupo Sigma-t nos períodos recentes das pesquisas desenvolvidas. No entanto, o foco na relação entre professores formadores e discentes da graduação não havia sido abordado pelo grupo que se dedicava a propor uma formação que não tomasse as categorias da Matemática do matemático como fundantes. Nesta direção, o levantamento bibliográfico me ajudou a pensar no como fazer, mas não me incluía em nenhuma discussão precedente.

Por outro lado, os trabalhos de Viola dos Santos (2012) e Silva (2007) já haviam mobilizado o MCS para, em alguma medida, problematizar a relação entre ficção e teorização em Educação Matemática. A partir de suas teses o autor e a autora escreveram o capítulo apresentado neste livro ao qual eu tive acesso em sua primeira edição. A partir daquele texto produzi uma discussão que, acredito, contribui com a proposta inaugurada por eles.

Em minha dissertação, (PAULO, 2016), apresento a ficção como um modo de produção de significado que mobiliza legitimidades que não pertencem à cultura na qual, ou para a qual, se enuncia.

[...] O modo de produção de significado ficcional é justamente um modo de produzir significado que produz crença-afirmação em uma direção de interlocução que não pertence àquela cultura, causando o descentramento dos membros que a compõem.

A ficção como modo de produção de significado é uma prática de subversão da ordem que, ao possibilitar interlocutores outros, põe em questão a pertinência dos interlocutores considerados legítimos em uma cultura. (PAULO, 2016, p. 131).

Assim, desloco o entendimento proposto por Silva e Viola dos Santos. Para esses autores as crenças-afirmações são reais ou fictícias dependendo das direções de interlocução que as autorizam como reais ou fictícias. A diferença fundamental entre o que argumento e o que eles apresentam é que, para mim, ficção é característica de um modo de produção de significado e não de crenças-afirmações.

O que argumento na dissertação é que ao assumir a proposta de Silva e Viola dos Santos escorregamos mais uma vez para a dualidade realidade e ficção. Por um significado, ser real ou ficcional neste ou naquele contexto. Enquanto ao assumir ficção como um atributo do processo de produção de significado, o significado produzido será sempre verdadeiro. O que é posto em questão não é o significado, mas o modo de produzi-lo.

Este modo de compreender ficção corrobora a posição proposta por Romulo Lins e adotada por mim na escrita da dissertação sobre a possibilidade de inventar os dados que suportam uma pesquisa acadêmica. Esse seria um modo, segundo o que defendo na dissertação, ficcional de produzir uma dissertação de mestrado ou tese de doutorado. Não porque os dados foram inventados, mas por este artifício ter sido utilizado na produção de um relatório acadêmico que é tomado como legítimo tendo por base certa concepção de como se produz ciência.

No entanto, o mesmo artifício não é ficcional, nos termos apresentados na dissertação, se o contexto no qual o relatório de pesquisa tivesse sido produzido fosse a Literatura. No contexto das obras literárias o modo de produção de significado mobilizado na produção da dissertação é tomado como legítimo, ou seja, a dissertação vista do contexto literário não mobiliza um modo de produção de

significado ficcional, mesmo sendo o mesmo resíduo de enunciação que no contexto acadêmico é tomado como ficcional.

Como afirmo na dissertação, (PAULO, 2016), um modo de produzir conhecimento pode ser caracterizado como ficcional, ou não, somente em referência a uma cultura. “Desta forma, posso dizer apenas em modos legítimos e não legítimos se estiver me referindo à determinada cultura. Logo, o ficcional em uma cultura pode não ser ficcional em outra” (idem, p. 131).

As noções direção de interlocução (ou Interlocutores como apresentados no capítulo de Lins), legitimidade, cultura e comunicação (ambas como compreendidas no âmbito do MCS), suportam a noção de ficção defendida na dissertação.

METODOLOGIA

Um ponto nevrálgico da pesquisa que realizei no mestrado foi a produção das entrevistas. O problema da pesquisa estava claro para mim e, desde a participação no Ebrapem de 2014, possibilidades de discussões teóricas se mostravam no horizonte. No entanto, a produção dos dados se constituiu em torno de uma questão bastante discutida nas pesquisas do grupo: como mudar a direção de interlocução dos entrevistados para que eu, enquanto pesquisador, não ouça apenas as respostas que o entrevistado acredita quero ouvir?

Tomando por base a tese de doutorado de Cláudia (ANGELO, 2012) e o capítulo da pesquisadora que compunha a primeira edição deste livro, me adentrei no problema enfrentado por ela na condução das entrevistas com os alunos das escolas que visitou. Minha primeira

tentativa foi produzir um modo de mudar a direção de interlocução dos entrevistados, mesma estratégia adotada por Cláudia na tese dela.

Digo primeira porque à esta sucederam-se duas outras tentativas: adaptar os instrumentos propostos por Linardi (2006); produzir um roteiro de entrevista baseando-me nos protocolos da História Oral. Esta terceira por eu frequentar o Grupo de História Oral e Educação Matemática, também integrante do PPGEM/RC. Foi esta última proposta que se efetivou.

Foi neste processo de definição do instrumento a ser utilizado que as primeiras discussões em torno dos referências teóricos com os quais eu dialogaria se presentificou. Naquele momento, por discussões ocorridas no Ebrapem, as questões da psicologia cultural de Jaan Valsiner era tema nas conversas com Romulo. Para meu orientador, o ponto era o seguinte: diferentes coisas poderiam ser ditas a partir de diferentes lugares teóricos que eu assumisse. O central não era a definição a priori desse lugar teórico do qual eu partiria, mas, sim, o que eu diria. Para ele, tendo por base as proposições teóricas do MCS, um estudo comparativo seria possível, mas não interessante.

Com essa discussão ainda ocorrendo entre nós, parti para a produção dos dados. Foi eleita uma universidade pública na qual nem eu, nem meu orientador, tínhamos contato prévio como um modo de buscar por sujeitos que não conhecessem o projeto de pesquisa que eu desenvolvia. Foram eleitos como significativos os professores em formação inicial que estivessem cursando o penúltimo semestre do curso, por compreendermos que estes tiveram um contato maior com os professores da universidade. Esse maior contato era importante para falarmos sobre possíveis influências para as decisões em iniciar, ou continuar, na carreira docente.

As entrevistas foram realizadas em março de 2015. O primeiro contato com os entrevistados se deu em um encontro coletivo ao final do primeiro horário de aulas. Um contato anterior havia sido estabelecido pelo coordenador do curso que havia agendado com os discentes a nossa presença naquele dia e horário, após nossas conversas sobre o curso em questão sediar a nossa pesquisa.

Nesse primeiro contato coletivo forneci informação acerca do anonimato na participação, o modo pelo qual conduziria a entrevista e o caráter individual do momento seguinte. Apresentei também um breve resumo sobre minha carreira profissional. As questões de pesquisa e o objetivo da pesquisa não foram abordados. Após responder as perguntas de alguns discentes listamos voluntários que foram orientados a se dirigirem um a um, seguindo a ordem de manifestação, à uma sala reservadas para a realização das entrevistas.

Duas entrevistas ocorreram no primeiro dia e outras duas no dia seguinte. As entrevistas seguiram o protocolo estabelecido. A duração de cada entrevista variou em 30 min e 1h20min. Após cada encontro os entrevistados assinavam termo de cessão de direitos.

Após a realização de todas as entrevistas realizei transcrição de cada uma delas. Esse processo, teve por objetivo registrar em forma escrita a fala dos entrevistados do modo mais fiel possível. Foram indicadas as pausas, os silêncios, e nenhuma correção gramatical foi realizada. Após uma primeira transcrição acompanhei a leitura ao som da entrevista e correções foram realizadas.

De posse das entrevistas, agora textos, inciei o processo de análise e escrita da versão da dissertação que seria submetida ao exame de qualificação, etapa obrigatório no programa de pós-graduação no qual eu estava matriculado. Chegando esse momento de escrita, a discussão,

entre Romulo e eu, que mencionei antes sobre as questões teóricas, já havia chegado a um desfecho. Eu trabalhava, então, com a possibilidade de uma narrativa tal qual apresentada na obra de Lakatos.

O trabalho com as entrevistas se deu de modo individualizado. Com isso quero dizer que cada entrevista foi trabalhada segundo um enredo elaborado exclusivamente para ela. Após uma leitura atenta da entrevista eu constituía uma linha narrativa para a história, assim, a ordem dos parágrafos era alterada, correções ortográficas e gramaticais eram feitas, marcas de oralidade eram apagadas. Essa ficção produzida a partir da entrevista prezava por tornar evidente o enredo que eu havia constituído na leitura da entrevista.

Em termos do MCS posso dizer que o processo de produção de cada ficção prezou por contar uma história a partir do resíduo de enunciação da entrevista em uma direção de interlocução que eu acreditava diria o que eu estava dizendo, tomando como legítima as justificações que eu estava mobilizando. Uma leitura plausível de cada entrevista.

Processo similar ocorreu no tratamento dos estudos teóricos que realizei. Produzi por meio de ficções uma articulação entre textos de diferentes autores que tratavam: do MCS enquanto referencial teórico metodológico; do emprego da narrativa na escrita acadêmica; da relação entre professor e aluno em cursos de formação inicial.

O exame de qualificação contribuiu principalmente no aprimoramento do exercício de produção das ficções. Após o exame, os textos foram retomados, a estrutura da dissertação foi repensada e outras narrativas foram produzidas e incorporadas nesta nova estrutura. A versão final do trabalho (PAULO, 2016) foi submetida para defesa pública em Janeiro de 2016.

RESULTADOS E ANÁLISES

SOBRE A RELAÇÃO ENTRE PROFESSOR E ALUNO

Destacarei dois pontos em relação ao objeto estudado durante o mestrado e expresso nos resultados da pesquisa: uma leitura do “ser professor” de uma perspectiva epistemológica que toma como base o MCS; e como meus entrevistados encaram o processo de formação.

O primeiro ponto é trabalhado na dissertação, principalmente, no texto “Reunião do Sigma-t”, uma ficção produzida a partir de uma reunião do grupo de pesquisa que lhe empresta título. A discussão gira em torno das noções de “autoridade” e “legitimidade” expressas nos termos do MCS e tem por base o modo de compreender o processo comunicativo proposto pelo MCS.

– É que uma coisa é reconhecimento dessa autoridade, – Regina retoma o que estava falando antes – a outra coisa é, autorizar a autoridade a te mostrar modos legítimos de produção de significados de uma cultura. Quer dizer o aluno está vivo ali. Ele tem motivos para estar ali, e se o motivo da autoridade e o motivo dele não definem essa atividade conjuntamente, cada um está em uma atividade. (PAULO, 2016, p. 38).

É possível observar ao longo do texto que Guilherme, um autor possível ali instituído, utiliza a palavra “professor” com o significado culturalmente instituído. Quero dizer com isso que para ele uma pessoa é ou não um professor. Essa pessoa professora pode ser professor para mim, mas não para o outro, ou vice-versa. Enquanto que João, outro autor possível ali instituído, utiliza a palavra “professor” de forma polissêmica. Ele chega a mencionar a ideia de “cargos flutuantes”. Para João, chamar alguém de professor não necessariamente significa o

culturalmente instituído. Deste modo no diálogo entre João e Guilherme é possível notar convergências e divergências. Idas e vindas na tentativa de estabelecer onde é que o outro está. Uma busca por estabelecer um espaço comunicativo que, a partir da leitura que produzo hoje da dissertação, não chega a se efetivar ao final do encontro.

Para além desta distinção trazida pela ficção quero destacar a compreensão com a qual trabalhei na dissertação. Como expresso na fala de Regina, uma autora possível ali instituída, existe uma distinção entre o que é culturalmente estabelecido como autoridade e autorizar, ou seja, tomar para si como legítimo, um certo alguém a lhe mostrar modos de produção de significados diferentes dos que você mobiliza. Posso dizer que essa segunda postura está associada ao descentramento, ou seja, a busca por novos modos de produzir significado que, possivelmente, venha a internalizar o sujeito cognitivo no processo de interação.

Essa compreensão é exemplificada na dissertação com a situação de sala de aula em que um aluno recorre ao seu colega na tentativa de entender o que o professor está falando. É comum que este colega diga o que está fazendo e que o aluno que buscou sua ajuda repita, imite, o que ele faz e venha a ser internalizado por aquelas legitimidades emprestadas do colega. Neste caso exemplar, da perspectiva que assumi na dissertação, o colega é o professor. Não que ele tenha reclamado para si uma posição socialmente estabelecida, ou o exercido alguma autoridade sobre o aluno que lhe procurou. No entanto, o aluno que procura toma como legítimas as enunciações do colega e as imita. Quero dizer, o aluno constitui a partir do colega uma direção de interlocução e passa a produzir significado de um modo que ele acredita ser coerente com essa direção.

O segundo ponto a ser destacado da dissertação diz respeito ao que produzi sobre o modo pelo qual os entrevistados compreendem o processo de formação. Nos textos “Victória”, “Saulo”, “Maria” e “Judite” são expressas as ficções produzidas a partir das entrevistas. Em cada uma delas apresento, nos termos que mencionei antes, as legitimidades que constitui sobre a relação com os professores formadores expressa nas entrevistas.

O que chamou minha atenção no momento das produções daqueles textos foi o fato de a presença do professor formador, o professor do curso de licenciatura, estar quase ausente da fala dos entrevistados. Ao falarem sobre suas escolhas profissionais, a permanência no curso de licenciatura e início da carreira docente, eles mencionavam na maioria das vezes relações pessoais com parentes ou com colegas de trabalho, aqueles que já atuavam como professores, como a maior influência sobre sua postura em sala de aula.

Além de corroborar resultados de pesquisas como os de Patrícia Covarrubias, apresentados no texto homônimo, as entrevistas me emprestam legitimidade para falar de como o curso de licenciatura era visto por aqueles entrevistados. Apresento na dissertação a compreensão de que o curso não é visto como espaço formativo no sentido culturalmente instituído. Assim como a discussão entre “autoridade” e “autorização” realizada no texto “Reunião do Sigma-t” e mencionada anteriormente, a licenciatura é vista pelo conjunto de entrevistado como uma autorização necessária para a atuação docente. No entanto, a formação e a autoridade para ser professor é constituída na sala de aula.

Judite se considerava ainda muito inexperiente, apesar de ter lido muito, apesar de já ter trabalhado. Ela acreditava que a experiência vem, realmente, com os pés no chão da sala de aula, mas tinha a intenção aprender muito ainda. Ela era aberta a assistir aula de outros professores e gostava de analisar metodologias. (PAULO, 2016, p. 74).

Esse resultado também corrobora o que outras pesquisas sobre a formação e atuação docente têm evidenciado no âmbito da Educação Matemática. Ao assumir um postura teórica que corrobora o MCS colocamos esse problema em termos de legitimidades possíveis para a atuação docente. Como isso quero dizer que a questão não é apenas mudanças curriculares, representadas pelo aumento de carga horária prática, ou a inclusão de disciplinas na atual estrutura de formação de professores.

O que as ficções que produzi me autorizam a escrever é que uma mudança na concepção do “ser professor” necessariamente envolve uma mudança no âmbito social. Envolve pensar e discutir como essa autoridade é socialmente instituída e o que se espera dela. A formação não pode, nesta outra perspectiva, ser fundamentada em categorias de um conjunto de certos modos legítimos de produzir significado, a cultura da Matemática por exemplo, para depois se pensar em sua aproximação com o contexto sociocultural do professor em formação inicial.

A FICÇÃO COMO MODO DE TEORIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A ficcionalização da entrevista, como apresentada anteriormente, é em si um processo analítico. Distingui-se do processo de textualização empregado nas práticas que corroboram a História Oral, por questões

de cunho teórico. No caso da minha produção, eu não buscava constituir fontes históricas, de modo que não houve entre mim e meus entrevistados um processo de validação das ficções produzidas. No entanto, a ficção produzida por mim não estava livre de compromissos. Eu assumia o MCS como referência e adotava uma postura que corroborava as proposições teóricas, particularmente o processo de Leitura Plausível e a noção de comunicação.

Cada ficção foi produzida a partir de um resíduo de enunciação (a entrevista tornada texto) dentro de um espaço comunicativo, ou seja, em uma direção de interlocução constituída por mim a partir da leitura daquele resíduo. Como expresso na ficção intitulada “Patrícia Linardi” ao mesmo tempo que os resíduos me possibilitavam produzir uma enunciação acerca da vida de um certo entrevistado (um autor constituído por mim e não mais aqueles discentes entrevistados. Estes já estavam perdidos para sempre, como afirma Lins no primeiro texto deste livro) ele cerceava a mim fala.

Isso é, para mim, ficcionar. Esse não é um processo de interpretação, porque o texto que eu produzo não tem intenção de revelar o dito pelo entrevistado, ou ainda, uma compreensão sobre meu objeto de pesquisa elaborada por mim a partir do dito pelo entrevistado. O processo de ficção é um processo de criação, de enunciação de significados produzidos a partir de certo resíduo de enunciação. Do modo como foi mobilizado na dissertação, a ficção está indissociavelmente ligada aos pressupostos epistemológicos propostos pelo MCS.

Um leitor poderia me perguntar em que difere esse processo de uma interpretação ou ainda qual a importância em caracterizar como ficção um modo de produzir conhecimento, se quando visto de um ponto

de viste teórico o processo da dissertação não difere de qualquer outro processo de produzir conhecimento.

É ficção apenas na medida em que é focado em contraste ao contexto no qual foi produzido. Esta seria minha resposta. Caracterizo esse modo como ficcional por ele ter sido adotado na produção de uma dissertação de mestrado, ou seja, por ele ter sido mobilizado no interior da academia onde ele não é um modo de produzir conhecimento tomado como legítimo.

Para a academia, eu poderia dizer para a ciência, mesmo aquela que afirmar se distanciar dos ideias positivistas de conhecimento, existe um certo modo de produzir conhecimento considerado como científico. Esse modo, por mais variado que seja se visto em termos das teorias que o sustenta, ainda presa por um rigor que estabelece uma verdade, uma realidade e uma reprodutividade da prática científica. Ao colocar estes três termos não me refiro à existência de uma verdade última, de uma realidade primeira ou à uma reprodutividade *ipsis litteris*. Mas que, para ser validado, em geral por uma banca de avaliação, uma dissertação de mestrado deve expor de modo claro sua interrogação de pesquisa, seus dados, um trabalho teórico do pesquisador requerente do título e conclusões desse pesquisador sobre o tema investigado frente ao dados produzidos.

Os dados desse pesquisador podem até ser seu diário de campo, suas notas de observação, análises de cunho teórico, mas a academia ainda não aceita como válido a invenção de dados.

Deste modo, ficção na dissertação pouco tem a ver com ficção no campo da Literatura. Não se trata de outra categoria a se junta a Ficção Científica, Ficção Fantástica ou Ficção Realista. Na dissertação emprego o termo ficção como sinônimo de criação. Um modo de produzir

conhecimento que opera nos horizontes culturais, pondo em questão legitimidades possíveis.

CONCLUSÕES

Como defendi na dissertação, (PAULO, 2016), a potencialidade da natureza do meu trabalho está em produzir direções de interlocução que estão fora do horizonte cultural da academia. Isso me possibilita colocar em jogo outros modos de produzir conhecimento, produzindo legitimidades possíveis para a questão da formação de professores e para a pesquisa sobre a relação entre professor e aluno.

Esse trabalho também seria possível mobilizando justificações tomadas como legítimas na cultura acadêmica, mas ao lançar mão da ficção como modo de produção do trabalho desloca o leitor para outro espaço na expectativa de ele vir a estranhar modos já naturalizados de produzir significado e, possivelmente, constituir outras legitimidades.

A ficção joga com a ampliação de repertórios de modos de produção de significado.

Essa ampliação possivelmente nos coloca, enquanto pesquisadores em Educação Matemática, em uma posição que nos permite estranhar processos naturalizados, tanto em relação ao fazer pesquisa, quanto em relação à formação inicial enquanto objeto de pesquisa.

Na dissertação as conclusões aqui apresentadas de modo sucinto são tratadas ao longo dos textos que constituem o trabalho. Esse arranjo possibilita que outras questões sejam vislumbradas por um leitor familiarizado com outros modos de produzir significados, com outras legitimidades. Essa característica não é única da escrita ficcional, mas como defendo é potencializada por ela.

AGRADECIMENTOS

O trabalho apresentado neste capítulo foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- COVARRUBIAS PAPAHIU, P.; PIÑA ROBLEDO, M. M. La interacción maestro-alumno y su relación con el aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, México, vol. XXXIV, n. 1, 1º trimestre, 2004, p. 47-84.
- LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In. ANGELO, C. L. et al. *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história*. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30
- Paulo, J. P. A. *Contando uma história: ficcionando uma dissertação sobre a relação entre professor e aluno*. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2016. disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/132930>>.
- SILVA, H. *Centro de Educação Matemática (CEM): fragmentos de identidade*. 2007. 448 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.
- SILVA, H.; VIOLA DOS SANTOS, J. R. Sobre teorização, estética ficcional e algumas aproximações entre o Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral. In. ANGELO, C. L. et al. *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história*. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 110-128
- VIOLA DOS SANTOS, J. R. *Legitimidades possíveis para a formação matemática de professores de matemática (Ou: Assim falaram Zaratustras: uma tese para todos e para ninguém)*. 2012, 360p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

18

UMA POSSÍVEL PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA AS SÉRIES NO LIVRO ELEMENTOS DE ÁLGEBRA DE LEONHARD EULER

Valéria Ostete Jannis Luchetta

a mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original.

Albert Einstein

INTRODUÇÃO

Neste texto apresento uma parte do meu trabalho de doutorado realizado no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro e orientado pelo prof. Dr. Romulo Campos Lins (*in memoriam*) cuja defesa foi realizada com a supervisão do prof. Dr. Marcos Vieira Teixeira onde buscamos analisar alguns dos capítulos da obra *Elements of Algebra* (1840), de Leonhard Euler (1707 – 1783), que tratam de Séries infinitas. Nossa proposta foi analisar a obra supracitada tomando como fundamentação teórica e metodológica o Modelo dos Campos Semânticos. O objetivo principal de nosso trabalho foi evidenciar os diferentes modos de produção de significados e conhecimentos para o objeto matemático Séries Infinitas.

A relevância do nosso trabalho pode ser justificada sob dois pontos de vista: o da história da matemática e o da educação matemática. A tradução desta obra é relevante para a pesquisa em história da matemática, pois disponibiliza uma tradução moderna para apresentar como Euler trabalhava com as séries na obra *Elements of Algebra*. A

relevância do nosso trabalho para educação matemática é evidenciar os diferentes modos de produção de significados e conhecimentos para os objetos matemáticos.

A metodologia adotada para evidenciarmos os diferentes modos de produção de significados e conhecimentos para o objeto matemático *Séries* foi apresentar a tradução dos capítulos selecionados, depois produzimos possíveis significados a eles utilizando nosso referencial teórico e os comparamos com a forma que produzimos significados e conhecimentos hoje utilizando a Teoria de Séries.

Durante o processo de qualificação surgiu a pergunta: Por que traduzir e analisar esta obra? Dentre tantos trabalhos de Euler este livro? Segundo Grimberg, podemos afirmar que na obra *Elements of Algebra* (1770) de Leonhard Euler “constam os métodos e os resultados mais importantes [sobre álgebra] alcançados por Euler e Lagrange até 1770” (GRIMBERG, 2014, p. 146). Este livro vendeu 108 mil cópias entre os anos de 1883 e 1942 tornando-se um bestseller, e segundo Fellmann (2007), só existe um outro livro na área de matemática que teve um sucesso compatível nas vendas: os *Elementos de Euclides*.

Nosso interesse nesta obra perpassa pelo conteúdo, nosso objetivo maior são as técnicas e métodos apresentados por Euler para construir os objetos matemáticos. Assim, durante a tradução ocorreram vários momentos de estranhamentos ao nos depararmos com os objetos matemáticos constituídos por Euler, e a cada estranhamento, uma pausa na tradução, uma busca dos trabalhos anteriores de Euler ou de outros matemáticos para sabermos de onde Euler estava falando. Houve, durante a tradução, uma ruptura significativa a respeito dos modos de produção de significados para certos objetos matemáticos, aos quais já estavam naturalizados para a pesquisadora.

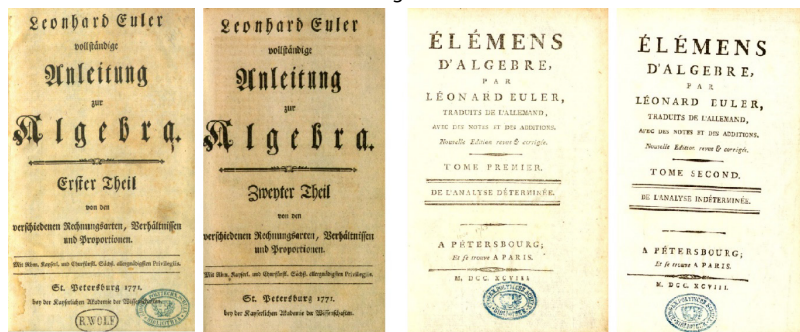
Neste presente capítulo discorrerei brevemente sobre o livro escolhido, a vida e obras de Leonhard Euler, uma breve contextualização sobre as séries e apresentarei trechos traduzidos da obra escolhida, trechos de outras obras de Euler, além de trazer outros matemáticos e outras obras para nos ajudar na análise dos possíveis modos de produção de significados e de conhecimentos para as séries infinitas apresentados por Euler. Utilizamos a leitura plausível para mergulharmos no mundo de Euler e acabamos nos deparando com uma diversidade e riqueza de modos de produção de significados para os objetos matemáticos.

O LIVRO: VOLLSTÄNDIGE ANLEITUNG ZUR ALGEBRA

O livro *Elements of Algebra* (1840), é uma tradução do livro *Vollständige Anleitung zur Algebra* [Introdução Completa à Álgebra] publicado em dois volumes, segundo Thiele (2011), pela primeira vez em 1768/69, pela Academia de Ciências de São Petersburgo, em uma tradução russa feita por P. Inokhodtsov e I. Iudin, e então em 1770, a mesma Academia publicou uma edição em alemão (Figura 1). Em 1774, Johann III Bernoulli traduziu para o francês a obra escrita originalmente em alemão, e uma inserção de 100 páginas de complementos à tradução foi feita por Joseph-Louis Lagrange (1736 – 1813). A edição inglesa que foi iniciada por Francis Horner e finalizada por John Hewlett em 1797, utilizou como ponto de partida a tradução francesa (Figura 1). A obra também foi traduzida para o holandês (1773), uma segunda tradução em russo (1812), para o latim (1790), inglês (1797, 1822) e grego (1800). A Academia Russa publicou uma segunda e terceira edição alemã em 1771 e 1802; as edições posteriores publicadas pela

Reclam Verlag, venderam mais de 100 000 exemplares entre 1883 a 1942. Em 1972, Clifford Truesdell acrescentou uma introdução “Leonard Euler, O Supremo Geômetra” e Christopher Sangwin, em 2007, publicou uma tradução em inglês com um texto modernizado e anotações encurtadas da Parte I da edição de John Hewlett de 1840.

Figura 1



O livro *Vollständige Anleitung zur Algebra* foi traduzido para o português, segundo Silva e Silva (2009), possivelmente por Manuel Ferreira de Araújo Guimarães e publicado em 1809, tendo sido um dos primeiro livro didático impresso no Brasil após a introdução da imprensa no país, o qual foi adotado para o ensino de álgebra na Academia Real Militar do Rio de Janeiro até o ano de 1823 quando foi substituído pela obra de Lacroix. Silva da Silva descobriu um exemplar desta tradução na Biblioteca de Obras Raras da UFRJ em precário estado. Atestamos seu estado precário ao visitarmos esta biblioteca e averiguarmos que a tradução está incompleta, terminando no Capítulo VIII, cujo título é *Das Proportiones Geométricas*, da Seção III, da Parte I, portanto, estão faltando os Capítulos IX, X, XI, XII e XIII da Seção III, intitulada *Das Relações e Proportiones*, da Parte I, que somam cerca de 46 páginas faltantes se considerarmos o original alemão como referência

para o final do Tomo Primeiro e faltam aproximadamente 330 páginas se considerarmos a tradução francesa que incorporou a seção: *Das Equações Algébricas e das Resoluções destas Equações*, contendo dezesseis capítulos.

LEONHARD EULER, O MESTRE DE TODOS NÓS



Figura 2: Retrato de Leonhard Euler por Handman (1753).

Fonte: <http://en.wikipedia.org/wiki/Jakob_Emanuel_Handmann>

Leonhard Euler nasceu no dia 15 de abril de 1707 na Basileia, Suíça. Filho de Paulus Euler, um ministro calvinista e de Margaretha Brucker. Paulus foi aluno da Universidade da Basileia, e segundo D'Ambrosio (2009), sua tese de conclusão de curso sobre razões e proporções, foi orientada por Jacob Bernoulli (1654 - 1705). Antes de frequentar a escola, Euler foi instruído por seu pai e durante sua vida escolar teve um matemático amador, Johann Burckhardt, como professor particular que utilizou o livro de álgebra *Die Coss* de Christoff Rudolfs.

Em 1720, aos 13 anos, Euler ingressou na Universidade da Basileia, no departamento de Artes, para receber uma educação geral. De acordo com seus escritos biográficos, ele estava insatisfeito com seus estudos, e procurou o famoso professor Johann Bernoulli (1667 – 1748), que era professor da cadeira de matemática nesta Universidade, para instruí-lo. Johann estava muito ocupado para dar aulas particulares a Euler, mas indicou alguns textos matemáticos avançados para ele estudar e aos sábados ele poderia visitá-lo para tirar dúvidas e obter explicações.

Em 1723, aos 16 anos, Euler recebeu o grau de mestre em filosofia com uma dissertação, escrita em latim, comparando as ideias filosóficas de René Descartes (1596 - 1650) e Isaac Newton (1643 - 1727). Euler começou a estudar teologia, pois seu pai gostaria que ele seguisse o no ofício do ministério, mas Euler dedicava-se a maior parte de seu tempo à matemática. Johann Bernoulli, percebendo a genialidade do jovem Euler, convenceu Paulus a permitir que Euler mudasse seus estudos para matemática. Euler foi o discípulo preferido de Johann Bernoulli, e ficou muito amigo de seus filhos Nicolaus II (1695 - 1726), Daniel (1700 - 1782) e Johann II (1710 - 1790).

Em 1726 Euler terminou seus estudos formais, e segundo Hoare (2007, p. 407), Johann Bernoulli aconselhou-o a estudar os trabalhos de Descartes, Galileu Galilei (1564 - 1642), Newton, Jacob Bernoulli, Brook Taylor (1685 - 1731), John Wallis (1616 - 1703) e Jakob Hermann (1678 - 1733). Aos 18 anos iniciou suas próprias investigações. Euler foi um matemático e cientista que obteve reconhecimento em sua época, antes de sair da Basileia, aos 19 anos, recebeu uma menção honrosa da Academia de Ciências de Paris, por seu trabalho intitulado *Meditationes super problemate nautico* onde tratava de mastros de navios.

Em 1727, Euler chega a São Petersburgo para assumir a vacância na seção de medicina e fisiologia na recém-criada Academia de Ciências de São Petersburgo. A pedido de Daniel Bernoulli e Jakob Hermann, Euler foi logo transferido para a seção de matemática e física da Academia. A partir deste momento, segundo Hoare (2007, p. 408), cercado por um grupo de cientistas eminentes, tais como Jakob Hermann, geômetra e analista; Daniel Bernoulli, amigo pessoal, geômetra e matemático aplicado; Christian Goldbach (1690 - 1764), com quem discutia problemas em análise e teoria dos números; F. Maier, especialista em trigonometria e Joseph Nicolas Delisle (1688 - 1768) astrônomo e cartógrafo, sua genialidade desabrochou. Euler contribui com uma enorme quantidade de artigos matemáticos para a revista *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitinae* publicada pela Academia de São Petersburgo. Em 1730, Euler foi nomeado professor de Física, e após três anos, com o retorno de Daniel Bernoulli à Basileia, Euler assumiu a sua sucessão como o principal matemático da Academia. Em 1734, casou-se com Katharina Gsell (1707 - 1773), filha de um artista suíço, com quem teve treze filhos, mas apenas cinco chegaram à idade adulta. Segundo D'Ambrosio (2009, p. 20), Euler sofria de uma doença cutânea, desde sua infância, “uma forma de tuberculose que afeta os gânglios linfáticos do pescoço”. Em 1738, em decorrência desta doença, perde a visão direita e ficou com a esquerda muito prejudicada.

Em 1741, mudou-se para Prússia para fazer parte da Academia de Ciências de Berlim a convite de Frederico, o Grande (1712 - 1786), tornando-se diretor do curso de matemática da Academia Prussiana, passando vinte e cinco anos trabalhando na Academia de Ciências de Berlim, apresentando um grande número de artigos à Academia de São Petersburgo, bem como à Academia da Prússia. Devido a sua excelência

acadêmica, e sua reputação que se estendia a toda a Europa, foi também membro da *Académie Royale des Sciences* de Paris, da *Royal Society of London* e da *Società Scientifica Privata Torinese*, entre outras. Durante o século XVIII o desenvolvimento das pesquisas em matemática não ocorriam nas universidades, mas sim nas academias, que trouxeram uma democratização do conhecimento científico. Estas academias, geralmente, eram patrocinadas por monarcas, seus membros tinham um pouco mais de liberdade e havia continuidade nas pesquisas desenvolvidas.

Em 1766 Euler regressa à São Petersburgo com grandes privilégios a convite de Catarina II, a Grande (1729 - 1796), como membro da Academia de Ciências Russa, posição que ocupou até sua morte em 18 de setembro de 1783. Em 1771, mesmo após uma doença que o deixou quase totalmente cego sua produtividade continuou intensa, sua memória impecável permitia a ele ditar seus textos para seus assistentes.

Leonhard Euler teve uma longa carreira como matemático e cientista, sendo considerado o matemático mais produtivo da história. Segundo o historiador da ciência, Clifford Truesdell, vinte e cinco por cento de todo o trabalho matemático e científico publicado durante todo o século XVIII foi escrito por Euler. Embora conhecesse várias línguas, Euler escrevia, principalmente, em latim, francês e alemão. Escreveu livros de referência sobre assuntos de análise matemática, geometria analítica e diferencial, cálculo de variações, mecânica e álgebra. Publicou mais de 760 trabalhos de pesquisa, muitos dos quais ganharam prêmios em competições, seus trabalhos eram publicados nas revistas das academias científicas de grandes prestígios em toda a Europa. Segundo Kleinert e Mattmüller (2007, p. 25), mesmo não tendo obrigações regulares de ensino, ele escreveu influentes livros didáticos

contemplando uma grande variedade de assuntos como o cálculo diferencial e integral, a mecânica, a balística, a acústica, a astronomia, a teoria musical, a construção de navios, assim como um tratado sobre as Ciências Naturais na obra *Cartas a uma princesa da Alemanha*. Após sua morte, seus pupilos embarcaram no longo projeto de publicar suas centenas de obras inéditas.

A partir de 1849, com a publicação de dois volumes de *Commentationes arithmeticae*, editado por Paul-Heinrich e Nicolaus Fuss que incluíam 94 artigos que já haviam sido publicados, cinco manuscritos inéditos dentre eles o importante manuscrito *Tractatus de doctrina numerorum*, houveram muitas tentativas de publicações das obras completas de Euler, dentre elas destacamos o Índice *operum Leonhardi Euleri* feito por Johann Georg Hagen em 1896; entre 1910 e 1913, o historiador da matemática sueco, Gustav Eneström (1856 - 1923) compilou o inventário padrão dos escritos de Euler, essa indexação é conhecida como Índice *Eneström*, as publicações são identificadas pela letra E seguida de um número. De acordo com este inventário, o número total de publicações impressas de Euler, entre artigos e livros, é de 866¹.

Após o bicentenário de sua morte, a Academia de Ciência da Suíça, por iniciativa de um professor de matemática da Universidade Politécnica de Zurique, Ferdinand Rudio, empreendeu esforços na publicação dos trabalhos de Euler baseando-se na lista preparada por Eneström. Criou-se o Comitê *Euler-Kommission* para a realização deste projeto e arrecadação de fundos, o Comitê estimou que o projeto teria uma duração de 12 anos, com um total de 40 volumes, mas verificou-se

¹ A relação completa das obras de Euler classificadas por Gustav Eneström está disponível no site: <<http://www.math.dartmouth.edu/~euler/index/enestrom.html>>.

que o comitê havia subestimado consideravelmente o tamanho do legado deixado por Euler. Em 1913, o número estimado de volumes foi aumentado para 66, e depois para 72. Ficou firmado que a *Opera Omnia* seria dividida em três séries: I. Matemática (29 volumes); II. Mecânica e Astronomia (31 volumes); III. Física e Diversos (12 volumes).

Em 1911 o primeiro volume da *Opera Omnia* foi publicado e compreendeu o livro *Vollständige Einleitung zur Algebra* com os acréscimos de La Grange e o Elogio à Euler por Nicolaus Fuss. Em 1967 o Comitê Suíço de Euler decidiu iniciar uma quarta série adicional da *Opera Omnia*, em um projeto conjunto da Academia de Ciências Suíça e da Academia de Ciências da União Soviéticas. Este comitê seria exclusivamente responsável pela Série IV, que deveria conter as correspondências de Euler (série IVA) e manuscritos inéditos (série IVB). A série IVB foi adiada e a publicação da série IVA começou em 1975 com um inventário de aproximadamente 3.000 cartas de e para Euler que eram conhecidas naquele tempo e que estão escritas em alemão, francês e latim, apenas poucas em russo. De acordo com Kleinert (2015, p. 20), os correspondentes incluem matemáticos famosos do século XVIII, tais como Daniel Bernoulli, Christian Goldbach, Johann Andreas Segner e outras pessoas com que Euler tratava de assuntos de negócios, tais como Pierre Louis Moreau de Maupertuis, Gerhard Friedrich Müller e Johann Daniel Schumacher.

Em 1980 foi publicado, de fato, o primeiro volume de correspondências, o volume IVA5, que inclui as correspondências de Euler com Alexis Claude Clairaut (1713 - 1765), Jean Le Rond d'Alembert (1717 - 1783) e Joseph-Louis Lagrange, editadas por René Taton e Adolf P. Juškevic. Em 1986 foi publicado o volume IVA6 que consiste das correspondências de Euler com Maupertuis e Frederick II, editadas por

Pierre Costabel, Eduard Winter, Asot T. Grigorjan e Adolf P. Juškevic. Em 1998 foi publicado o volume IVA2 que consiste das correspondências de Euler com Johann I e Niklaus I Bernoulli, editadas por Emil Fellmann e Gleb K. Mikhajlov.

Em 2015 a edição das obras impressas de Euler estava quase terminada, foram publicados quatro volumes das correspondências, além de um inventário de todas as cartas conhecidas de Euler. Quatro volumes adicionais estão em andamento e serão publicados em 2016 ou 2017. De acordo com Kleinert (2015, p. 25-26), a Fundação Nacional da Ciência da Suíça não financiará mais edições impressas de clássicos, portanto, a fundação está planejando disponibilizar em uma edição *on-line* com acesso aberto, as cartas restantes que não se destinam à publicação nos volumes impressos, incluindo manuscritos originais, transcrições e comentários. Desde o início da edição das obras, os arquivos de Euler na Basileia, que agora fazem parte do Bernoulli-Euler-Zentrum², localizado na Biblioteca da Universidade da Basileia, reuniu as cópias das cartas existentes de Euler que estavam espalhadas pelo mundo, em bibliotecas, arquivos e coleções particulares. Quanto às cartas a ele endereçadas, estas são preservadas principalmente nos arquivos de São Petersburgo na divisão de Arquivo da Academia de Ciências Russa (SPbBARAS). No século XIX uma pequena parte das correspondências de Euler foram transferida para o departamento de manuscritos da Biblioteca Universitária de Tartu (Estônia), todas estas cartas para e de Euler estão agora acessíveis *on-line*³.

² <<https://bez.unibas.ch>>.

³ <<http://dspace.ut.ee/handle/10062/4930>>.

Não há dúvida de que Leonhard Euler faz parte dos grandes cientistas de todos os tempos. Seu trabalho exibe uma combinação única de interesses amplos e ideias brilhantes. Ele exibe maneiras originais de lidar com desafios e uma incrível persistência na busca de suas ideias, e mostra ainda uma apreciação profunda e solidária as realizações de seus antecessores e colegas. Euler é lembrado sobretudo como o principal matemático do seu tempo, mas suas obras também incluem inovadoras contribuições à física, à astronomia e à engenharia. Além disso, sua vasta correspondência produz uma compreensão fascinante sobre o desenvolvimento de suas ideias e sobre a comunidade científica do século XVIII. (KLEINERT; MATTMÜLLER, 2007, p. 25, tradução nossa).

AS SÉRIES INFINITAS

As séries infinitas são consideradas hoje uma parte essencial do Cálculo Diferencial e Integral e foram consideradas também ferramentas propulsoras do cálculo nos séculos XVII e XVIII. De fato, Newton considerou seu método dos fluxões inseparável de séries, pois o único modo de manipular funções algébricas e funções transcendentais era expandindo-as em séries infinitas, e assim ele poderia diferenciar e integrar termo a termo. Leibniz também enfatizou o uso de séries em seus trabalhos. Os Bernoullis, Euler e seus contemporâneos utilizaram também séries em seus trabalhos. Nesta época, as séries eram a única forma de representação para algumas funções e o mais efetivo meio de calcular as funções transcendentais elementares. As séries eram tratadas como polinômios infinitos, ou seja, séries formais de potências, que são de certo modo, uma generalização de polinômios, onde o grau pode ser considerado infinito e não há preocupação com a convergência. Além disso, segundo Kline,

“Euler e Lagrange acreditavam que todas as funções poderiam ser expressas como uma série.” (KLINE, 1972, p. 436).

As séries infinitas mostravam-se de grande valia para os matemáticos e merecia uma atenção especial. Próximo do ano de 1730, Euler publicou seu primeiro trabalho sobre séries infinitas, e fez contribuições sobre séries durante toda a sua vida.

De acordo com Kline (1983),

[...] no trabalho de Euler, assim como de seus antecessores, faltava rigor, é frequentemente *ad hoc* e contém equívocos, mas apesar disso, seus cálculos revelam uma excepcional habilidade para estimar ao passo que seus métodos podem conduzir a resultados corretos. (KLINE, 1983, p. 307, tradução nossa).

Aqui, discordamos de Kline quando ele diz que faltava rigor no trabalho de Euler, pois o que consideramos rigor matemático hoje não era concebido da mesma forma naquela época, e o que chamamos de “prova” hoje, não têm o mesmo significado para os matemáticos do século XVIII. Lembramos, que quem legitima o que é matemática e o que não é matemática, é a comunidade acadêmica ao qual o matemático está inserido. Logo, ao longo da história vemos várias discussões e “duelos” de matemáticos para mostrarem o seu ponto de vista, e são os matemáticos da época que decidem se a “prova” é legítima ou não.

Assim, analisar a história com os conhecimentos de hoje, faz parecer que os matemáticos eram descuidados e sem rigor, devemos “olhar” para a história da matemática como Descartes nos diz em seu livro *Discurso do Método*:

[...] conversar com as pessoas dos outros séculos é quase o mesmo que viajar (pois é quase a mesma coisa viver na companhia de homens de uma outra

época e viver com estrangeiros). É bom saber alguma coisa dos costumes de vários povos para julgarmos os nossos mais salutarmente, e para não pensarmos que tudo o que é contra nossos modos é ridículo e contra a razão, como costumam fazer os que nada viram. (DESCARTES, 2009, p. 13).

Os dizeres de Descartes corroboram as ideias de Lins (1993) as quais utilizamos na nossa tese, adotamos a perspectiva de leitura plausível oferecida pelo Modelo dos Campos Semânticos diante das obras de Euler.

[...] o entendimento em História da Matemática varia tanto quanto se queira de acordo com assumirmos uma leitura progressistas da História (ler a história em busca de uma sucessão de métodos e teoremas) ou uma leitura epistemológica da História (buscar entender como as ideias contidas em uma cultura matemática estão organicamente articuladas e de que forma certas noções estão naturalmente excluídas desta cultura). (LINS, 1993, p. 78).

Nos dias de hoje, nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral nos deparamos com o estudo de séries, e a ênfase neste assunto é sobre convergência e especialmente sobre os testes de convergência. Segundo Lehmann (1995), “gastamos nosso tempo descobrindo se as séries convergem ou não, mas pouco ou nenhum tempo descobrindo que as séries convergem para” (LEHMANN, 1995, p. 164, tradução nossa). E como vimos, um dos interesses dos matemáticos do século XVII e XVIII eram nas representações de funções como somas de séries infinitas para poderem, de fato, operarem algebricamente com estas representações.

Com efeito, a teoria sobre séries infinitas nos fornece um método de representar uma função derivável como soma infinita de potências de x , e podemos avaliar uma classe de funções muito mais geral que a

dos polinômios. Atualmente, os físicos utilizam as séries em óptica, relatividade especial e eletromagnetismo - eles analisam fenômenos trocando a função pelos primeiros termos da série que a representa. As séries geométricas infinitas também são utilizadas por economistas e em outras áreas das ciências.

Ao analisarmos os livros textos atuais que tratam a Teoria de séries infinitas, estes iniciam-se com definições, proposições e teoremas a respeito de sequências, e depois introduzem as definições teoremas e testes (ou critérios) a respeito de séries infinitas. Assim, hoje quando iniciamos o trabalho com séries infinitas precisamos definir o que é “soma” de uma série infinita. Este comentário é obvio hoje em dia, mas Hardy (1949) nos diz:

[...] não ocorre para um matemático moderno que uma coleção de símbolos matemáticos deveria ter um “significado” até alguém ter atribuído a ele por definição. Não era uma trivialidade mesmo para os grandes matemáticos do século XVIII. Eles não tinham o hábito de definir: não era natural para eles dizerem abertamente “por X queremos dizer Y”. Há reservas à serem feitas, [...] mas é amplamente verdade dizer que os matemáticos antes de Cauchy não perguntavam: “Como definiremos $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$?” mas “O que é $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$?” e **este hábito de pensar os conduziu a perplexidades desnecessárias e controvérsias que eram frequentemente verbais.** (HARDY, 1949, p. 5-6, tradução nossa) [grifo nosso].

Aqui, discordamos de Hardy no que diz respeito a afirmação em negrito, pois no século XVIII a pergunta: “Como definimos $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$?” não produzia significado para os matemáticos, era sem sentido, pois os objetos matemáticos não eram dados por definição. Enquanto que ao se depararem com “algo” novo a pergunta: “O que é $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$?” ou “Qual é o valor (ou significado) destes símbolos?” era totalmente

legítima, e o significado era produzido e analisado de vários modos (como veremos mais adiante neste capítulo). Assim, por meio da leitura positiva, buscaremos entender como os matemáticos do século XVIII “pensavam”, ou melhor, produziam significados para os objetos da matemática. Portanto, quando nos deparamos com um livro/ artigo publicado em outra época, ele (o livro escrito) “representa uma voz que se reveste de autoridade” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 106). E é com esta autoridade (do autor) que analisaremos os trabalhos de Euler apresentados em nossa tese.

Assim, ao longo da tese, ao produzirmos significados para séries, minhas enunciações foram feitas na direção de interlocutores - ora Euler, ora a comunidade matemática de hoje - que, acredito, diriam o que estou dizendo com a justificação que estou produzindo. Queremos salientar que nossa estratégia buscou destacar as possíveis convergências (se é que existem) e diversificações que ocorrem na produção de significados, nos objetos e nos conhecimentos.

O QUE É UMA SÉRIE INFINITA

Segundo Simmons (1988), uma série infinita, ou simplesmente uma série, é uma expressão da forma $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$, onde às últimas reticências indicam que os termos continuam indefinidamente. O número a_n chama-se *n-ésimo* termo da série. É usual escrevermos a série na forma $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$. É claro que a operação de adição realizada uma infinidade de vezes não pode ser interpretada literalmente, e seu significado deve ser abordado de maneira *sutil*.

Ainda segundo Simmons (1988), entre os significados produzidos “naturalmente” para séries infinitas na matemática de hoje, temos a divisão elementar:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 1-x \\
 +x \\
 \hline
 +x-x^2 \\
 +x^2 \\
 \hline
 +x^2-x^3 \\
 +x^3 \quad \text{etc.}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1-x \\
 \hline
 1+x+x^2+\dots
 \end{array}$$

mostrando que $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1} + \frac{x^n}{1-x}$. Queremos saber como a função do primeiro membro da igualdade acima está relacionada com a série infinita que parece formar-se no segundo membro. Isto é, seria verdade que $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$? Portanto, Simmons apresentará as definições, teoremas e proposições sobre a Teoria de Séries para responder esta indagação.

DAS RESOLUÇÕES DAS FRAÇÕES EM SÉRIES INFINITAS

Nesta presente seção apresentarei a Seção 4.3 do Capítulo 4 do meu trabalho de doutoramento, e para um maior entendimento dela, também exibirei o início do Capítulo 4. Aqui explicitarei *uma* possível produção de significado para uma parte do Capítulo V, da Parte I, Seção II, do livro *Elements of Algebra*, cujo título é *Das Resoluções das Frações em Séries Infinitas*, que é justamente o caso da divisão elementar que apresentei anteriormente neste texto. Todos os artigos e fragmentos dos artigos que apresentarei a seguir foram traduzidos pela autora.

Euler começa este capítulo, no artigo 289, recordando quando o dividendo não é divisível pelo divisor:

Euler: Quando o dividendo não é divisível pelo divisor, o quociente é expresso, como já tínhamos observado, por uma fração. Assim, se tivermos que dividir 1 por $1 - a$, obtemos a fração $\frac{1}{1-a}$. Isso, porém, não nos impede de tentar a divisão de acordo com as regras que foram dadas, nem de continuarmos tão longe quanto desejarmos; e não vamos falhar deste modo para encontrar o verdadeiro quociente, embora sob diferentes formas.

Neste parágrafo Euler nos apresenta qual será o seu modo de produzir significado para o quociente $\frac{1}{1-a}$, ou seja, ele utilizará o algoritmo usual da divisão continuamente para encontrar o quociente. Com base na produção de significados, segundo o modelo teórico adotado e os registros de Euler, podemos inferir que ele estava a constituir um núcleo em relação ao que denominamos algoritmo usual da divisão. Chamaremos a atividade de produzir significado em relação a esse núcleo de **Campo Semântico da Divisão**.

No artigo seguinte, Euler efetua a divisão de 1 por $1 - a$, e após a divisão, no artigo 291 sintetiza os seus resultados e conclui.

Euler: 291. Isto mostra que a fração $\frac{1}{1-a}$ pode ser exibida conforme todas as seguintes formas:

I. $1 + \frac{a}{1-a};$

II. $1 + a + \frac{a^2}{1-a};$

III. $1 + a + a^2 + \frac{a^3}{1-a};$

V. $1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + \frac{a^5}{1-a};$

IV. $1 + a + a^2 + a^3 + \frac{a^4}{1-a};$

VI. etc.

E neste mesmo artigo mostra por meio de cálculos que todas essas expressões são iguais em valores a fração $\frac{1}{1-a}$. No artigo 292, Euler continua com sua explicação:

Euler: 292. Sendo este o caso, podemos continuar a série, tanto quanto desejarmos, sem ser necessário realizarmos mais nenhum cálculo. E, assim, teremos

$$\frac{1}{1-a} = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + \frac{a^8}{1-a};$$

ou podemos continuar esta, mais longe, e ainda continuar sem fim. Razão pela qual podemos dizer que a fração proposta foi resolvida em série infinita, que é,

$$1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8 + a^9 + a^{10} + a^{11} + a^{12} \text{ etc.}$$

até o infinito; e existem motivos suficientes para afirmar que o valor desta série infinita é o mesmo que da fração $\frac{1}{1-a}$. (grifo nosso)

Note que Euler, primeiramente, aplicou o algoritmo usual da divisão para encontrar o quociente da divisão de 1 por $1 - a$, após alguns passos, concluiu que

$$\frac{1}{1-a} = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + \frac{a^8}{1-a}.$$

Veja bem! Nos séculos XVII e XVIII, era comum a utilização do *princípio da extensão infinita*, isto é, a passagem dos algoritmos finitos para os infinitos. Segundo Ferraro,

Se uma regra R era válida para uma expressão finita ou se um procedimento P dependia de um número finito n de passos $S_1; S_2; S_3; \dots; S_n$ então era legítimo aplicar a regra R e o procedimento P nas expressões infinitas e em um número infindável de passos $S_1; S_2; S_3; \dots$ (FERRARO, 2008, p. 117, tradução nossa).

Na obra *Logarithmotechnia*, publicada em 1668, Nicholas Mercator (1620 - 1687) apresentou uma técnica para facilitar os cálculos com logaritmos. Nesta obra Mercator utilizava o método de *divisão longa*, isto é, utiliza o algoritmo usual da divisão *continuamente ad infinitum* para encontrar o quociente entre dois polinômios, obtendo uma série infinita. Este método era fundamentado na ideia que as operações algébricas usuais poderiam ser usadas para gerar séries e, de acordo com Ferraro, “se poderia operar sobre uma série da mesma maneira como se opera sobre uma expressão analítica fechada.” (FERRARO, 2008, p. 20, tradução nossa). Logo, era legítimo para Euler aplicar o algoritmo da divisão *continuamente ad infinitum*

para obter uma série infinita. Assim, Euler, por meio da divisão, de 1 por $1 - a$ obtém a série infinita

$$1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8 + a^9 + a^{10} + a^{11} + a^{12} + \dots$$

Podemos dizer que Euler estava produzindo significado para esta série infinita a partir da divisão elementar, em outras palavras, ele estava nos mostrando o que é uma série infinita, ou seja, a série surge a partir da divisão *continuada ad infinitum*. Em termos do nosso modelo teórico, podemos dizer que os significados, objetos e conhecimentos serão produzidos por Euler, em relação ao **Campo Semântico da Divisão**.

Observamos também, que este livro-texto foi publicado pela primeira vez em alemão em 1770, quarenta e um anos depois da apresentação, na Academia de São Petersburgo, de seu primeiro trabalho sobre séries infinitas, assim, podemos inferir que esse assunto para Euler já estava bem consolidado, e os resultados que ele apresenta

nesta obra já foram bem trabalhados anteriormente, logo ele apresentará no Capítulo V o resumo de alguns de seus resultados.

Segundo Martins (2005, p. 77), o termo paradigma designa “um complexo de crenças teóricas gerais, de leis e de técnicas para sua aplicação, capaz de organizar as pesquisas de toda uma comunidade científica.” Assim, quando um paradigma está em voga, um membro da comunidade científica “não se vê mais obrigado, na exposição de seus trabalhos mais importantes, a reconstruir o seu campo de estudos desde os primeiros princípios, nem tampouco justificar o uso de cada conceito utilizado.” (MARTINS, 2005, p. 77).

Assim, para compreendermos os resultados apresentados por Euler, devemos analisá-los sob a sua ótica e buscar quais foram os possíveis modos de produção de conhecimento e significados matemáticos feito por ele. Para fazermos uma leitura positiva do fragmento da obra de Euler que apresentaremos neste texto, buscamos um artigo científico anterior a este livro, que trata de séries divergentes, *De seriebus divergentibus*, publicado em 1760, e o Capítulo III do livro *Foundations of Differential Calculus*, publicado em 1755, que trabalha com algumas das séries apresentadas no livro *Elements of Algebra*.

No artigo *De seriebus divergentibus*, temos

Euler: §11 [...] Sempre em análise [álgebra], chegamos a uma expressão racional ou transcendente, geralmente convertemos-a em uma série apropriada em que os cálculos subsequentes possam ser mais facilmente executados. Portanto, se as séries infinitas ocorrem em análise, elas surgiram a partir da expansão de uma certa expressão finita, e, conseqüentemente, no cálculo é sempre possível, substituímos no lugar da série infinita a fórmula da qual a série originou. Assim, com grande ganho, as regras são dadas para converter as expressões finitas,

mas inconvenientes, na forma de séries infinitas, e do mesmo modo, as regras que ajudam a expressão finita, a partir do qual uma série infinita proposta originou, podem ser investigadas, são consideradas de grande utilidade. Uma vez que a expressão pode ser sempre substituída, sem erro, por uma série infinita, ambas devem ter o mesmo valor. Segue-se que não existe série infinita para a qual a expressão finita equivalente a ela não pode ser concebida.

Neste parágrafo Euler está constituindo o objeto “séries”, assim para ele, as “séries infinitas surgem a partir da expansão da expressão finita” e “ambas devem ter o mesmo valor”. E nos afirma, que toda série têm uma expressão finita que lhe originou. Assim, podemos produzir significado para a soma de uma série dizendo que calcular o valor da soma de uma série infinita significa retornar a série dada à expressão finita que a gerou. Por exemplo, em notação atual, no artigo 292, a expressão finita $\frac{1}{1-a}$ á soma da série $\sum_{i=0}^{+\infty} a^i$ pois utilizando o algoritmo usual da divisão infinitamente é possível expandir $\frac{1}{1-a}$ e obter a série $\sum_{i=0}^{+\infty} a^i$. De acordo com o nosso modelo teórico, podemos dizer que Euler, neste caso, está produzindo significado para a soma da série em um **Campo Semântico da Divisão**.

Além disso, nesta época o princípio da *generalidade da álgebra* garantia a Euler que esta soma era válida para qualquer valor de a . Este princípio consistia do seguinte pressuposto: “Se uma fórmula analítica foi derivada usando as regras da álgebra então ela era pensada válida em geral.” (FERRARO, 2008, p. 209-210, tradução nossa).

Gostaríamos de destacar a diferença do modo de produção de significado para a soma da série que Euler nos apresentou com o significado produzido hoje em teoria de séries. Hoje, dizemos que $\frac{1}{1-a}$ é a soma da série $\sum_{i=0}^{+\infty} a^i$ para $|a| < 1$, pois $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=0}^n a^i =$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1-a^{n+1}}{1-a} = \frac{1}{1-a}, |a| < 1$. Neste caso, estamos produzindo significado para a soma de uma série em um Campo Semântico cujo núcleo foi constituído por sequências, somas parciais e limite. Logo, o objeto “soma de uma série” foi constituído de um modo diferente daquele feito por Euler, ou seja, são objetos distintos pois cada objeto foi constituído dentro de Campos Semânticos diferentes.

Vamos continuar nossa leitura positiva, agora produzindo significado para o parágrafo §1 deste mesmo artigo, *De seriebus divergentibus*,

Euler: §1. Se as séries convergentes são definidas como aquelas cujos termos decrescem continuamente e, finalmente, se a série continua até o infinito, desaparecem completamente; é fácil ver, que as séries cujos termos infinitesimais não tornam-se nada, mas nem permanecem finito ou crescem até o infinito, são designadas, desde que não sejam convergentes, a classe de séries divergentes. Dependendo se os últimos termos da série, que se obtém na progressão continuada até o infinito, são de magnitude finita ou infinita, temos dois tipos de séries divergentes, que podem ser subdivididas em duas classes, dependendo se todos os termos possuem o mesmo sinal ou os sinais alternados + e – um com o outro. No geral, portanto, teremos quatro tipos de séries divergentes que, por motivo de maior clareza, eu gostaria de adicionar alguns exemplos.

$$I. \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \text{etc.}$$

$$III. 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \text{etc.}$$

$$II. \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \text{etc.}$$

$$IV. 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \text{etc.}$$

Podemos dizer que Euler estava produzindo significado para séries convergentes como aquelas séries que os termos de forma gradual

tornam-se menores e finalmente desaparecem completamente. E as séries cujos termos não tornam-se zero, mas nunca diminuem abaixo de um certo valor ou mesmo aumentam até o infinito, denominam-se *séries divergentes*.

Observe que a definição utilizada hoje para séries convergentes é completamente diferente desta apresentada por Euler, envolve sequências numéricas, somas parciais e limites. Mas dizer que os matemáticos não trataram essa questão por não apresentarem os conceitos nas formas do rigor da matemática moderna, é lê-los pela falta, e isto não fizemos no nosso trabalho, pois os objetos matemáticos que Euler estava constituindo não são os mesmos objetos matemáticos de hoje, este fato pode causar um certo estranhamento já que os objetos têm os mesmos nomes.

Para clarificar essa ideia que apresentamos acima, vamos relembra-los a definição de **significado/ objeto** do Modelo dos Campos Semânticos (MSC):

Significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz significado. (LINS, 2012, p. 28).

Assim, apoiados no nosso referencial teórico, percebemos que as séries convergentes para Euler não são os mesmos objetos que as séries convergentes são hoje. Na verdade, os objetos que Euler está constituindo aqui, embora tenham os mesmos nomes de hoje, são completamente distintos.

[...] matemática é a arte de dar o mesmo nome a coisas diferentes [...] Quando a linguagem é bem escolhida, ficamos admirados de ver que todas as provas feitas para certo objeto aplicam-se imediatamente a muitos novos

objetos; nada há a alterar, nem mesmo as palavras, visto que os nomes tornaram-se os mesmos. (POINCARÉ, 1908, p. 375 apud LAKATOS, 1978, p. 120- 121).

Após estas explicações a respeito da concepção de séries, podemos produzir significado para o artigo 292, nos termos de Euler, como:

$$\frac{1}{1-a} = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8 + a^9 + a^{10} + a^{11} + \dots (*)$$

ou seja, o quociente $\frac{1}{1-a}$ pode ser expandido em uma série infinita $\sum_{i=0}^{+\infty} a^i$ e a soma da série $\sum_{i=0}^{+\infty} a^i$ é a expressão finita, neste caso $\frac{1}{1-a}$, que a gerou.

Nos artigos 293 a 297, Euler irá atribuir valores para a em (*), apresentando casos particulares, segundo ele, para um melhor entendimento.

Neste presente texto, minha intenção é apresentar detalhadamente a produção de significados e conhecimentos que produzimos em minha tese ao analisarmos na obra de Euler a série infinita gerada a partir da divisão de 1 por $1 + a$.

Diante da produção de significados e conhecimentos apresentado por Euler no início do Capítulo V, da Parte I, Seção II, do livro *Elements of Algebra*, e apoiados nas obras *De seriebus divergentibus* e *Foundations of Differential Calculus*, vamos analisar a produção de significado que Euler produziu.

Euler: 298. Da mesma forma, podemos resolver a fração $\frac{1}{1+a}$ em uma série infinita, dividindo efetivamente o numerador 1 pelo denominador $1 + a$, como segue

$$\begin{array}{r}
 1 + a) \quad 1 \\
 \underline{1 + a} \\
 -a \\
 \underline{-a - a^2} \\
 +a^2 \\
 \underline{+a^2 + a^3} \\
 -a^3 \\
 \underline{-a^3 - a^4} \\
 +a^4 \\
 \underline{+a^4 + a^5} \\
 -a^5 \quad \text{etc.}
 \end{array}
 \qquad (1 - a + a^2 - a^3 + a^4$$

Daí segue-se que a fração $\frac{1}{1+a}$ é igual a série

$$1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + a^6 - a^7 \text{ etc.}$$

Podemos produzir significado para o artigo 298, nos termos de Euler, como:

$$\frac{1}{1+a} = 1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + a^6 - a^7 + \dots (**)$$

onde essa igualdade foi gerada pela utilização do algoritmo usual da divisão, e pelo princípio da extensão infinita, portanto, podemos afirmar que o quociente $\frac{1}{1+a}$ pode ser expandido em uma série infinita $\sum_{i=0}^{+\infty} (-1)^i a^i$ e a soma da série $\sum_{i=0}^{+\infty} (-1)^i a^i$ é a expressão finita, neste caso, $\frac{1}{1+a}$, que a gerou.

No próximo artigo, Euler atribuirá valor para a em (**) e analisará a série gerada.

Euler: 299. Se fizermos $a = 1$, temos esta comparação notável:

$$\frac{1}{1+a} = \frac{1}{2} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \text{ etc.}$$

até o infinito; que parece bastante contraditória, pois se pararmos no -1 a série dá 0; e se terminarmos em $+1$ dá 1, mas isso é precisamente o que resolve a dificuldade, porque desde que devemos continuar até o infinito, sem parar, quer

no -1 ou em $+1$, é evidente que a soma não pode ser nem 0 ou 1 , mas que este resultado deve situar-se entre estes dois, e portanto ser $\frac{1}{2}$.

Primeiro, vamos produzir significado para o artigo 299, utilizando a Teoria de Séries de hoje. Considere a série

$$\sum_{i=0}^{+\infty} (-1)^i = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

A sequência de somas parciais é $1, 0, 1, 0, \dots$ logo s_n não cresce arbitrariamente, mas não se aproxima de nenhum limite finito. Em vez disso, oscila indefinidamente entre os números 1 e 0 e, portanto, a série não tem soma.

Hoje, sabemos que esta série é uma série alternada divergente, mas antes da fundamentação da Teoria de séries, esta série gerou muita polêmica e disputa entre os matemáticos. Quando Euler produziu significado para esta série, sua enunciação foi feita na direção da comunidade matemática da sua época, que diriam o que ele está dizendo com a justificação que ele estava produzindo, e de fato, faremos uma retomada histórica dessa série, citando alguns matemáticos envolvidos no cálculo dessa série e mostraremos que o resultado encontrado por Euler no artigo 299 era totalmente plausível em sua época.

SÉRIE DE GRANDI

O matemático italiano, filósofo e padre Guido Grandi (1671-1742)¹⁰ estudou os fluxões de Newton e os diferenciais de Leibniz e usou ambas as abordagens embora tenha favorecido a abordagem utilizada por Leibniz. Ele enviou cópias de seu trabalho para ambos os matemáticos e

recebeu agradecimentos de Leibniz e cópias da *Óptica* e dos *Principia* de Newton. Um dos seus resultados obtido na obra *Quadratura dos Círculos e Hiperboles* causou muito interesse.

Ele usou a expansão em série $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$ e colocando $x = 1$, obteve

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = \frac{1}{2} (***)$$

Utilizando a propriedade associativa da adição, ele argumentou que

$$(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = \frac{1}{2}.$$

Com esse resultado, no primeiro esboço do seu trabalho, Grandi afirmou que uma vez que a soma de infinitos 0 é igual a $\frac{1}{2}$, ele provou que Deus poderia criar a palavra a partir do nada.

Entretanto, a censura da época exigiu que fosse retirado esse comentário, permitindo a publicação apenas da matemática. Relutantemente, Grandi concordou em remover o comentário, mas muitos matemáticos de toda a Europa ficaram intrigados com o resultado de Grandi que $0 + 0 + 0 + \dots = \frac{1}{2}$.

LEIBNIZ E OS BERNOULLI

Segundo Kline (1972), Jacob e Johann Bernoulli fizeram um grande trabalho com séries. Jacob Bernoulli (1654 - 1705) escreveu um tratado, o *Positiones arithmeticae de seriebus infinito, earumque summa finita*, onde tentou sistematizar os principais resultados obtidos durante o século

XVII, fornecendo uma exposição estruturada e coerente da teoria de séries. Este tratado foi publicado entre 1689 e 1704 em cinco artigos separados, e foram publicados postumamente por seu sobrinho Nicholas (1695 - 1726) no apêndice da obra *Ars Conjectandi* em 1713.

Bernoulli afirmou que o método de divisão longa aplicado a $\frac{l}{m \mp n}$ sempre produz um resto, apenas se $m > n$ o resto “diminui e é finalmente menor do que qualquer quantidade dada” (FERRARO, 2008, p. 84, tradução nossa) neste caso temos:

$$\frac{l}{m \mp n} = \frac{l}{m} \pm \frac{ln}{m^2} + \frac{ln^2}{m^3} \pm \dots$$

Ele também provou que a soma de $\frac{l}{m} - \frac{ln}{m^2} + \frac{ln^2}{m^3} - \dots = \frac{l}{m+n}$ varia entre $\frac{l}{m}$ e $\frac{l}{2m}$ para $0 < n < m$. Ele notou que quando $n = m$ a série resulta

$$\frac{l}{2m} = \frac{l}{m} - \frac{l}{m} + \frac{l}{m} - \frac{l}{m} + \dots (****)$$

que ele descreveu como um paradoxo. Segundo ele, neste caso o resto não diminui mas é sempre igual a $\pm \frac{l}{2m}$. Logo, não podemos simplesmente abandoná-lo. Portanto, o resultado da divisão de l por $2m$ é $\frac{l}{m} - \frac{l}{m} + \frac{l}{m} - \frac{l}{m} + \dots + (-1)^n \frac{l}{2m}$, onde n é o número de termos que estamos adicionando.

Leibniz estudou a série de Grandi em algumas cartas (1713 - 1716) para Christian Wolf (1678 - 1754). Ele concordou com o resultado de Grandi, mas pensou que deveria ser possível obter o resultado da série sem a argumentação dada por Grandi.

De fato, Leibniz argumentou que se tomarmos o primeiro termo, a soma dos dois primeiros termos, a soma dos três primeiros termos, e assim por diante, obteremos a sequência 1, 0, 1, 0, 1, 0, ...

Portanto, as somas 1 e 0 são igualmente prováveis quando o número de termos é finito, ou seja, quando o número de termos for par a soma resulta 0 e quando o número de termos for ímpar a soma resulta 1. Assim, quando somamos a série $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ até o infinito, a natureza dos números desaparece e não podemos distinguir entre números pares ou ímpares. De acordo com Leibniz, a soma da série então não pode ser 0 ou 1, mas deve ser tomada como a média aritmética entre 0 e 1, que é o valor mais provável para a soma quando o número de termos é infinito.

Esta solução foi aceita por Jacob e Johann Bernoulli, Daniel Bernoulli e mais tarde por Lagrange. Leibniz admitiu que seu argumento era mais metafísico do que matemático, mas passou a dizer que havia mais verdades metafísicas em matemática do que era geralmente reconhecido. (KLINE, 1972, p. 446, tradução nossa).

Pensando em termos do nosso modelo teórico, podemos observar que Leibniz estava produzindo significado para a série (***) em um campo semântico cujo núcleo foi constituído pelas somas parciais, pela crença que a natureza dos números desaparece no infinito, por um argumento probabilístico e pela média aritmética das somas parciais.

Segundo Ferraro (2008), Leibniz se recusou a produzir significado para a série (***) de modo exclusivamente algébrico e rejeitou os resultados que provinham apenas dele. Para ilustrarmos esse fato, em correspondência trocada com Christian Wolf, em 12 de junho de 1712, Wolf escreveu que tinha obtido alguns resultados para a soma de séries

divergentes. Ele considerou a seguinte expansão em série $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 \dots$ e substituiu $x = 2$, obteve

$$\frac{1}{3} = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \dots$$

Também substituiu $x = 3$, e obteve

$$\frac{1}{4} = 1 - 3 + 9 - 27 + 81 - \dots$$

Wolf também tentou provar esses resultados calculando as somas parciais dos termos positivos e as somas parciais dos termos negativos, utilizando o mesmo argumento probabilístico dado por Leibniz, tomou a média aritmética das somas parciais dos termos positivos e dos termos negativos quando o número de termos é finito, mas Leibniz desaprovou esses resultados pelo seu método, em correspondência datada em 13 de julho de 1712.

A série $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$

Segundo Crombie,

O estilo de pensamento da cultura fornece os critérios e os modos que determinam, entre outros, a natureza ontológica dos objetos matemáticos, o tipo de discurso científico tido como aceitável, os argumentos reconhecidos como válidos e os métodos de pesquisa que lhe são próprios. (CROMBIE, 1995 apud RADFORD, 2011, p. 50).

Portanto, fundamentado nos argumentos trazidos por Grandi, Leibniz e os Bernoulli, vamos agora olhar para a justificação do artigo

299 dada por Euler no artigo *De seriebus divergentibus* e no Capítulo III do livro *Foundations of Differential Calculus*.

Euler §3. Do segundo tipo temos a série $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \text{etc.}$, primeiro considerada por Leibniz, cuja soma afirmou ser igual a $\frac{1}{2}$, com o suporte do seguinte raciocínio, bastante sólido: em primeiro lugar, esta série surge se a fração $\frac{1}{1+a}$ é expandida, da forma usual, pela divisão continua na seguinte série $1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + \text{etc.}$, e o valor da letra a é tomado igual a unidade. Então, na verdade, para confirmar isto ainda mais e persuadir aqueles que não estão acostumados com tais cálculos, ele deu o seguinte argumento: se esta série é terminada em algum lugar, e o número de termos for par, então sua soma será igual a 0, mas se, por outro lado, o número de termos for ímpar, a soma da série será igual a 1; Portanto, se a série prosseguir até o infinito e (consequentemente) o número de termos não pode ser considerado nem como par nem como ímpar, ele concluiu que a soma não pode ser igual a 0 ou 1, mas tem um certo valor médio, que difere igualmente dos dois, que é igual a $\frac{1}{2}$.

Neste parágrafo, pensando em termos do nosso modelo teórico, observamos que houve uma mudança de Campo Semântico ao longo do discurso. Inicialmente, houve uma produção de significado para a série (***) em um Campo Semântico cujo núcleo foi constituído pela divisão, ou seja, utilizando o algoritmo usual da divisão continuamente, a fração $\frac{1}{1+a}$ foi expandida em uma série infinita. Mas como vimos na seção acima, Leibniz se recusou a esse modo de produção de significado para a série (***). Assim, Euler nos apresenta uma outra produção de significado para a série (***), fornecida por Leibniz, para “persuadir aqueles que não estão acostumados com tais cálculos”, isto é, as pessoas que não estão acostumadas a operar em um Campo Semântico cujo núcleo é constituído pela divisão. Portanto, para legitimar o resultado obtido, Euler nos apresenta a produção de significado para série (***)

em um Campo Semântico cujo núcleo foi constituído pelas somas parciais, pela crença que a natureza dos números desaparece no infinito, por um argumento probabilístico e pela média aritmética das somas parciais. Chamaremos a atividade de produzir significado em relação a esse núcleo de **Campo Semântico de Leibniz**.

Euler continua a sua produção de significado para a série (***).

Euler: §4. *Contrário a este argumento, é geralmente apresentado a seguinte objeção: “Primeiro, a fração $\frac{1}{1+a}$ é somente igual a série infinita $1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + a^6 - etc.$ se a é uma fração menor do que a unidade. Se, por exemplo, a divisão é interrompida em algum lugar e a parcela correspondente aos termos restantes é adicionada ao quociente, a origem do falso raciocínio será revelada; o seu resultado será $\frac{1}{1+a} = 1 - a + a^2 - a^3 + \dots \pm a^n \mp \frac{a^{n+1}}{1+a}$, e se o número n é tomado infinitamente, não é possível, no entanto, omitir a fração adicionada $\mp \frac{a^{n+1}}{1+a}$, a menos que ela realmente desapareça, que ocorre apenas se $a < 1$ e então a série converge. Mas, nos outros casos, é sempre necessário levar em conta o resto $\mp \frac{a^{n+1}}{1+a}$, e embora seja precedido por um sinal ambíguo $\mp$, dependendo se n for par ou ímpar, portanto, se n for infinito, o resto não pode ser apenas abandonado, porque um número infinito não é nem par nem ímpar, e assim não temos nenhum critério para a escolha do sinal. Pois é absurdo acreditar que existe um número inteiro, mesmo sendo infinito, que não é nem par nem ímpar.”*

Euler: §5. *Mas a essa objeção, os que atribuem certas somas as séries divergentes, justificadamente respondem que um número infinito é tratado como um número, e portanto, é par ou ímpar, embora seja de fato indeterminado. Quando uma série é dita continuada até o infinito, é contrário a esta ideia, se um certo termo da série é considerado como o último, mesmo se ele for infinitesimal. Portanto, a objeção acima referida, relativa à adição ou subtração do resto, depois do último termo, desaparece por si só. Uma vez que nunca alcançamos o fim de uma série infinita, portanto, nunca chegamos além de um lugar onde seria necessário acrescentar o resto; e consequentemente, este resto não só pode ser abandonado, mas tem que ser, porque em nenhum lugar*

encontramos ele. E esses argumentos, que são colocados a favor ou contra das somas de séries divergentes, também diz respeito ao quarto tipo, que é geralmente carregado de problemas próprios deles.

Observe que no parágrafo §4 Euler apresenta os argumentos dos críticos de somas de séries divergentes, onde para eles a fração $\frac{1}{1+a}$ é igual a série infinita $1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - \dots$ somente se $(0 < a < 1)$. E para os outros valores de a devemos considerar a parcela correspondente aos termos restantes, isto é, a fração $\mp \frac{a^{n+1}}{1+a}$. Euler observa que se n é infinito não há critérios para a escolha do sinal do termo $\mp \frac{a^{n+1}}{1+a}$, pois este depende de n ser um número par ou ímpar. E acrescenta, no parágrafo §5, “quando uma série é dita continuada até o infinito, é contrário a esta ideia, se um certo termo da série é considerado como o último, mesmo se ele for infinitesimal”, portanto, o resto deve ser desconsiderado.

Estes parágrafos acima nos mostram que Euler tinha consciência que as séries divergentes causavam estranhamentos, mesmo para os mais hábeis matemáticos de sua época, mas Euler sabia que esse objeto chamado de séries divergentes tinha um comportamento diferente das séries convergentes, mas nem por isso deixou de usá-los e perceber a sua importância.

No livro *Foundations of Differential Calculus*, temos

Euler: §108. [...] Uma vez que temos

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots,$$

Se não expressarmos o resto final, teremos

$$A. 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = \frac{1}{2},$$

$$B. 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \dots = \frac{1}{3},$$

$$C. 1 - 3 + 9 - 27 + 81 - 243 + \dots = \frac{1}{4}.$$

É claro que a soma da série B não pode ser igual a $\frac{1}{3}$, já que quanto mais termos somamos, mais longe o resultado obtido vai de $\frac{1}{3}$. Mas a soma de qualquer série deveria ser um limite próximo, ao qual as somas parciais deveriam aproximar-se, quanto mais termos são acrescentados.

Euler: §109. A partir disto, podemos concluir que as séries deste tipo, que são chamadas divergente, não têm somas fixas, uma vez que as somas parciais não se aproximam de qualquer limite que seria a soma da série infinita. Esta é certamente uma conclusão verdadeira, uma vez que mostramos o erro abandonado no resto final. No entanto, é possível, com justiça considerável, objetar que essas somas, mesmo que elas pareçam não ser verdadeiras, nunca levam ao erro. Na verdade, se as permitimos, então podemos descobrir muitos excelentes resultados que não teríamos se as rejeitássemos. Além disso, se essas somas fossem realmente falsas, elas não conduziriam consistentemente a resultados verdadeiros. Em vez disso, uma vez que elas diferem da verdadeira soma não apenas por uma pequena diferença, mas por infinito, elas deveriam nos enganar por uma quantidade infinita. Uma vez que isso não acontece, nós somos deixados com um nó mais difícil de desatar.

Note que no início do parágrafo §108 Euler produziu significado para a expansão da fração $\frac{1}{1+x}$ em séries infinitas dentro do **Campo Semântico da Divisão**, e depois tenta produzir significado para a série B dentro do Campo Semântico de Leibniz, pois, de fato, ele já havia produzido significado para a série A dentro deste campo semântico. Assim, Euler considera as somas parciais da série B:

$$s_1 = 1,$$

$$s_2 = 1 - 2 = -1$$

$$s_3 = 1 - 2 + 4 = +3$$

$$s_4 = 1 - 2 + 4 - 8 = -5$$

$$s_5 = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 = +11$$

...

portanto, ele percebe que quanto mais termos somamos, mais longe o resultado dessas somas parciais ficam do valor $\frac{1}{3}$. “Mas a soma de qualquer série deveria ser um limite próximo, ao qual as somas parciais deveriam aproximar-se, quanto mais termos são acrescentados.” Logo, não é legítimo produzir significado para a série *B* dentro do **Campo Semântico de Leibniz**.

Aqui fica claro a distinção entre os modos de produzir significado, já que é possível gerar *objetos* dentro de um dos *Campos Semânticos*, que podem perfeitamente não ter significado em outro Campo Semântico. (LINS, 1994e, p. 54).

Assim, Euler encontra-se diante de um paradoxo. De um lado ele percebe que as somas de séries divergentes diferem de sua “verdadeira” soma quando analisamos as suas somas parciais. Por outro lado, as séries infinitas surgiram a partir da expansão de uma certa expressão finita, ou seja, a soma da série é a expressão finita que a gerou. E quando utilizamos estas séries, elas não nos conduzem a absurdos. Portanto, para Euler o problema todo encontra-se na concepção da palavra **soma**.

*Euler: §110. Digo que todas as dificuldades encontram-se no nome **soma**. Se, como é comumente o caso, tomamos a **soma** de uma série como sendo o cumulado de todos os seus termos, de fato, considerados juntos, então não há dúvida de que apenas as séries infinitas que convergem continuamente se aproximam de algum valor fixo, quanto mais termos de fato adicionarmos, pode ter soma. No entanto, séries divergentes, cujos termos não diminuem, se seus sinais + e - alternados ou não, realmente não têm somas fixas, supondo que usamos a palavra **soma** para o cumulado de todos os termos. Considere estes casos que lembramos, com somas erradas, por exemplo a expressão finita $\frac{1}{1-x}$ para a série infinita $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$. A verdade da questão é esta, não que a expressão é a soma da série, mas que a série é derivada da expressão. Nessa situação, o nome **soma** poderia ser completamente omitido.*

Segundo Euler, quando consideramos a soma de uma série convergente, estamos utilizando a palavra soma no sentido usual da aritmética, ou seja, estamos adicionando quantitativamente os termos de uma série, e ao adicionarmos continuamente os termos de uma série nos aproximamos de um valor fixo. Entretanto, no caso das séries divergentes a palavra soma não corresponde ao sentido usual da aritmética, aqui, somar corresponde a encontrar a expressão finita que gerou a série. Assim, nas próprias palavras de Euler, encontramos no artigo *De seriebus divergentibus*:

Euler: §12. Portanto, se mudarmos a noção habitual de soma, de tal forma, que dizemos que a soma de qualquer série é a expressão finita, cuja expansão a série em si originou [...] em primeiro lugar a expressão, da qual surge a série convergente, ao mesmo tempo exibe a sua soma, no sentido usual, e se a série for divergente, a questão não pode ser pensada absurda, se encontramos a expressão finita que produz a série expandida de acordo com as regras da análise. Uma vez que é possível no cálculo, substituir a expressão no lugar da sua série, não seremos capazes de duvidar, que elas serão mesmo iguais uma a outra. Isso estabelecido, não recuamos da notação de costume, se chamamos a

expressão, que é igual a uma certa série, de sua soma, contanto que para séries divergentes não conectamos essa noção com a ideia de uma soma para essa série que quanto mais termos são adicionados, a série deve aproximar-se mais do valor desta soma.

E no livro *Foundations of Differential Calculus*:

*Euler §111. Esses inconvenientes e as aparentes contradições podem ser evitados se dermos à palavra **soma** um significado diferente do usual. Digamos que a **soma** de qualquer série infinita é uma expressão finita a partir da qual a série pode ser derivada. Nesse sentido, a soma verdadeira da série infinita $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$ é $\frac{1}{1-x}$, uma vez que esta série é derivada a partir da fração, não importa qual valor seja substituído para x . Com esta compreensão, se a série é convergente, a nova definição de soma concorda com a definição usual. Desde que as séries divergentes não têm uma soma, propriamente falando, não há nenhuma dificuldade real que surge desse novo significado. Finalmente, com o auxílio desta definição, podemos manter a utilidade das séries divergentes e preservar sua reputação.*

Pelo que expusemos nos parágrafos acima, constatamos que Euler estabeleceu a sua concepção de **soma**: a **soma** de uma série infinita é a expressão finita que originou a série. De maneira geral, podemos dizer que Euler definiu série infinita intrinsecamente com a sua soma, e é totalmente coerente para ele dizer que séries divergentes têm **soma**, pois elas foram originadas por uma expressão finita. Como consequência desta concepção, podemos dizer que “toda série era concebida tendo sua própria expressão fechada geradora, que era identificada com a série, e a substituição recíproca entre uma série e sua expressão fechada geradora sempre era possível.” (FERRARO, 2008, p. 222, tradução nossa).

Queremos chamar atenção aqui que diante da demanda de produzir significado para a soma de séries divergentes, Euler constitui o objeto “soma de série infinita”, ou seja, a soma da série é a expressão finita que lhe originou. No caso de séries convergentes, a soma concorda com a definição usual da aritmética, e no caso das séries divergentes, a soma é a expressão finita que produziu a série de acordo com as regras da análise, e neste caso, não conectamos a noção de soma usual. Hoje, na Teoria de Séries, iniciamos esta teoria apresentando a definição de soma de uma série: o número real s é denominado soma da série se existe $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k = s$.

Mesmo depois de Euler, os matemáticos tiveram muito receio de utilizar as séries divergentes, ou melhor, rejeitaram o trabalho com séries divergentes, podemos corroborar essa afirmação utilizando a citação que J. E. Littlewood escreveu no prefácio do livro *Divergent Series* de Hardy:

Abel escreveu em 1828: “Séries Divergentes são invenções do diabo, e é vergonhoso basear sobre elas qualquer demonstração”. No período subsequente de revisão crítica elas foram simplesmente rejeitadas. Então veio um tempo onde foi descoberto que algo afinal poderia ser feito com elas. (HARDY, 1949, tradução nossa).

Fica claro que existiu muita ressalva em trabalhar com séries divergentes, e somente no final do século XIX, as ideias de séries divergentes ganharam aceitação e foram desenvolvidas por matemáticos.

Sua tarefa [dos matemáticos] está clara agora: não devem eles gastar tempo e energias na busca do fogo fátuo [vaidoso] da verdade que constantemente lhes foge das mãos. Ao contrário, deverão encarar suas criações pela óptica

da utilidade e da adaptabilidade às circunstâncias, com o espírito sempre aberto a possíveis métodos que possam levar a esses fins. O fato de certos métodos levarem a contradições, quando usados indiscriminadamente, não significa que devam ser abandonados; tal situação apenas aponta para a necessidade de determinar as áreas nas quais esses métodos se mostram seguros. (STEEN, 1979 apud DOMINGUES, 2002, p. 65).

De fato, as séries divergentes mostraram-se de grande importância na análise no século XX. A Teoria de Séries Divergentes é uma teoria à parte da Teoria de Séries que foi desenvolvida de modo sistemático pela primeira vez por Félix Edouard Justin Émile Borel (1871- 1956) em 1899. Segundo Borel,

numa teoria de séries divergentes deve atribuir-se uma soma a séries que a não tinham. Mas, essa teoria deve permitir, por cálculos efetuados sobre tais séries, demonstrar resultados que, enunciados independentemente de toda a introdução de séries divergentes, constituam proposições rigorosas, ligadas às teorias clássicas. Além disso, para que sejam possíveis aplicações, é necessário que as regras do cálculo possam aplicar-se às séries divergentes estudadas. (COSTA, 1991, p. 10).

Deste modo, modificando de modo conveniente a definição de soma de uma série, é possível atribuir somas a certas séries divergentes. A estas últimas *chamamos soma no sentido generalizado*. Existem várias definições de somas, que nos conduzem a somas generalizadas das séries, um exemplo é a *Soma de Cesàro* que apresentamos a seguir.

Mas antes, queremos chamar atenção para o fato de que essa ideia de modificar a definição de soma foi dada por Euler, o que nos permite dizer que Euler foi o precursor dos métodos de somas de séries

divergentes e seus métodos foram estudados e aprimorados por matemáticos modernos, como é o caso de Hardy⁴.

SOMA DE CESÀRO

Voltando para a série (**) quando $a = 1$, o valor $\frac{1}{2}$ para a soma da série que parecia para alguns críticos um absurdo, não para Euler, ganhou legitimidade com o matemático italiano Ernesto Cesàro (1859 - 1906), mesmo antes do século XX. Em 1890, Cesàro publicou o artigo *Sur la multiplication des séries*, onde pela primeira vez uma teoria de séries divergentes foi formulada explicitamente.

Em análise matemática, a *Soma de Cesàro* é uma das mais úteis formas de *somabilidade*⁵ e um importante campo de aplicação em Séries de Fourier. A *Soma de Cesàro* atribui valores para algumas séries infinitas que não são convergentes no sentido usual, enquanto coincide com a soma padrão se elas são convergentes. Se a série converge, no sentido usual, para uma soma α , então a série é também somável por Cesàro e possui valor α . A importância da soma de Cesàro é que uma série divergente pode ter uma soma de Cesàro bem definida. A Definição 1 e o Exemplo 1 a seguir foram retirados de Aragona e Oliveira (210, p. 33).

Definição 1: Dado $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, seja s_n a n -ésima soma parcial desta série e $C_n^1 = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{n}$, $n \in \mathbb{N}$. A série $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ é **Cesàro-somável** (ou $(C,1)$ somável) se C_n^1 converge.

⁴ Para as pessoas interessadas neste tópico, consultar o livro *Divergent Series* de G. H. Hardy, que é uma referência neste assunto.

⁵ Seja X um espaço normado e $(x_i)_{i \in I}$ uma família de elementos de X . Dizemos que $(x_i)_{i \in I}$ é *somável* e tem soma $x \in X$ se, para cada $\varepsilon > 0$ existir um subconjunto finito de índices $F_\varepsilon \subset I$ tal que, para todo subconjunto finito com $F_\varepsilon \subset F \subset I$, tem-se $\|x - \sum_{i \in F} x_i\| < \varepsilon$.

Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} C_n^1 = s$ então s é **a soma de Cesàro** (ou $(C,1)$) de $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ e escrevemos, $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = s (C, 1)$.

Exemplo 1: Seja $a_n = x^n$, $|x| = 1$, $x \neq 1$. Então,

$$\sum_{n=1}^{+\infty} x^{n-1} = \frac{1}{1-x} \quad (C, 1) \quad e \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} = \frac{1}{2} \quad (C, 1).$$

Utilizando a fórmula para a soma de uma progressão geométrica temos,

$$s_n = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} = \frac{1 - x^n}{1 - x} = \frac{1}{1 - x} - \frac{x^n}{1 - x}.$$

Assim,

$$\begin{aligned} C_n^1 &= \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{n} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{1-x} - \frac{x}{1-x}\right) + \left(\frac{1}{1-x} - \frac{x^2}{1-x}\right) + \dots + \left(\frac{1}{1-x} - \frac{x^n}{1-x}\right)}{n} \\ &= \frac{n \cdot \frac{1}{1-x} - \frac{x}{1-x} \cdot (1 + x + \dots + x^{n-1})}{n} \\ &= \frac{1}{1-x} - \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{1-x} \cdot \left(\frac{1-x^n}{1-x}\right) \\ &= \frac{1}{1-x} - \frac{1}{n} \cdot \frac{x(1-x^n)}{(1-x)^2}. \end{aligned}$$

Desta forma, visto que

$$\left| \frac{x(1-x^n)}{(1-x)^2} \right| = \frac{|x| \cdot |1-x^n|}{|1-x|^2} = \frac{|1-x^n|}{|1-x|^2} \leq \frac{|1| + |-x^n|}{|1-x|^2} = \frac{2}{|1-x|^2},$$

Concluimos

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} C_n^1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{1-x} - \frac{1}{n} \cdot \frac{x(1-x^n)}{(1-x)^2} \right] = \frac{1}{1-x}.$$

Agora, tomando $x = -1$, temos $a_n = (-1)^n$ e $|-1| = 1$. Então,

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}.$$

Podemos produzir significado para a soma da série $1 - 1 + 1 - 1 + 1$
 – ... diretamente aplicando a Definição 1. De fato, temos

$$\begin{aligned}s_1 &= 1 \\s_2 &= 1 - 1 = 0 \\s_3 &= 1 - 1 + 1 = 1 \\s_4 &= 1 - 1 + 1 - 1 = 0 \\s_5 &= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1 \\s_6 &= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = 0 \\&\dots\end{aligned}$$

ou seja,

$$s_n = \begin{cases} 1, & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 0, & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

De modo que,

$$s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot (n + 1), & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ \frac{1}{2} \cdot n, & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

Portanto,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{n} = \frac{1}{2}.$$

Retomando ...

Euler finaliza o Capítulo V:

Euler: 305. O método, que explicamos aqui, serve para determinar, em geral, todas as frações em séries infinitas; que é geralmente encontrada como sendo da maior utilidade. Também é extraordinário que uma série infinita, embora nunca cesse, pode ter um valor determinado. Devemos também observar que, a partir deste ramo da matemática, invenções da maior importância foram derivadas; no qual a explicação do assunto merece ser estudada com a maior atenção.

Note que neste artigo Euler novamente chama a atenção para o fato que as séries infinitas são geradas a partir das frações, ou seja, as séries infinitas são polinômios infinitos que surgem da divisão elementar. Também podemos afirmar que para Euler todas as frações podem ser expandidas em séries infinitas e esse fato nessa época era extraordinário, pois permitia transformar frações algébricas complicadas em séries infinitas, e assim diferenciar e integrar termo a termo, sem dúvida as séries infinitas foram uma ferramenta essencial para o desenvolvimento da matemática.

Neste capítulo apresentei uma possível produção de significado para as séries infinitas que surgiram da divisão da expressão finita que as originou e ao mesmo tempo produzi significado para os conceitos sobre séries infinitas da Teoria de séries de hoje. Segundo Kline (1972, p. 453), “o espírito dos métodos de Euler deve ser claro. Ele é o maior manipulador [de séries] e apontou o caminho para milhares de resultados que mais tarde foram estabelecidos rigorosamente.” Nossa intenção neste capítulo foi justamente evidenciar que embora muitos dos resultados apresentados por Euler assemelham-se aos nossos (hoje), alguns dos *objetos* que chamamos hoje de séries, somas, convergência e divergência são totalmente diferentes.

Schoenfeld e Arcavi (1988) apresentam as dificuldades que são geradas quando perguntamos qual o significado de variável, e segundo estes autores a “dificuldade pode ser que para entendermos o que é algo, você precisa entender como este algo é usado (como ele funciona)” (SCHOENFELD; ARCAVI, 1988, p. 425). Da mesma forma, percebemos que Euler estava preocupado em entender o que é série, como elas funcionam e a partir daí trabalhar com elas. A preocupação nunca foi definir séries, convergência e divergência mas de que forma podemos

usá-las como ferramenta para, por exemplo, diferenciar e integrar uma “função”.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste texto apresentei uma pequena parte do meu trabalho de doutoramento evidenciando alguns dos modos de produção de significados e conhecimentos para séries feito por Euler na obra *Elements of Algebra*. Um dos princípios utilizado por Euler em seus trabalhos sobre séries é *que as séries infinitas surgem a partir da expansão de uma certa expressão finita*. Assim, ele inicia o seu estudo de séries, no livro *Elements of Algebra*, por meio da divisão elementar, ou seja, ele utiliza o algoritmo usual da divisão para representar o quociente de algumas frações em séries infinitas, e é a partir deste modo de produção de significado que analisamos a série infinita gerada a partir da divisão de 1 por $1 + a$.

Em termos de nosso referencial teórico, podemos dizer que Euler estava produzindo significado para as séries infinitas em um *Campo Semântico* cujo núcleo foi constituído pelo algoritmo usual da divisão. Queremos destacar que este é um entre outros modos de produzirmos significados para as séries infinitas que Euler nos apresentou em seu trabalho.

Um dos propósitos do nosso trabalho de doutorado foi evidenciar os diferentes modos de produção de significados para séries. Assim, em cada produção de significado que Euler nos apresentava, buscamos compará-lo com os modos de produção de significados que fazemos hoje na Teoria de Séries. Encontramos muitas diferenças e algumas convergências entre a teoria de hoje e a teoria do século XVIII.

No trabalho de doutoramento de Martins (2005), este sustentou que na matemática os fatos são cumulativos, mas não há a permanência nos modos de produção de significados para esses fatos. Corroborando esta ideia, mostramos aqui que muitas das *crenças-afirmações* feitas por Euler permanecem ainda hoje, mas os modos de produção de significados não. Assim, a mesma *crença-afirmação* pode ser justificada dentro de Campos Semânticos diferentes, mas para cada Campo Semântico a justificação corresponde a diferentes conhecimentos.

Segundo Lins,

o conhecimento produzido é indivisível, e que não se pode separar uma *crença-afirmação* que tem significado em relação a *objetos* constituídos dentro de um *Campo Semântico*, que se aplique “automaticamente” a *objetos* constituídos dentro de outros *Campos Semânticos*, naqueles que não sejam possíveis produzir significado para aqueles objetos. (LINS, 1994e, p. 54).

Hoje na matemática acadêmica temos um modo de produzir significado para séries, mas como apresentei aqui, existiram outros diferentes deste. E aqui vale assinalar que estes modos de produzir significados são compartilhados pelos matemáticos de hoje e, eram compartilhados pelos matemáticos da época de Euler. Algumas vezes olhamos para o passado e queremos “ver” os objetos que constituímos hoje. Algumas pessoas acreditam que as séries que Euler estava constituindo como objeto devem ter uma conexão lógica com as séries de hoje. Mas ao colocarmos em evidência os modos de produção de significados para estes objetos, acreditamos que estamos dando um grande passo para mostrarmos as diferenças. As legitimidades dos modos de produção de significados são sempre negociadas.

Muitas vezes a matemática é apresentada como uma sequência sempre crescente de verdades imutáveis e eternas. Mas apoiado neste pressuposto o que ocorre de fato é que “[...] Toda a história evapora, as sucessivas formulações provisórias do teorema durante a prova são relegadas ao esquecimento enquanto o resultado final é exaltado como infalibilidade sagrada.” (LAKATOS, 1978, p. 186). Diante disto, conservando apenas as *crenças-afirmações* (ou os fatos) temos a sensação de estarmos falando do mesmo objeto matemático, e como apresentamos em nossa tese, quando utilizamos nosso referencial teórico para fazermos leituras suficientemente finas para as *crenças-afirmações*, percebemos que os modos de produção de significados e os conhecimentos produzidos são distintos.

O que nos encantou ao analisar a obra *Elements of Algebra* foram os modos de produzir significados para os objetos matemáticos apresentados por Euler. Ele o faz de forma magistral, explícita, clara e coerente. Seu modo de tratar e expor os assuntos é sem dúvida magnânimo. A cada tópico, ele explora todos os aspectos possíveis daquele resultado encontrado, aprofundando seus conhecimentos a respeito do objeto estudado, obtendo uma certa proficiência que acreditamos é de extrema importância para um professor do Ensino Básico.

Pensando na prática docente, deseja-se que os professores tenham um amplo e diversificado conhecimento a respeito dos assuntos que ensinarão. Acreditamos que a utilização do Modelo dos Campos Semânticos juntamente com a metodologia utilizada por Euler em sua obra *Elements of Algebra* fornece uma base sólida e diversificada para o professor trabalhar em sala de aula. Utilizar diversos modos de

produção de significados em sala de aula possibilita novas oportunidades de aprendizado e compreensão.

Segundo Lins, o que é mais importante para a formação de um futuro professor de matemática é que diante, por exemplo da série $\frac{1}{1+a} = 1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + \dots$, tomando $a = 1$, obtemos $\frac{1}{2} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$, esta situação faça seu chão sumir sob seus pés, pois isso segundo Lins, “cria a possibilidade do tornar-se, não torna-se um matemático, mas tornar-se - como deve ser um professor - um atento leitor da diferença”. (LINS, 2004a, p. 119). Assim, a Matemática do matemático oferece uma oportunidade ímpar de discutir a diferença. E para Lins,

isto é, ao meu entendimento, exercer uma educação *através* da Matemática, e num sentido que coloca a escolha de conteúdos claramente como apenas uma escolha do que me vai ser mais útil em minha empreitada e, nunca, como uma escolha “do que deve ser ensinado”. (LINS, 2004a, p. 119).

Portanto, ao nos depararmos com os diferentes modos de produções de significados que Euler nos apresenta em seu livro, estamos ampliando nossos horizontes, estamos experimentando a possibilidade de vislumbrarmos outros lugares, outros modos de produção de significados para os objetos matemáticos, outras práticas de ensino.

Para finalizar, acreditamos que nosso trabalho corrobora as ideias de Lins, onde ele defende que

o professor precisa saber mais, e não menos Matemática, mas sempre esclarecendo que este mais não se refere a mais conteúdo, e sim a um entendimento, uma lucidez maior, e isto inclui, necessariamente, a compreensão de que mesmo dentro da Matemática do matemático

produzimos significados diferentes para o que parece ser a mesma coisa.
(LINS, 2005, p. 122).

Sou muito grata ao Romulo por me apresentar Euler “face a face”,
e me possibilitar a descoberta este maravilhoso mundo ao qual as obras
de Euler habitam.

REFERÊNCIAS

- ARAGONA, Jorge; DE OLIVEIRA, Oswaldo R. B. **Números Complexos**. 2010. Disponível em: <<https://www.ime.usp.br/~oliveira/ComplexosCap6.pdf>>. Acesso em: 27 nov. 2017.
- COSTA, Fernão Couceiro da. **Somas de Séries no Sentido Generalizado: Factores de convergência**. Porto: Imprensa Portuguesa, 1931. Disponível em: <https://repositorio-tematico.up.pt/bitstream/10405/50481/1/150179_C.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2016.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. Euler, Um Matemático Multifacetado. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 9, n. 17, p. 13-31, abril/set. 2009.
- DESCARTES, René. (1596-1650). **Discurso do método**. Tradução de Maria Ermantina de Almeida Prado Galvão. 4. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009.
- DOMINGUES, Hygino H. A Demonstração ao Longo dos Séculos. **Boletim de Educação Matemática-BOLEMA**, v. 15, n. 18, p. 55-67, set. 2002. Disponível em: <<http://www.>>
- EULER, Leonhard. (1748). **Foundations of Differential Calculus**. Translated by John D. Blanton. New York: Springer-Verlag, 2000. v. 1.
- EULER, Leonhard. De seriebus divergentibus. **Novi Commentarii Academiae scientiarum Petropolitanae** 5, 1760, p. 205-237. Reimpresso em Opera Omnia: Series 1, v. 14, p. 585-617. Tradução de Alexander Aycok. Disponível em: <<http://eulerarchive.maa.org>>. Acesso em: 23 maio 2016.
- EULER, Leonhard. **Vollständige Anleitung zur Algebra**. St. Petersburg: bei der kayserlichen Akademie der Wissenschaften, 1771. Reimpresso em Opera Omnia: Series 1, v. 1. Editado por Heinrich Weber. Disponível em: <<http://eulerarchive.maa.org>>. Acesso em: 28 nov. 2017.

EULER, Leonhard. **Elémens d’algèbre**. Translated by M. Bernoulli. Petersburg: [s.n.], 1798.

EULER, Leonhard (1840). **Elements of Algebra**. Translated by Rev. John Hewlett. New York: Springer-Verlag, 1984.

FELLMANN, Emil A. **Leonhard Euler**. Translated by Erika Gautschi and Walter Gautschi. Basel: Birkhäuser, 2007.

FERRARO, Giovanni. **The rise and development of the theory of series up to the early 1820s**. New York: Springer Science & Business Media, 2008.

GRIMBERG, Gerard E. GAUSS: Os Resíduos Biquadráticos e a Representação Geométrica dos Números Complexos. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 14, n. 29, 2014, p. 145-166.

HARDY, G. H. **Divergent Series**. London: Oxford University Press, 1949.

HOARE, Graham. Leonhard Euler (1707-1783). **The Mathematical Gazette**. v. 91, n. 522, p. 406-414, nov. 2007. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/40378414>>. Acesso em: 03 maio 2016.

KLINE, Morris. **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times**. New York: Oxford University Press, 1972. v. 1.

KLINE, Morris. **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times**. New York: Oxford University Press, 1972. v. 2.

KLINE, Morris. Euler and Infinite Series. *Mathematics Magazine*. v. 56, n. 5, p. 307-314, nov. 1983.

KLEINERT, Andreas. Leonhardi Euleri Opera Omnia: Editing the works and correspondence of Leonhard Euler. **Prace Komisji Historii Nauki PAU**, v. 14, p. 13-35, 2015. Disponível em: <<http://pau.krakow.pl/PKHN-PAU/pkhn-pau-XIV-2015-2.pdf>>. Acesso em: 21 nov. 2016.

KLEINERT, Andreas; MATTMÜLLER, Martin. Leonhardi Euleri Opera Omnia: a centenary project. **Newsletter of The European Mathematical Society**, n. 65, p. 25-31, set. 2007.

- LAKATOS, Imre. **A Lógica do Descobrimento Matemático: provas e refutações**. Tradução de Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.
- LEHMANN, J. P. Converging Concepts of Series: Learning from History. In: SWETZ, Frank et al. **Learn from the Masters**. The United States of America: The Mathematical Association of America, 1995. p. 161-180.
- LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa. **Revista de Educação Matemática da SBEM**, São Paulo, ano 1, n. 1, p. 75-91, set. 1993.
- LINS, R. C. O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: Uma Análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis: Revista Técnico-Científica**, Blumenau, v.1, n. 7, p. 29-39, abril/jun. 1994a.
- LINS, R. C. Um quadro de referência para entender-se o que é o pensamento algébrico. In: **Seminário Novas Perspectivas da Educação Matemática no Brasil**, 4., 1994, Águas de São Pedro/SP. Série Documental. Brasília: MEC, 1994b.
- LINS, R. C. Epistemologia e Matemática. **Boletim de Educação Matemática-Bolema**, Rio Claro, ano 9, n. especial 3, p. 35-46, 1994.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.
- LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Editora Cortez, 2004. p. 92 -120.
- LINS, R. C. A formação pedagógica em disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas em matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**, n. 18, p. 117-123, jun. 2005.
- LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: Estabelecimentos e Notas de Teorização. In: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11- 30.
- MARTINS, João Carlos Gilli. **Sobre revoluções científicas na matemática**. 2005. 175 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102083>>. Acesso em: 25 jan. 2016.

RADFORD, Luis. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

SCHOENFELD, A. H.; ARCAVI, A. On the Meaning of Variable. **National Council of Teachers of Mathematics**. v. 81, n. 6, p. 420-427, set. 1988.

SILVA DA SILVA, Circe Mary. O livro Didático mais popular de Leonhard Euler e sua repercussão no Brasil. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 9, n. 17, p. 33-52, abril/2009 - set./2009.

SIMMONS, G. F. **Cálculo com Geometria Analítica**. Tradução de Seiji Hariki. São Paulo: Pearson Makron Books, 1988. v. 2.

THIELE, Rüdiger. Review: Johann Philipp Gräson's edition of Euler's Algebra. **Opusculum**. The Euler Society Newsletter. v. 3, n. 2, p. 33-34. Summer 2011. Disponível em: <<http://faculty.washington.edu/etou/eulersoc/documents/opusculum/Opusculum-2011-2.pdf>>. Acesso em: 17 nov. 2016.

19

LEITURA PLAUSÍVEL: CONTOS E ESTRANHAMENTOS EM CONVERSAS NÃO ESPECIALIZADAS DO DIA A DIA COMUM

Regina Ehlers Bathelt

APRESENTAÇÃO

O texto que segue faz parte de uma das seções da pesquisa “Produção, avaliação e uso de recursos e materiais didáticos para educação matemática: um estudo sobre a ótica do modelo dos campos semânticos – MCS”, que resultou na tese de doutorado – Ensaaios para um modo de ler modelos didático-teóricos em educação matemática: um estudo sobre a ótica do Modelo dos Campos Semânticos, orientada por Romulo Campos Lins (*in memoriam*) e Heloísa da Silva (IGCE/PPGEM/UNESP, Rio Claro, 2018); é a primeira versão do capítulo 1 da tese e que foi apresentada na Reunião Geral de Pesquisa do grupo Sigma-t, em 2015. Apresento aqui, como ele era. Trata-se de um preâmbulo de abertura. Nele peço licença ao leitor para contar uma estória na qual me apresento em cenários de minha vida cotidiana e que, espero, cause o efeito de uma impressão geral sobre como me vejo operando cognitivamente com as noções firmadas no Modelo dos Campos Semânticos, nos termos de Lins (1999, 2004, 2008, 2012), na intenção de experimentar *diferença* – em tese, pequena – nos modos de produção de significado no discurso comum não especializado, do dia-a-dia, enquanto pessoas interagem numa atividade compartilhada. Os episódios que compõe essa estória são ficcionais e foram inspirados em

meus próprios estranhamentos e aos quais, quis dar visibilidade na forma de uma narrativa, cujas descrições de lugares, pessoas e diálogos, resultam num fazer-mundo cotidianos ou versões de mundo, nos termos de Goodman (1978). Essa forma antecipa meu modo de ler a partir do resíduo de enunciação de um autor – ser cognitivo que eu constituo ao ouvir uma fala, ler um livro, olhar uma pintura, etc, produzindo uma versão de mundo, onde acredito, esse *um* autor operaria; produzindo significados na direção dele sob legitimidades que eu acredito, compartilharíamos; justificações que acredito, ele aceitaria. Adiante, ao longo das demais seções desse trabalho, da mesma forma, me dirijo a ler *diferença* em conjuntos residuais de enunciação, agora, produzidos no discurso especializado das didáticas da Matemática. Esses resíduos são extraídos de algumas obras que sugerem modos particulares de produção, avaliação e uso de recursos e materiais didáticos – Freudenthal (1991), Brosseau (1997) e Davidov (1975), respectivamente, em termos de Educação Matemática Realística, Teoria das Situações Didáticas e Teoria Desenvolvimental do Ensino. A partir desses resíduos meu propósito é fazer três versões de mundo plausíveis, cada qual, acredito – coerente as proposições da prática de educação matemática que o implica.

PREÂMBULO

Finalmente, amanheceu. Saltei da cama, passei a mão numa jeans do armário e me enfiei numa camiseta que havia, jogada por ali. Era uma camiseta preta. Sobre ela, enquanto amarrava o cabelo para o lado por cima do ombro, li de viés no espelho . Lembrei da Marieta, colega de escola, que tinha a mania de ler tudo do avesso. Mal começou no be-a-

bá e já se via, muito a contragosto, às voltas com a professora e as imposições da escrita: Marieta queria escrever da direita para a esquerda.

– “Melhor puxar do que empurrar”, dizia ela.

– “Isso”, dizia paciente, a professora; e ensinava: “É que o seu lápis está na mão errada. A mão certa é a mão direita. Vamos então mudar o lápis de mão e escrever daqui para lá”, apontando o sentido sobre a linha do caderno. E reforçava: “Assim, da esquerda para a direita, puxando os dedinhos também. Você logo se acostuma”.

Mas a Marieta não gostava; mal conseguia segurar o lápis naquela outra mão. Experimentou usar mais dedos para firmá-lo; de fato, usou todos; mas aí tinha que flexionar o punho no traçado de cada letra. Cansava; dizia que doía. A professora insistia com ela. Então, Marieta inventou de prendê-lo entre o indicador e o dedo médio como se fosse uma pinça, mas o lápis ficava mole e a letra..., alienígena! Por fim, Marieta aprendeu a escrever com as duas mãos, mas sempre que a professora se distraía, passava o lápis para a mão esquerda e, torcendo o braço em arropa como que para implantá-lo no destro, escrevia finalmente, da esquerda para a direita, puxando entre os dedos a ponta do grafite num rastro sofrido de letras inclinadas. Terminada a cópia, hora da leitura.

Tão logo se iniciou na delicada arte da leitura no campo da Comunicação e Expressão, tão logo Marieta começou a ler e a se expressar pelo avesso. E ficou boa nisso. Começava pelo final de uma frase e lá vinha ela a percorrer o texto da direita para a esquerda, vocalizando e entonando ligeiro, aquela língua estranha que, com propriedade, parecia dominar. Na escola, na rua, fizesse chuva ou sol, onde houvesse uma palavra, uma frase, Marieta se expressava a

enunciando pelo avesso. Leitura espelhada, diziam. Mas, e a comunicação?

Em pouco tempo Marieta memorizou a dicção de algumas palavras invertidas. Soletrava o nome de alguém pelo avesso e o batizava. Era uma algazarra. Todo mundo queria se ouvir e dizer pelo avesso. “Regina: A, N, I, G, E, R. Aniger, sou eu! ”. Virou brincadeira. E sem demora Marieta começou a produzir frases curtas. Aqueles que conheciam suas regras de produção às decifravam e, com algum treino, até respondiam: “Ue *ogep*? ... *Mis*! ”, e a meninada corria aos risos, brincar de pega-pega que nem cardume de gente, num balé sincronizado ao estímulo do perigo. Alguns colegas, quase envergonhados, permaneciam para trás desconcertados, paralisados, devorados pelo enigma daquela reação coletiva instantânea disparada ao comando vocal de Marieta. “Decifra-me ou devoro-te”, avisa a Esfinge.

Enquanto me alinhava perdida em devaneios matinais, notei que a cortina do quarto ficara aberta. O sol se elevava alto no horizonte e, de través, angulava a sombra da janela sobre o piso de pedra num desenho de luz que se refletia no teto. O dia estava claro. Avistei pela abertura o verde luzindo das copas das árvores que, frondosas, alcançavam ao primeiro andar encobrimdo a vista, a selva de pedra da cidade. Mirei o espelho de frente e, lembrando dos compromissos do dia, me precipitei corredor a fora impelida por um café e a necessidade de preparar as aulas.

De súbito na sala, lá estava ela. Agarrada a vassoura, cabeça inclinada, olhos fixos no chão, varria compulsivamente raspando as cerdas com uma tal força sobre o piso, que os ciscos voavam longe estalando nas paredes enquanto o pó se erguia brilhante, flutuando

nalguns raios de luz que entravam por ali. Parecia tensa, absorta em seus pensamentos. Não me viu entrar.

– “Bom dia, Ema! Como vão as coisas? ”, perguntei.

– “Oh, Dona Regina! ”, exclamou ela como se visse assombração.

– “Vão nada bem, não senhora! Aquela minha gente só me faz passar trabalho”, desabafa. E antes mesmo que eu pudesse dizer alguma coisa, completou: “Eu ando bem assim, como diz aí na camiseta: **NO stress!** ” – enfatizando a tônica em *no* e esses finais arrastados.

De pronto, me invadiu uma vontade de riso, dessas que acontecem nas conversas quando se cria uma expectativa e alguém a subverte. Mas aquilo era sério. Mordi a língua e engoli o riso na contratura da vontade enquanto naturalizava a inusitada leitura. E, frente a minha ignorância de qual fosse o caso que a perturbava, busquei algo confortador:

– “Não te deixes estressar, Ema..., porque tudo é passageiro...”, ao que ela dispara:

– “... menos o motorista e o cobrador! ”, e em alívio mútuo, desatamos a rir enquanto a passos largos eu atravessava a sala saltando sobre os ciscos espalhados pelo chão.

Ema era uma mulher jovem, faceira, de fé e pouca instrução, que desde que enviuvara, morava no subúrbio criando sozinha o primogênito e filhos de outras duas relações frustradas. Criada no interior, longe da cidade, num povoado rural esquecido do tempo, crescera numa tapera abandonada do mundo, ajudando a mãe com seus seis irmãos nos afazeres domésticos. Deixou a escola aos nove anos por iniciativa do pai para quem mulher não deveria estudar. Quando os irmãos cresceram e ainda moça, veio para a cidade trabalhar em casa de família. Sempre agradável e de bom humor, Ema mantinha uma leitura singela das coisas.

Num desses dias frios, enquanto aguava os muitos vasos de flores, folhagens e os pés de *figos* de quase dois metros, que cresciam esparramados na sacada avarandada ao redor do apartamento, Ema deteve-se a perguntar sobre a Flor de Natal.

– “Que coisa, não é, dona Regina? Flor de Natal em julho!

– “Essa planta gosta de frio, Ema, pouca luz, dias curtos..., daí que floresce no inverno.”

– “Mas, e então? É isso que eu não entendo: o porquê de Natal!”, exclama intrigada.

– “Ah, sim! É que essa planta vem de outro país, o México, e como lá, o inverno começa em dezembro, ela floresce no Natal. Daí Flor de Natal!

– “Tão engraçado, né, dona Regina!”, diz ela sorrindo, “É tudo tão diferente que nem parece que a gente vive no mesmo mundo!”, e pensativa, continuou a aguardar a Flor de Natal.

Na cozinha, o cheiro de café exalava. Sentada a mesa, observava o vapor a se contorcer levitando da caneca, escrevendo no ar alguma coisa que se dissipava sem que eu pudesse ler. Uma correnteza quase fria circulava da janela pelo ambiente. Me dirigi a fechá-la. Minuano, vento impiedoso no inverno do Sul, vinha chegando. Parei por uns instantes com a caneca na mão em frente à janela e reparei, outra vez, nas copas das árvores. Como eram diferentes vistas dali. Seriam as mesmas? O que me fazia afirmar que eram..., quem me garantia...

Vagarosamente, retornei à mesa em cogito sobre o “[...] tão diferente que nem parece o mesmo mundo” a que Ema se referira, e sentei me acomodando na cadeira. Lembrei, então, de um “causo” que se conta lá para as bandas das Minas Gerais, de um tal Pricinha, morador do interior do interior, que nunca havia saído de lá. Nunca tinha visto

um carro, um telefone, uma televisão, e nem tinha ideia do que fosse a cidade. Até que um dia alguém o levou a conhecer. Só entrou no ônibus do vilarejo porque o amigo o encorajou e um tanto de gente, que somava mais do que todas que ele já tinha visto na vida, já havia entrado. Passou a viagem toda enjoado. Sentia vertigem olhando a paisagem mudar na janela. Dizia que o mundo lá fora se movia. Dobrado sobre si mesmo, fitava o soalho imóvel do ônibus, crendo ali, a menos dos solavancos, um mundo parado. Na cidade, andaram de trem, de táxi, de ônibus, metrô, e sempre o mesmo frio na barriga. Até que o amigo o levou para conhecer um edifício e tiveram que andar de elevador. Entraram juntos com outros que já estavam lá. O elevador começa a se mover, sobe um pouco e para. A porta se abre. Pricinha vê um escritório com as pessoas trabalhando em suas mesas. A porta se fecha e o elevador segue. Depois de um tempo, para de novo. A porta se abre, entra alguém e o Pricinha vê um salão de cabeleireiro com as madames fazendo seus cabelos e unhas. A porta se fecha e o elevador segue. Para. A porta se abre, sai alguém e o Pricinha vê um restaurante. A porta se fecha e assim vai, com o Pricinha vendo ora uma garagem, ora uma livraria, ora uma coisa, ora outra. Até que o ascensorista pergunta: “E os senhores, para onde vão?” Pricinha responde: “Nóis? Nós vai embora, uai! Esse aqui leva prô ônibus?”.

Quando dei por mim, chacoalhava a caneca de café rindo sozinha. Parecia piada, mas quem me contara, jurava que não era.

Enquanto secava o café escorrido sobre a mesa, me vem o Teco à lembrança, garotinho de uns quatro anos, esperto, cheio de ideias, análises e soluções, que não gostava de futebol. Colecionador de tampinhas, carretéis, palitos, caixas e todo tipo de material que pudesse usar para fabricar brinquedos; eram carros e caminhões, casas e

edificações, cidades inteiras, cenário de sua imaginação. Trocava tudo para desenhar no apertado espaço de uma folha de caderno, mirabolantes esquemas gráficos, cheios de detalhes; verdadeiras engenhocas e mapas de ação, que inventava. Dizia que era videogame de papel. Desde cedo bem-falante, conta sua mãe, que dia a dia, ele incorporava uma quantidade gigante de novos termos a linguagem, e que ela se divertia imaginando como ele as compunha: “dirijor” – motorista, “eletrificador” – liquidificador, “imundação” – inundação, “paupedras” – pálpebras; E na imitação sofrível, “ômensus” – ônibus, “camioete” – caminhonete, “cededela” – enceradeira.

Todo dia, sempre à tardinha, depois do trabalho, ela buscava Teco e as irmãs, pouco mais velhas que ele, na escolinha. A pequena escola, nos arrabaldes da cidade, assentada em terra de chão batido, entre gramíneas e arbustos, saía do meio das árvores como pintura de Monet, fazendo ver todas as aberturas das salas de aula, em acesso direto ao pátio. Enquanto atravessava o lugar, a mãe avistava adiante, vacas e carneiros que pastavam formais, enquanto galinhas, em convivência menos pacífica, disputavam lugar num buraco de passagem a horta, sob o frágil cercado. De concepção laica e construtivista, as professoras da escola ensinavam cooperação e boa convivência entre as crianças nas atividades do dia a dia, estimulando o uso de expressões como *por favor*, *com licença*, *muito obrigada* e *me desculpa*. Na porta da sala, enquanto via o filho brincando com os amigos, a mãe conversava com a professora:

- “Boa tarde, professora Denise. Como foi o Teco, hoje?”

- “Boa tarde, mãe. Ah, ele foi muito bem! Hoje, em especial, me fez rir muito de mim mesma!”.

- “E o que houve?” Pergunta a mãe, já pré-disposta a rir também.

- “Pois estávamos numa atividade de produção de desenho coletivo; todos no chão, debruçados em torno da mesma cartolina, munidos com lápis de cor e as crianças discutindo e desenhando sobre como cada uma via o que havíamos feito na horta, hoje. Lá pelas tantas, o Teco pede para ir ao banheiro e eu o liberei. Quando ele se levantou e começou a andar, percebi que o cadarço do tênis, num dos pés, estava solto. Então, o chamei de volta explicando que precisávamos amarrá-lo para que ele não caísse. Ele voltou, me alcançou o pé e me observou amarrá-lo. Assim que terminei, ele saiu correndo, mas como não havia agradecido, o chamei de volta. Novamente, meio desconcertado, ele voltou. Então perguntei:

- ‘Teco, como é que se diz?’ E o Teco em silêncio olhando vago para a parede. Insisti:

- ‘Como é que se diz, Teco?’ E ele respondeu:

- ‘Não sei’. Então, falei:

- ‘Sabe sim. Como não sabe o que nós aprendemos? Qual é a palavrinha mágica?’ Ele inclinou a cabeça para baixo e ficou olhando o tênis amarrado, em silêncio. Então, acentuei um pouco mais o tom da voz e perguntei de novo:

- “A palavrinha mágica, Teco! Qual é a palavrinha mágica?” E ele, esticando os braços em paralelo com as mãozinhas espalmadas para baixo, balança os dedinhos em ondas e flexiona os cotovelos duas ou três vezes em direção a seus pés, enquanto diz:

- ‘*Abra-cadávora!*’ E sai correndo rumo ao banheiro”.

Enquanto riam juntas sobre o ocorrido, a professora acrescenta:

- “E eu, fiquei lá parada, agachada, rindo de mim mesma e das certezas do mundo no meu ofício. O Teco é de um outro mundo!”, exclama a professora. E a mãe, recebendo em abraços o menino que

viera a porta, despediu-se agradecendo a professora e o levando consigo.

Um dia, enquanto viajavam de carro com a família para visitar o avô acamado, conta a mãe, que a conversa começou a girar em torno de doença. E o Teco tinha muito medo de ficar doente. Queria saber tudo sobre doenças e o que é que a pessoa sentia; e também se morria. E então, ela começou:

- “Uma doença de estômago, por exemplo, a pessoa pode ter dor de barriga, às vezes diarreia...”

- “O que é diarreia?”

- “Diarreia é...” A mãe explicou.

- “Mas, daí a pessoa morre se esvaindo assim?” Risos, muitos risos.

- “É..., mas aí é só ela beber bastante água para se hidratar. Daí não morre”, disse ela levando o filho a sério.

- “E o que é hidratar?”, perguntou o menino.

- “Hidratar é beber bastante água...” responde a mãe em círculos.

Conversa vai, conversa vem, muitas doenças, sintomas e perguntas depois, diz a irmã mais velha:

- “... E nem te preocupa, Teco, a doença do vovô é só depressão e o que ele sente é tristeza”

- “Mas, a doença do vovô não é depressão, gente!”, exclama a mãe; e mais que ligeiro, antes que ela pudesse explicar, o Teco pergunta:

- “É de que então?” E o riso estourou nos vidros do carro.

“[...] tão diferente que nem parece que a gente vive no mesmo mundo”. Ao que Ema referia por “mundo”? Seria a Terra? E se fosse, como entender o “tão diferente”? Será que ela operaria na crença da existência de outros planetas? Estaria considerando outras possibilidades de formas de vida? Lá, onde as coisas aconteceriam de

modo tão diferente aos da vida aqui; em particular, aquele planeta, tão mais coerente, onde a Flor de Natal, floresceria de fato, no Natal? Eu acreditava que não.

Eu queria poder dizer sobre aquele *mesmo* mundo ao qual Ema se referia e que eu havia estranhado; não parecia o meu; como ela poderia afirmar que era o *mesmo*? Lembrei do Romulo dizendo que em termos de funcionamento cognitivo o caminho natural dos seres humanos é divergir e que, se chegamos a convergir é porque nosso desenvolvimento intelectual, no sentido discutido por Vygotsky, acontece na medida em que vamos sendo pertencidos a dada cultura.

Voltei a pensar no *mesmo* mundo de Ema, não como planeta, mas em termos de um lugar cognitivo, nem melhor, nem pior, que o meu; só diferente. Eu sabia que ela estava lá, em algum lugar, como diria o Romulo. E eu queria muito encontrá-la. Me via numa atividade como a do arqueólogo, motivado a produzir o todo coerente de uma cultura perdida, diferente da sua; lendo sobre vestígios de objetos e nos termos de *quem* ele constituía interlocutor legítimo nela enquanto os lia; explorando a materialidade arqueológica de um campo rico de objetos dessa cultura, cujas crenças, valores, hábitos, costumes, tradições, convenções simbólicas e história se havia perdido; seguindo rastros, encontrando objetos; analisando suas formas, arte e matéria, adivinhando suas funções e usos, coerente as crenças; relacionando-os e inferindo modos de vida de um grupo, de outro, imaginando interações, atividades e práticas sociais acontecendo condicionadas aos recursos de seu meio ambiente natural e de possíveis entendimentos sobre sua ordem. Fazendo *mundos...*, ou melhor, *versões* de mundo, como diria Nelson Goodman.

Me dei a abrir caminho na direção de Ema; a tentar produzir uma leitura plausível sobre os modos de produção de significado pelos quais ela constituía os objetos com os quais pensava enquanto falava e interagia nas práticas daquele seu *mesmo* mundo; lá, onde eram legitimados e socialmente compartilhados, em diferença ao meu. Comecei a escavar naquele lugar cognitivo, onde Ema operava na certeza de que o objeto, Flor de Natal, acontecia, apenas em dezembro. Quis entender de seu estranhamento cognitivo naquele dia, quando essa ordem fora subvertida por observação, numa experiência cotidiana, e pela qual constatou a flor acontecendo fora da época que tomava por certa. Me propus a entender a legitimidade daquele seu espanto – “... em julho?”, produzindo para ele, uma leitura plausível e, ao cabo..., positiva.

E uma leitura plausível é a de que por esse nome, Ema conhecia algo além do objeto ao qual “flor”, em geral, nomeia; ao enunciar Flor de Natal, Ema acreditava: “Esta flor é de Natal”. Aprendemos que o predicado atribui característica ao sujeito na frase. Assim, era uma flor *de Natal* e não uma flor *de Maio*; e isso a caracterizava. Mas, no caso de Ema, o predicado poderia funcionar também como uma *justificação* – não justificativa – ao nome da flor. Assim, era uma flor *de Natal* – da cultura cristã, e não, uma flor *de Lotus* – da hindu; e isso a legitimava. Ainda, na cultura ocidental, o Natal acontece em dezembro. E isso é uma verdade absoluta que Ema estaria localmente estipulando. Com base nesses argumentos, seria legítimo a Ema supor que a Flor de Natal, florescesse na época do Natal, em dezembro, apesar de, de fato, florescer *in natura* em meses de inverno; fato que Ema não conhecia, daí seu estranhamento. Além disso, o grau de certeza em sua própria suposição aumenta, quando consideramos que na cultura de Ema, sul do Brasil, em dezembro, floriculturas lotam prateleiras com vasos de Flor de

Natal, podendo fazer crer safra de época. Alguém aqui, talvez objetasse com fundamento lógico, que Ema creria então, que toda flor de dezembro é flor de Natal, como a Hortênsia, por exemplo, igualmente abundante nessa época. Assim, não poderia as diferenciar.

Mas produzir uma leitura plausível de um ato de enunciação que surge numa atividade tão cotidiana e familiar como é a de aguardar as plantas e que se cruza com uma prática social, não menos familiar, como é a comemoração do Natal em certas culturas, é tarefa que não se pode furtar a considerar o poder dos símbolos na constituição das formas de pensar, agir e sentir dessas culturas. Assim, a flor em questão, tomada por um lado, em sua forma estrelada, com camadas de folhas vermelhas estreitas, duas ou três vezes mais compridas que sua largura, pontiagudas, em raios, ao redor de um núcleo amarelado, e tomada por outro, em seu ambiente nativo, o México, crescendo numa região onde dezembro é mês de inverno propício a sua floração, sugere condições que geram possibilidade a cultura cristã local, ao comemorar o Natal na mesma época, tomá-la por referente a Estrela de Belém; e é precisamente esse o significado que materializa nessa flor, um dos símbolos de Natal; de fato, é aquele que mais propriamente funcionaria como justificação ao seu nome – Flor de Natal, que veio a ser compartilhado na cultura cristã de outros países, inclusive naqueles em que dezembro é verão e, aos quais, foi transplantada, adaptada ou artificialmente produzida. É nesse contexto cultural cristão que Ema é pertencida a Flor de Natal. Respondendo ao argumento lógico objetado, seria impossível a Ema dizer que toda a flor de dezembro é flor de Natal, mas bem plausível que ela pensasse que essa flor florescesse só em dezembro, porque é *de* Natal e, como consequência, estranhá-la, ao vê-la florescendo em julho.

Ao cabo, uma leitura positiva: embora haja quem diga que a Flor de Natal floresce *in natura* em meses de inverno, como dezembro, no norte do México, ou julho, no sul do Brasil, e que diga *faltar* a Ema saber disso, eu digo, que se pode dizer também, que a flor de Natal, com significado de Estrela de Belém, é *coerente* aos símbolos de fé nas culturas cristãs ocidentais, que por tradição, celebram o Natal em dezembro. Assim, flor de Natal, árvore de Natal, presépio de Natal, peru de Natal tem significados que caracterizam objetos nessas culturas e com os quais seus membros pensam, sentem e agem num certo campo semântico. Compõe-se aqui, uma coerência plausível ao todo da enunciação de Ema e que eu acredito que estava sendo dito por ela; uma leitura positiva, que se opõe aquela anterior, por falta.

Retirei os óculos e os deixei a mesa; cotovelos apoiados, mãos cerradas massageando os olhos por alguns instantes. Voltei a buscá-los, mas com a vista desfocada e em meio a imagens turvas, tateio; encontro a ponteira de uma das hastes, visto-os novamente e o foco acontece. Imaginei o MCS como par de óculos; lentes cognitivas emprestadas pela autoridade de um autor, Lins, e pelas quais, eu podia ler versões de mundo como essa, na qual eu constituí Ema. E usá-lo era produzir na prática, uma leitura plausível a partir do resíduo de enunciação dela. Me pôr em processo de conhecimento produzindo significados na direção de *uma* Ema cognitiva que *eu* constituí como interlocutora, como *uma* autora daquilo que eu lia e, para quem eu acreditava que o conjunto do que havia sido dito, era coerente, e que fazia sentido naquele *mesmo* mundo ao qual ela se referia; aquele, que para mim estava perdido para sempre, mas ao qual, e ao meu modo, fiz uma versão, nos termos da Ema que eu constituí.

Estava ali, a pensar leitura plausível em termos de uma atividade cognitiva, cujo motivo é conhecer a legitimidade pela qual uma coerência se constitui entre uma crença-afirmação e a justificação que possibilita a alguém, num ato de enunciação, dizer o que diz; e me dizendo que eu deveria me perguntar sempre por legitimidades – no mundo de Ema o nome “Flor de Natal”, crença-afirmação de que “Esta flor é de Natal”, é legitimada na justificação de que “Significa a Estrela de Belém, símbolo do Natal, que acontece em dezembro, quando ela floresce” – quando, num *zoom out*, vi a mim mesma em meu movimento de produção dessa leitura.

Ao produzir uma leitura plausível, eu – o leitor, Regina, que se sabe ser cognitivo, produz significados a partir do resíduo de enunciação produzido por ela – um autor, Ema, que constitui como outro ser cognitivo e, o qual, considera operar, eventualmente, num espaço comunicativo diferente do seu. Assim me pus nessa atividade. E como ser cognitivo é um ser cultural, no sentido de que a mente opera internalizada as formas socialmente produzidas nas práticas, eu havia de pensar com essas formas, esperançosamente, descentrando daquelas que me eram tão caras, naturais e familiares, para operar noutras mais produtivas, parecidas às de Ema. Eu pensaria como Ema, e de tal modo, que em algum momento eu passaria a dizer coisas do modo como ela diria e com as legitimidades – justificações, que ela aceitaria. Eu teria me descentrado de minhas habituais formas de pensar, e de um tanto, que em algum momento entraria no mundo de Ema; eu me tornaria sua interlocutora no *strictu sensu* cognitivo e, como tal, nos entenderíamos. Eu a teria encontrado. E nessa viagem ao mundo de Ema, mais do que chegar a algum lugar antes desconhecido – cognitivo, importava aprender sobre diferença; as pequenas como diz o Romulo, que nos

escapam; não as grandes como aquelas, entre ideologias. *Diferença* não é da ordem do *diferente*. A este, importa a correspondência de objetos do tipo que produz identidades. Aquela, é da ordem do processo pelo qual produzimos significado constituindo os objetos com os quais pensamos e dizemos o que dizemos. Ao longo de sua existência, Ema fora pertencida a uma cultura – a um determinado conjunto de práticas sociais e seus particulares modos de produção de significado. Flor de Natal significa a Estrela de Belém, símbolo do Natal, que é em dezembro, quando ela floresce, creria Ema, com base na autoridade de uma cultura cristã que empresta legitimidade ao que ela diz.

Talvez, Ema dissesse de flor, também assim: “Esta é um girassol, porque gira com a luz do sol”; “Esta é uma boca-de-leão, porque parece a boca de um leão”; “Esta é uma onze-horas, porque abre às onze horas”, mas agora, com base noutras legitimidades; “porque meu avô me disse”, ou “porque meu professor mostrou”, “porque o jardineiro me fez ver”. Então, justificação pode, mas nem sempre se reduz a justificativa; justificação não é legitimação – tarefa de verificar se uma razão justifica ou não uma asserção verdadeira num mundo, feita na autoridade vigia do portão de entrada, do que pode ou não ser dito lá dentro; e, sim, é a legitimidade que autoriza alguém a dizer o que diz, é a condição de possibilidade de dizer o que se diz, e que, nisso mesmo, já implica um mundo. E é aí, que não se trata de conhecimento como questão de “a verdade” numa crença *a priori* de “o mundo” objetivo, comum a todos os seres humanos, já que a ele, nos termos de Goodman, se é que existe, não temos acesso direto, a não ser por representação simbólica. Mas isso se dá na cultura. Nos termos de Lins, a cultura, como conjunto de práticas sociais, é simbólica, justamente, nos modos de produção de significados legítimos e pelos quais elas zelam, na luta pelo poder de

controle das legitimidades. Então, ao *Fiat Lux*, de Lins, caberia justapor, *ad futuram accessum*. A essas alturas, comecei a pensar na verdade do conhecimento como questão do domínio de validade de uma certeza que se estabelece, absoluta e localmente, em coerência ao mundo que ela implica.

Subitamente, dei por mim. Continuava ali sentada, imóvel, a olhar a fumaça do café sair da caneca e o coração batendo forte no pescoço. Uma adrenalina me assaltara trazendo de volta a cozinha, vertida no susto de uma verdade profunda: o Modelo Teórico dos Campos Semânticos era um modelo prático; uma ferramenta com a qual podia operar pela lógica de um certo campo semântico – o da cultura de Ema, católica – e de tudo o que podia ou não ser dito lá, ou porque não existia, ou por que não era legitimável. Um método de conhecimento. Por isso eu não teria podido compreendê-lo propriamente antes – só em teoria – até, efetivamente, usá-lo assim, como acabara de fazer. Era como aprender a andar de bicicleta, pensei: freia lá, pedala ali, senta aqui... Mas por mais que se saiba em teoria, a função que cumpre cada peça para compor o que pode uma bicicleta, é efetivamente na atividade – que, na direção de Leontiev, se constitui com base em necessidade e motivo, que seja, a de andar de bicicleta para me divertir com amigos, que teoria e ações se conjuntam na práxis de operação da bicicleta e, finalmente, se aprende a andar com ela: a sentar na bicicleta, pedalar, pô-la em movimento, frear, devolvê-la ao repouso; é “bicicletando” que se aprende a andar de bicicleta. E ao fazer isso, não se pensa mais sobre o que é, como se posiciona ou se relaciona pedal, correia, roda ou outras peças que a compõe; *as usamos sincronamente*.

O conjunto das noções que compõe o todo do que eu acredito que é dito nos termos de Lins para “Modelo dos Campos Semânticos” –

Conhecimento: crença–afirmação, justificação, legitimidade e verdade; Significado: objeto; Comunicação: autor, texto, resíduo de enunciação, leitor, interlocutor, sujeitos biológico e cognitivo; Espaço Comunicativo: interação, interlocutores compartilhados; Campo Semântico: produção de significado, atividade, estipulação local, núcleo nucleação, silêncio, impermeabilização; Leitura Plausível, positiva: enunciação, estranhamento, descentramento, diferença – por mais que eu o soubesse em teoria, a função que cumpre cada uma das noções para compor o que pode o MCS, foi efetivamente na atividade de produzir uma leitura plausível para uma enunciação que, acredito, ter conhecido um modo de ler mundo: posicionar objetos estranhos ao meu campo semântico, num outro, onde seriam familiares. E posicionar seria enunciá-los em proposição coerente a esse outro campo. Daí que era também leitura positiva; positiva à lógica e a ordem dos objetos do campo semântico implicado pela proposição. Mal comparando, eu estava passando a olhar a água no copo, e não mais, a que faltava para ele ficar cheio, e a considerar também, a possibilidade de nem enxergar água no copo; de me encontrar com enunciações para as quais eu não pudesse produzir uma leitura plausível. Decifra-me ou devoro-te: a paralisia dos colegas de Marieta.

Me dei a pensar sobre as implicações disso tudo. Pondo o MCS em movimento, aprendi um modo de ler mundo em versões plausíveis, não por falta; e isso era uma operação *sine qua non* às necessidades e motivos de minhas atividades na linha do desenvolvimento profissional de professores de matemática; aquela que mais propriamente respondia meus estranhamentos a Piaget: *por que o menino não aprende?* Não podia me conformar em sentar e esperar que isso pudesse ocorrer; se desenvolvesse – maturasse esquemas mentais – para, só então, aprender isso ou aquilo; menos ainda, com os resultados de processos

de alfabetização que se assentaram às crenças desse mundo epistêmico biológico no qual, inteligência era pensamento matemático. Pobre Teco, a palavrinha mágica era “muito obrigado”; crença-afirmação de *gratidão* no mundo do ofício da professora e, cuja justificação, digamos, em valores de cooperação e respeito mútuo nas relações das crianças entre seus pares e com adultos, era legítima a uma cultura pedagógica construtivista que postulava desenvolvimento do juízo moral na criança paralelo ao cognitivo: solidariedade, justiça, gratidão, honestidade, disciplina, responsabilidade, objetividade, verdade e outros, seriam discutidos espontaneamente pelas crianças, encorajadas pela mestre em toda oportunidade de interação nas atividades planejadas e eventos do dia a dia. Ainda assim, a riqueza e originalidade com que ele subverteu a ordem da enunciação esperada, objeto do cômico, foi notada por ela: “O Teco é de um outro mundo”, conclui; o seu “abra-cadávora” – Abra Kadavra, na origem, o Aramaico – era da ordem de uma lógica pessoal, particular ao lugar de onde ele falava: “Eu crio enquanto falo: amarrem-se cadarços!”, diria ele, em crença anímica as intenções daquele cadarço que teve *vontade* de se desamarrear e ao seu poder de controlá-la; *fiat lux* da magia; teste empírico ao desejo de fé.

Eu havia entendido que a justificação, constitutiva que é, de uma crença-afirmação, nem sempre participa da enunciação do sujeito do conhecimento; e embora não se constitua no resíduo de enunciação produzido por alguém, é o que o permite seja produzido – foi o caso de Ema. Então, quando buscasse conhecer o modo pelo qual uma coerência se forma numa crença-afirmação enunciada, admitiria justificações pelas quais, suponho, a torno plausível no espaço comunicativo de um mundo. E é precisamente nisto, pensei, que reside a possibilidade do entendimento num processo de comunicação: na produção de

justificações que sejam legítimas *nos termos do interlocutor que constituímos como um autor daquilo que estamos lendo*, como disse o Romulo.

Agora, se concordamos que nossa atividade cognitiva vai se especializando no uso de *certas* linguagens e formas de pensar, agir e sentir, particulares as práticas sociais que compõem uma cultura – religião, ciência, arte, educação, saúde, culinária, comércio, indústria, agricultura, informática, devemos supor, que justificações, uma vez que dizem da base pela qual uma coerência se constitui numa crença-afirmação enunciada, precisam ser produzidas num cenário que leve em conta aquilo que seja culturalmente natural e familiar ao sujeito da enunciação, e que nem sempre o é, ao leitor da enunciação. E é nisso que reside, por outro lado, a dificuldade do entendimento no processo de comunicação: justificações plausíveis em ambientes cognitivos que nos soam estranhos. Isso, talvez, oferecesse uma resposta a questão das “dificuldades” que muitos estudantes sentem numa atividade cujo motivo é aprender matemática. Muitas pizzas e balanças de dois pratos depois, eles acreditam ter aprendido, mas só até chegar na universidade, quando então, carregando as legitimidades daquele mundo da matemática escolar e mais as da rua, entram no mundo da Matemática do matemático, mundo simbólico estranho, abstrato, fechado em definições, estruturado em proposições que se concatenam deduzidas umas das outras, por demonstração, com base na lógica formal. Como produzir justificação a uma crença afirmada numa proposição daquele mundo? Como entender as bases de sua legitimação?

Olhei a porta de vidro da cozinha e vi o relógio azul royal pendurado na parede branca da sala. Sua forma derreteria na parede como

que vencida a força pela ação da gravidade. Tempo distendido noutros deteriorados, implodidos ao mundo surreal de Dali; dobra no espaço-tempo histórico de Pricinha: persistência da memória, pensei. Os ponteiros vermelhos marcavam, oito horas e eu precisava ir. Empinei o café já frio, vesti depressa o velho casaco de lã e sacando a mochila nas costas, me lancei a peito no Minuano, fechando a porta atrás de mim: “Até amanhã, Ema!”

A caminho da universidade pensava sobre a aula de logo mais à tarde: natureza e função social do conhecimento matemático. Mas essa..., já é uma outra estória.

REFERÊNCIAS

- Bathelt, R. E. Ensaios para um modo de ler modelos didático-teóricos em educação matemática: um estudo sobre a ótica do Modelo dos Campos Semânticos. 2018. 219 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, São Paulo, 2018.
- Goodman, N. **Maneras de hacer mundo**. Madrid:Visor, 1990.
- Leontiev, A. N. Las necesidades y los motivos de la actividad. In: RUBINSTEIN, S. L. et al. **Psicologia**. México: Editorial Grijalbo, 1960.
- Lins, R.C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática. In: **Educação Matemática: concepções e perspectivas**. Maria Aparecida Viggiani Bicudo (org). EDUNESP, SP, 1999.
- Lins, R.C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. Maria Aparecida Viggiani Bicudo & Marcelo de Carvalho Borba (orgs); São Paulo:Editora Cortez, 2004.
- Lins, R.C. A diferença como oportunidade de aprender. In: **XIV Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino: ‘Trajetórias de ensinar e aprender: sujeitos, currículo e cultura’**. Eliane Peres, Clarice Traversine, Edla Eggert & Iara Bonin (orgs), EDIPUC, RS, 2008.

Lins, R.C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações.

In: **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história.**

Cláudia Laus Angelo et al (orgs). EDUNESP, SP, 2012.

POSFÁCIO

*João Pedro Antunes de Paulo*¹

Quando fui convidado para escrever este posfácio, meu primeiro pensamento foi: sobre o que eu poderia escrever? Nesse movimento meditativo, me ocorreu de reler a primeira edição deste livro, mas antes de o fazer, dediquei um tempo a esboçar um texto, um tanto testemunhal, para sentir para onde a caneta me levava – sim eu ainda rascunho meus textos no papel antes de digitá-los. Foi neste exercício que me veio a intenção de dedicar algumas palavras às pesquisas que não estão contempladas neste volume, mas que se enquadram em seu escopo.

Assim, nos próximos parágrafos, você leitor, encontrará uma homenagem ao trabalho de pesquisadores que estiveram sob orientação de Romulo Lins e/ou operaram com o MCS. Espero que o leitor veja neste posfácio um fechamento importante para esta fase do MCS.

Esses trabalhos estão aqui organizados em ordem cronológica, do mais antigo ao mais recente. Um ponto de partida interessante é a dissertação de mestrado de Amarildo Melchhiades da Silva, defendida, no ano de 1997, sob orientação de Janete Bolite Frant e co-orientação de Romulo Lins. Intitulada “Uma análise da produção de significados para a noção de Base em Álgebra Linear”, a pesquisa coloca em evidência, a partir de entrevistas e análises bibliográficas, a existências de diferentes modos de produzir significado para a noção de Base. Estes modos, nem sempre aqueles tomados como legítimos pelo matemático, leva o autor a

¹ UNIFESSPA-PA

considerar a necessidade de o professor se atentar a esta diferença, durante o processo de ensino e aprendizagem. Tomar como plausíveis estes modos não-matemáticos de produzir significado pode, segundo Amarildo, ser uma estratégia de superar o distanciamento dos alunos em relação aos modos tomados como legítimos na Matemática do matemático.

Os primeiros trabalhos sob orientação de Romulo Lins foram defendidos a partir de 1997, junto ao curso de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro. Foram 4 trabalhos a princípio, dos quais apenas 2 mobilizaram a teorização que naquela época era denominada como Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS).

Em 31/10/1997, Márcia Cristina da Costa Trindade Cyrino defendeu sua dissertação intitulada “Levantamento e análise de material bibliográfico de referência na formação do professor de Matemática de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental”. A autora realiza um levantamento dos materiais que eram utilizados nos Centros Específicos de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (CEFAM), no estado de São Paulo, em cursos de conteúdo e metodologia de Ciências e Matemática. Esse material é analisado e categorizado de modo a evidenciar as concepções predominantes em cada obra, se atentando a dois planos: (i) qualidade do que se afirma na obra, no sentido de correção conceitual e lugar no panorama da Educação Matemática; e (ii) discussões que são propostas ou ignoradas pelo material. Como resultado desta análise, Márcia apresenta um protótipo de material que contempla dois pontos: (i) instrumentalização, no sentido de escolha de material a ser utilizado em sala de aula; e (ii) formação do professor, no sentido de reflexão sobre os valores subjacentes à cada material analisado. Em suas conclusões, a

autora aponta que a concepção de Matemática que se mostrou mais evidente em todo o material analisado é a de que o conhecimento matemático resulta de uma ação dialética ativa-reflexiva do sujeito de aprendizagem com o meio ambiente ou com as atividades.

Virgínia Cardia Cardoso defendeu, em 03/02/1998, a dissertação intitulada “As teses falabilísticas e racionalistas de Lakatos e a Educação Matemática”. Com o trabalho, a autora tinha três objetivos: (i) evidenciar as teses falabilísticas e racionalistas presentes na obra de Lakatos, (ii) criticar algumas apropriações das teses de Lakatos no âmbito da Educação Matemática e (iii) mostrar que o uso das teses de Lakatos como fundamentação epistemológica para tendências de ensino humanizadoras é inadequado. Para atingir o primeiro objetivo, a autora analisa ensaios de outros pesquisadores concluindo que a tese racionalista se relaciona às metodologias de Provas e Refutações que consideram fatores lógicos, internos e renegam fatores externos. A tese falibilista está relacionada à superação de uma teoria por outra rival no interior da Matemática e da Ciência empírica. Para realizar a crítica às apropriações das teses de Lakatos, são analisados 8 trabalhos e são evidenciados desenvolvimentos diferentes daqueles propostos por Lakatos, daí a sugestão da autora de que as ideias não sejam consideradas do autor, mas, sim, inspiradas nele. A inadequação do uso das teses para fundamentar tendências de ensino humanizadoras é defendida a partir do argumento de que a obra de Lakatos se insere no âmbito da Filosofia, não estando o autor ocupado com o que ocorre em sala de aula. Virgínia conclui em seu trabalho que o mérito de Lakatos está em inaugurar as discussões que relacionam as concepções epistemológicas e as práticas pedagógicas.

A dissertação de Armino Cassol, defendida em 03/04/1998, é intitulada “Produção de significado para derivada: taxa de variação”. O

autor teve por objetivo analisar os significados que podem ser produzidos para derivada no processo de ensino e aprendizagem. Partindo do MTCS, o autor analisa três grupos de alunos: dois grupos de alunos após terem cursado disciplina onde a derivada foi objeto de estudo e um grupo durante o curso. Coloca em evidência 5 significados possíveis para derivada: como limite, como declividade da reta tangente, como resultado da aplicação de uma fórmula, como velocidade e como taxa de variação. Nas conclusões, Armino afirma que o instrumento que melhor produziu frutos para a aprendizagem da derivada foi a contínua explicitação dos significados enunciados para toda afirmação proferida e toda operação executada. E, também, que do ponto de vista da Educação Matemática é salutar que o professor proporcione oportunidades para os alunos explicitarem os significados que eles estão produzindo para que a diferença entre estes e os significados produzidos pelo professor possam oportunizar mudanças no processo de ensino e aprendizagem.

O último trabalho desse período, foi a dissertação intitulada “Sobre a produção de significado por um grupo de alunos quando da proposição de um certo texto do chamado discurso matemático” de autoria de Adil Poloni, defendida em 07/05/98. O autor teve como preocupação um tipo de Educação Matemática voltada para a emancipação dos alunos. Ressaltando que os alunos são seres sociais, imersos em uma cultura, o autor mobiliza uma tarefa característica do discurso matemático a fim de evidenciar os processos de produção de significado, não como um fim neles mesmos, mas como parte do contexto no qual as crianças vivem. Utilizando um protocolo de intervenção, Adil foi capaz de documentar os processos de constituição de direções de interlocução e de mudança dessas direções na atividade de resolução da tarefa proposta. Em suas conclusões, o autor aponta que a visão social de mundo e o estilo de educar estão sempre

misturados no professor e, portanto, não é suficiente o entendimento do que acontece dentro da sala de aula, mas, também, do que ocorre fora dela.

Em 16/04/2007, Everton Pereira Barbosa defendeu a dissertação de mestrado intitulada “Os professores de Matemática e as Ações Educacionais Públicas”. O objetivo do pesquisador foi investigar, a partir do discurso de um professor, os modos pelos quais as ações públicas poderiam estar afetando a vida profissional dele. Everton realiza uma entrevista, analisando-a sob a lente do MCS, evidenciando que o entrevistado não se compreende como um participante ativo do processo de elaboração e implementação das políticas públicas, tampouco compreende o porquê delas. O autor evidencia, também, uma carência de estudos sobre a influência das políticas públicas na vida profissional dos professores e, ainda, estabelece um paralelo entre a política educacional brasileira na década de 90 e a política inglesa no governo de Margaret Thatcher.

Rodrigo de Souza Bortolucci defendeu sua dissertação intitulada “Respondendo a pergunta: Por que ensinar Matemática na Escola Básica?” em 25/04/2011, com o objetivo de entender as diferentes formas pelas quais o ensino de Matemática é justificado e como essas justificativas se relacionam. Partindo de seu incômodo pessoal com a pergunta que dá título ao trabalho, Rodrigo apresenta diversos entendimentos sobre o ensino de Matemática, sobre diferentes visões de mundo e sobre as possíveis relações entre a Matemática e as mudanças sociais. Para isso realiza suas considerações tomando por base o trabalho de autores como Ole Skovsmose, Hans Werner Heymaann, Robert Moses e uma perspectiva nomeada por ele como “teoria perversa” constituída a partir dos trabalhos de Roberto Baldino e Adriana Mattos. Apresenta também, uma perspectiva a partir do trabalho de matemáticos, tomando como referências Jean

Dieudonné e G H Hardy e, ainda, a perspectiva presente nos documentos oficiais, a partir da leitura da tese de Virgínia Cardoso, defendida em 2010. O autor aponta que, com exceção da perspectiva a partir dos trabalhos dos matemáticos, as visões se direcionam a discutir, em alguma medida, questões relacionadas aos aspectos sociais. Em suas considerações, o autor apresenta como estas diferentes concepções se relacionam a partir dos seguintes eixos: Matemática, Sociedade e Tecnologia; Liberalismo, Democracia e Educação; Escola pode mudar a sociedade?; Educação Matemática e melhoria do ensino de Matemática; As aulas que não agradam ninguém, mas ainda persistem no ensino de Matemática; Educação Matemática e o possível fim das aulas de Matemática.

A tese de Sinval de Oliveira foi defendida sob orientação de Romulo Lins em 14/05/2013 . O trabalho é intitulado “O saber/fazer/ser e conviver dos educadores indígenas Apinayé: algumas reflexões no campo da Teoria da Complexidade e da Etnomatemática” e buscou, a partir de uma perspectiva etnográfica, responder a pergunta: como sistematizar uma epistemologia da prática dos educadores apinayé, englobando conhecimentos socioculturais relacionados ao saber/fazer/ser e conviver desses educadores? Sinval, a partir de seus dados, coloca em evidência uma episteme própria dos educadores apinayé que se nutre dos modos de ser, saber e viver daquele povo e afirma, em suas considerações, um modo possível daquele povo expressar uma cartografia própria do e no universo.

Lenilson Sérgio Candido defendeu sua tese de doutorado intitulada “Uma construção histórica do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Rondônia campus Ji-Paraná” em 29/04/2015. A partir de um estudo que envolveu a análise de documentos e realização de entrevistas, Lenilson busca colocar em evidência o processo de implementação do programa educacional do curso que dá título à sua tese,

destacando as dimensões administrativas e de caráter didático-pedagógico. Os entrevistados foram os protagonistas do processo de implementação e posteriores reformas do curso e a análise das transcrições das entrevistas se deu segundo os pressupostos do MCS. Um destaque especial foi dado aos componentes de Álgebra presentes na matriz curricular. Em suas considerações, Lenilson apresenta o movimento que vai da forte influência política exercida no início do processo de constituição do estado de Rondônia e da universidade, passa pela necessidade de formação de mão de obra qualificada e se transforma em um movimento de pensar o curso a partir das questões didático-pedagógicas.

Com o trabalho intitulado “Brincando de gangorra: uma discussão sobre formação de professores e uso de tecnologias”, Guilherme Francisco Ferreira defende seu mestrado em 21/01/2016. O autor realiza um trabalho de auto-reflexão questionando suas concepções de ensino, ensinar e formação à luz do MCS. Para tanto, analisa suas produções anteriores e dados provenientes de um curso de GeoGebra oferecido por ele em parceria com Sérgio Carrazedo Dantas, problematizando as mudanças em suas concepções ao longo de seu trajeto formativo. O autor também realiza reflexões sobre tecnologia e seus usos na sala de aula, apresentando como considerações que, da perspectiva teórica que assume, ela possibilita novos modos de produção de significado, implicando em uma diferença nas atividades de ensinar e aprender quando comparadas com outras práticas que tradicionalmente ocorrem na sala de aula.

Em 12/03/2016, Sérgio Carrazedo Dantas defende sua tese de doutorado intitulada “Design, implementação e estudo de uma rede sócio profissional online de professores de Matemática”. O objetivo central do trabalho foi analisar as interações e processos de colaboração que

ocorreram no interior de um curso online de GeoGebra. Sérgio adota como postura teórico metodológica o MCS e busca colocar em evidência as dinâmicas das interações e colaborações observadas. Tal exercício possibilitou ao autor a produção da noção de interação colaborativa, apoiado no referencial teórico adotado e na Teoria da Atividade. O curso analisado não é apenas fonte de dados, o autor também analisa os aspectos técnicos e a fundamentação teórica que sustenta a proposição do curso.

Com estas breves sínteses e os capítulos que compõem este livro o leitor tem em mãos um panorama da totalidade dos trabalhos que foram orientados por Romulo Campos Lins à nível de pós-graduação. Ao lê-lo na íntegra ou em partes, diferentes fotografias do desenvolvimento teórico em torno do MCS poderá ser observado. Cada fotografia apresenta rastros, indícios da existência da outra; uma rede que se constituiu em torno do grande pensador que foi Romulo Lins.

Dois outros trabalhos merecem serem incluídos neste posfácio. A tese de Guilherme Francisco Ferreira e minha própria tese, ambas defendidas em 2020. Iniciamos nossos trabalhos sob orientação de Romulo Lins e o perdemos no meio do processo. No entanto, as contribuições dele, seja nos primeiros direcionamentos ou na fundamentação teórica, permaneceram presentes na versão final. É com a descrição destas duas teses que encerro este texto.

Em 10/02/2020 defendi minha tese de doutorado intitulada “Compreendendo formação de professores no âmbito do Modelo dos Campos Semânticos” sob orientação de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. O objetivo da investigação foi compreender o processo de constituição do modelo teórico, proposto por Romulo Lins, ao longo das produções do grupo de pesquisa liderado por ele. E, no desenvolver deste estudo, colocar em evidência a existência de um projeto de formação de professores que

adota o MCS como sustentação teórica. Para tanto, foram analisadas teses e dissertações desenvolvidas no período de 1992 à 2012 e foram colocados em evidência alguns rastros que me permitiram caracterizar uma proposta de formação de professores se desenvolvendo ao longo dessas produções. Discuto também o emprego da noção de Leitura Plausível como aspecto metodológico das pesquisas que mobilizam o MCS.

Com a tese intitulada “Por uma epistemologia da tecnologia na Educação Matemática”, Guilherme Francisco Ferreira obteve seu título de doutor em 21/02/2020. O trabalho foi orientado por Carlos Roberto Vianna e se dirigiu a analisar as limitações e implicações das correntes filosóficas que sustentam os trabalhos na temática de uso da tecnologia no âmbito da Educação Matemática. Destacando estas correntes como instrumentalismo e determinismo tecnológico, o autor propõe uma alternativa que toma como sustentação a perspectiva proposta por Álvaro Vieira Pinto. Tomando o MCS como sustentação, Guilherme analisa a produção de conhecimento a partir das considerações realizadas sobre as perspectivas de tecnologias analisadas. Em suas conclusões, o autor aponta a necessidade de ampliação da discussão sobre o aspecto político dos usos da tecnologia no contexto educacional, em particular na Educação Matemática.



A Editora Fi é especializada na editoração, publicação e divulgação de produção e pesquisa científica/acadêmica das ciências humanas, distribuída exclusivamente sob acesso aberto, com parceria das mais diversas instituições de ensino superior no Brasil e exterior, assim como monografias, dissertações, teses, tal como coletâneas de grupos de pesquisa e anais de eventos.

Conheça nosso catálogo e siga as nossas páginas nas principais redes sociais para acompanhar novos lançamentos e eventos.



www.editorafi.org

contato@editorafi.org