

Fabrício Moraes de Almeida
(Organizador)

Matemática para o MUNDO REAL



aplicações práticas e desafios
da ciência dos números



Atena
Editora
Ano 2023

Fabrício Moraes de Almeida
(Organizador)

Matemática para o **MUNDO REAL**



aplicações práticas e desafios
da ciência dos números



Atena
Editora
Ano 2023

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Camila Alves de Cremo

Ellen Andressa Kubisty

Luiza Alves Batista

Nataly Evilin Gayde

Thamires Camili Gayde

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2023 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2023 Os autores

Copyright da edição © 2023 Atena

Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará

Prof. Dr. Fabrício Moraes de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Profª Drª Glécilla Colombelli de Souza Nunes – Universidade Estadual de Maringá

Profª Drª Iara Margolis Ribeiro – Universidade Federal de Pernambuco

Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense

Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora

Profª Drª Maria José de Holanda Leite – Universidade Federal de Alagoas

Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Prof. Dr. Milson dos Santos Barbosa – Universidade Tiradentes

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Nilzo Ivo Ladwig – Universidade do Extremo Sul Catarinense

Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas

Profª Dr Ramiro Picoli Nippes – Universidade Estadual de Maringá

Profª Drª Regina Célia da Silva Barros Allil – Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Matemática para o mundo real: aplicações práticas e desafios da ciência dos números

Diagramação: Ellen Andressa Kubisty
Correção: Jeniffer dos Santos
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Fabrício Moraes de Almeida

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)	
M425	Matemática para o mundo real: aplicações práticas e desafios da ciência dos números / Organizador Fabrício Moraes de Almeida. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2023. Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-65-258-2015-6 DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.156231912 1. Matemática. 2. Números. I. Almeida, Fabrício Moraes de (Organizador). II. Título. CDD 510
Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

A matemática é uma ciência que tem aplicações em todas as áreas do conhecimento. Por exemplo, a álgebra na matemática estuda as estruturas algébricas e pode ser usada para resolver um amplo espectro de problemas, ou seja, algumas aplicações práticas, podem ser: (1) Ciências naturais: utilizada para modelagem de sistemas físicos, como o movimento dos planetas, a propagação do calor e a reação química; (2) Na Engenharia: cálculos de projetos de estruturas, fabricar produtos e otimizar processos; (3) Economia: Nas análises dos dados econômicos, modelar cenários econômicos e tomar decisões financeiras; (4) Ciências sociais: analisar dados sociais, modelagem de comportamentos sociais e tomar decisões políticas e (5) Computação: Análise e desenvolvimento de algoritmos, projetos de software e inteligência artificial. E, alguns outros exemplos mais específicos de aplicações da matemática, incluem: (a) cálculos das trajetórias dos foguetes; (b) projeto e desenvolvimento de circuito elétrico; (c) análise de vendas de uma empresa; (d) estudar a propagação de epidemia; (e) no estudo de eficácia das vacinas, seus efeitos e a saúde pública; (f) na modelagem de produção.

Já alguns desafios da ciência dos números, na atualidade, são: resolução de equações diferenciais parciais não lineares; a prova da hipótese de *Riemann*; o desenvolvimento de algoritmos para a criptografia (quasi-quântico ou quântico, por exemplo) e o uso de Inteligência Artificial Quântica (IA quântica) com desenvolvimento de métodos robustos para otimizar o aprendizado de máquina (*Machine Learning*). Dessa forma, a ciência dos números é fator dinâmico para pesquisa científica pura e aplicada.

Portanto, a *matemática suas aplicações práticas* e desafios são essenciais para os avanços das ciências, das engenharias e das tecnologias disruptivas. De fato, o livro demonstra os conceitos teórico-práticos nos resultados obtidos pelos diversos autores e coautores no desenvolvimento de cada capítulo com conhecimento técnico-científico adequado. E, por fim, Atena Editora oferece uma divulgação científica com qualidade e excelência, primordial para conquistar o destaque entre as melhores editoras do Brasil.

Fabício Moraes de Almeida

CAPÍTULO 1 1**MATHEMATICAL MODELING AND STUDY OF THE DEPENDENCE EFFECT OF THE COCOA PRODUCTION INDEX**

Carlos Alberto Paraguassu-Chaves

Fabio Robson Casara Cavalcante

Janilene Carneiro Duarte

Fabrício Moraes de Almeida

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1562319121>**CAPÍTULO 230****MODELAGEM MATEMÁTICA E A INCLUSÃO DOS SURDOS: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO MÉDIO**

Vanicleia Marinho De Melo

Laynara dos Reis Santos Zontini

Sarah Tamara Corrêa Hilgemberg

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1562319122>**CAPÍTULO 339****CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO E MODELAGEM: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA COM O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA UMA MATEMÁTICA CRÍTICA**

Natália Pedroza de Souza

Moises Ceni de Almeida

Leonardo Maricato Musmanno

Renata Cardoso Barbosa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1562319123>**CAPÍTULO 464****ENSINO TRANSFORMADOR: UTILIZANDO DOBRADURA NO ESBOÇO DE CÔNICAS PARA O ENSINO MÉDIO**

Vinicius Augusto Takahashi Arakawa

Flávio de Oliveira Ribeiro

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1562319124>**CAPÍTULO 573****TRÊS ANOS DE COVID-19 NA CIDADE DE PELOTAS/RS: UMA ANÁLISE DOS DADOS EPIDEMIOLÓGICOS**

Daniela Buske

Régis Sperotto de Quadros

Glênio Aguiar Gonçalves

Gustavo Braz Kurz

Bianca de Oliveira Cata-Preta

Josiane Konradt

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1562319125>**SOBRE O ORGANIZADOR 81****ÍNDICE REMISSIVO82**

MATHEMATICAL MODELING AND STUDY OF THE DEPENDENCE EFFECT OF THE COCOA PRODUCTION INDEX

Data de aceite: 01/12/2023

Carlos Alberto Paraguassu-Chaves

PhD in Health Sciences - University of Brasília - UnB, Brazil; PhD in Science - University of Havana (Cuba); Post-Doctor in Health Sciences - UnB and Degli Studi D'Aquila University - IT. Full Professor at the University Institute of Rio de Janeiro - IURJ, Brazil.

Fabio Robson Casara Cavalcante

PhD in Sciences: Socio-environmental development - NAEA / UFPA. Associate Professor III of the Federal University of Rondônia

Janilene Carneiro Duarte

Environmental Management Course. Federal University of Rondônia, Brazil

Fabício Moraes de Almeida

PhD in Physics (UFC), with post-doctorate in Scientific Regional Development (DCR/CNPq). Specialist in Production Engineering (FUNIP). Professor at the Department of Electrical Engineering – UFRO. Researcher of the Doctoral and Master Program in Regional Development and Environment (PGDRA/UFRO). Leader GEITEC — Federal University of Rondônia, Brazil. Researcher CNPq DTI - Level A.

ABSTRACT: The book chapter aims to demonstrate the application of Mathematical Modeling to analyze the path dependence effect of Douglass North from the construction of the cocoa production index using quantitative methods, aiming to contribute to discussions on the “conservation and development” trade-off. in the Amazon. **Methods:** this is a hypothetical-deductive study. The CPI was calculated following the factorial analysis techniques presented by Hair *et al* [11], Santana [12,13], Cavalcante [14], Paraguassu-Chaves et al. [31] and the SPSS (Statistical Package for Social Sciences) was used. **Results:** in Brazil the level of performance of cocoa production, when considering the number of cocoa producing municipalities and the indicators, area destined to harvest (hectares), quantity produced (ton), average production yield (kilograms per hectare) and value production (thousand reais) is very low, almost inefficient. Rondônia follows the logic found in Brazil. **Conclusions:** despite the importance of cocoa production, there are still no regional development centers for cocoa cultivation in Rondônia. All cocoa producing municipalities had low levels of PCI performance. The fact that CEPLAC develops its actions exclusively in the East

Rondoniense portion of the State only reinforces the analysis in this direction, which helps to understand the path dependence character of the cocoa policy in Rondônia.

KEYWORDS: Mathematical Modeling. Cocoa Production Index. Hypothetical-deductive study.

INTRODUCTION

The study follows the theoretical precepts of Douglass North's institutionalist view. According to this theory, institutional models tend to reinforce themselves, even when they are socially inefficient. It is easier for individuals to adapt to existing rules than to try to modify them. When development takes a certain direction, the organizational culture, customs and mental models of the social world reinforce this trajectory, that is, they propel it to move in the same direction [1].

North [1] uses the example of piracy. According to him, the fact that a society whose institutional matrix rewards piracy, pirate organizations will tend to prosper. As highlighted by Toyoshima [2], this example shows that developed institutions are not necessarily efficient for the economic development of countries, given that institutional arrangements are shaped, in large part, by the interests of those who have bargaining power. If pirates have such power in society, institutions tend to serve their interests primarily. In this way, this activity starts to work only as a form of wealth distribution that annihilates the right to property and, with that, eliminates the necessary feedback for the recognition of a whole process involved in the design of a product, which when made available to the market in an unofficial way, ends up destroying an entire scientific and technological apparatus capable of positively boosting societies to a more mature stage of development.

North's work [1] clearly illustrates the different trajectories followed by countries such as the United States, which historically had a strong institutional heritage from England, based on the solid tendency to reduce transaction costs, and from Third World countries that, unlike the first, they were influenced by personalism in economic and political relations and property rights, often inadequately defended by Portuguese and Spanish crowns. Thus, for North if such self-reinforcing mechanisms work, the past history of the institutions is important for determining the present institutional structure, and this, in turn, will influence the future institutional matrix. The connection of the past with the present and the future is given by history, and it means that institutions have path dependence characteristics [2].

In this sense, institutions come to occupy a central place in the analysis of the economic development process, because they define the environment in which the economy works and facilitate the interaction between individuals, and because institutional change defines how society evolves over time. [3]. In this way, aspects inherent to the relationship of space and power from an environmental perspective may be acting in order to dictate the rules and the direction of development in Rondônia.

Oliveira et al [4] stated that the socioeconomic development of Brazilian regions occurred at a different pace throughout history and solidified a scenario of profound regional inequalities. The implementation of policies to counteract the forces of concentration of development and recent phenomena, such as the economic opening of the Brazilian economy and the increase in global globalization, have not been effective in significantly changing the profile of inequalities and increasing the economic dynamism of places less prosperous in the national territory [4].

According to Mota, Gazoni [5], the accelerated economic growth has generated great benefits to human society, promoting, at the same time, the compromise of a large part of the available natural resources, causing damage, many irreversible, to ecosystems and local communities. In addition, the loss of environmental services has promoted socioeconomic losses, especially in nations less prepared to face these changes. In this context, debates on the commitment of basic resources are intensified, including those present in the territory of the Amazon.

For Allegretti [6], the policies implemented in the Amazon in the last decades resulted from the search for solutions to problems external to the region. In the case of colonization projects, the Amazon was seen as an empty space and as a way to avoid carrying out agrarian reform in the Center-South. Thus, in the case of agricultural and mineral projects, the Amazon came to be understood as a resource frontier for economic sectors established outside the region. The activities implemented in this period disaggregated the environment and did not increase regional income [6]. Historically, there has always been a large gap between public policies for economic development and those for environmental protection, which contributed to the high degree of deterioration of ecosystems in Brazilian territory [7].

Becker [8, 9] highlights that public policies for the Amazon express divergent and conflicting interests. To illustrate this aspect, the author states that, on the one hand, some are based on favoring new support infrastructures for economic development, especially large-scale agribusiness, and, on the other hand, other public policies appear focused on interests of local populations and socio-environmental sustainability.

Within this focus, Becker [8,9], when studying the regional occupation process, affirmed that it followed an exogenous model, through public investments in infrastructure and private investments in agribusiness. Today, however, due to the demands of local groups, national interest and / or national and international environmental pressures, the endogenous model is rescued in territorially differentiated projects, through local-global relations that are established through information networks. The author also points out that two parallel and conflicting public policies induce these models. The compatibility of conservationist and developmental interests, that is, of the two models, is essential to achieve sustainable development.

In this context, political leaders can play a vital role as catalysts in the development of institutions. Functional leadership can encourage deliberative processes that allow public

policies and institutions to adapt to the needs and demands of society with great potential for strengthening institutional performance. However, leadership can also be ineffective. Rather than contributing to institutional development, ineffective leaders can have the opposite effect. The accumulation of power allows them to get things done, but at the expense of weakening institutions, as pointed out by the Inter-American Development Bank - IDB [10].

The focus of our interest is the policy of the Executive Committee of the Cacao Plantation Plan (CEPLAC) in Rondônia. CEPLAC is a public research institution linked to the Ministry of Agriculture, Livestock and Supply of Brazil. It was created in 1957, a time when the cocoa economy was going through a serious crisis, and its activity, in its beginnings, was basically focused on supporting cocoa culture.

CEPLAC has its competences established by law and among these competencies are I - to propose and implement plans, programs, projects, information systems, actions and activities aimed at promoting in the cocoa-producing regions of Brazil: a) sustainable rural development, research, innovation, technology transfer, technical assistance, rural extension, agricultural technological qualification, certification and territorial and socio-productive organization; b) fundraising and access to rural credit; and c) the improvement of the cocoa production chain and the associated agroforestry systems; II - formulating proposals and participating in negotiations and entering into agreements, contracts and other similar instruments, concerning the development of the cocoa crop and associated forest systems in conjunction with the relevant units of the ministry; III - coordinate the preparation, promote the execution, supervision, monitoring, inspection, audit and evaluation of plans, programs and actions in the middle and end areas of its competence; IV - manage the resources from the General Cocoa Fund; and V - guide and coordinate activities related to the Regional Superintendencies for the Development of Cacao Crop.

Given the above, it is worth highlighting the following epistemological questions of this work. Does the policy of regional development of cacao cultivation in Rondônia, through the policy triggered by CEPLAC, during its activity in the territory of Rondônia, present a characteristic path dependence, according to the institutional theory of Douglass North? From the point of view of CEPLAC's institutional matrix and organizational vision, in Rondônia, how do these characteristics relate to the mesoregional aspects of the State? The cocoa policy in the regional scenario obeys the logic of recovering degraded areas, which would be linked to those areas already deforested, or adopts a logic of income generation as a mechanism for improving the quality of life, allowing even those areas still considered environmentally preserved can benefit from the benefits of the same policy? These are the questions that guided the research.

The research aims to analyze the path dependence effect of Douglass North from the construction of the cocoa production index (CPI) using quantitative methods, aiming to contribute to the discussions on the "conservation and development" trade-off in the Amazon.

METHODS

This research was structured based on aspects of interdisciplinary research given the complexity that surrounds the theme. This is a hypothetical-deductive study. Graphs and tables were constructed using SPSS, version 22, based on data from the Brazilian Institute of Geography and Statistics - IBGE (municipal agricultural production). The CPI was calculated following the factorial analysis techniques presented by Hair et al [11], Santana [12,13], Cavalcante [14] and Paraguassu-Chaves et al.[31]. The statistical tool SPSS (Statistical Package for social sciences) was used, which enabled the application of mathematical knowledge and allowed the construction of the cocoa production index (IPC) based on the indicators adopted in the research, which were: area for harvesting (hectares), harvested area (hectares), quantity produced (tons), average production yield (kilograms per hectare) and production value (thousand reais).

MATHEMATICAL MODELING AND ANALYTICAL RESEARCH

Method: Construction method of Cocoa Production Index (CPI)

The method used in this study followed the logic of factorial analysis, which can be seen in the matrix form as in Dillon and Goldstein[15]:

$$X = \alpha F + \varepsilon \quad X = \alpha F + \varepsilon \quad (1)$$

Then

X is the p -dimensional vector transposed from observable variables, denoted by $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)$;

F is the q -dimensional vector transposed from non-observable variables or latent variables called common factors, denoted by $F = (f_1, f_2, \dots, f_q)$, where $q < p$;

ε is the p -dimensional vector transposed from random variables or unique factors, denoted by $\varepsilon = (e_1, e_2, \dots, e_p)$;

α is the array (p, q) of unknown constants, called factorials loads.

According to Gama *et al*[16], Santana[17], in the factorial analysis model it is assumed that specific factors are orthogonal, among themselves, with all common factors. Normally, $E(\varepsilon) = E(F) = 0$ and $\text{Cov}(\varepsilon, F) = 0$.

According to the authors, the initial structure used to determine the array of factorials loads, in general, may not provide a significant pattern of variable loads, so it is not definitive. This initial structure can be done by several methods of rotation of the factors, as Dillon and Goldstein[15], Johnson and Wichern[18]. It was used the VARIMAX method of orthogonal rotation of the factors for this study.

The VARIMAX method is a process where the reference axes of the factors are rotated around the source until some other position is reached. The objective is to redistribute

the variance of the first factors to others and to achieve a simpler and more theoretically significant factorial [19,11,13,16,17].

The choice of factors was carried out through the technique of latent root. So, the array of factorials loads, which measures the correlation between the common factors and observable variables, is determined by means of the correlation matrix, as Dillon and Goldstein [15].

For determining cacao production index (IPC) it was used the matrix of factorials scores estimated by the orthogonal base factorial rotation process, as pointed out by Santana[20]. The factorial score puts each observation in the gap of the common factors. For each factor f_j , the i -th factor score extracted factorial score is defined by F_{ij} , expressed as follows [15]:

$$F_{ij} = b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \dots + b_p x_{ip} \quad F_{ij} = b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \dots + b_p x_{ip} \quad (2)$$

Then:

b_i = are the estimated regression coefficients for the n Common factorials scores;

x_{ij} = Are the n Observations of p Observable variables.

$i = 1, 2, \dots, N$.

$j = 1, 2, \dots, p$.

To reach the equation that is the perception index [16], [17], show the sequence evolution of the formulas from the previous equation. It turns out that even if the variable F_{ij} is not observable it can be estimated through the factorial analysis techniques, using the matrix of observations of the vector x of observable variables. In factorial notation, equation 2 becomes:

$$F_{(n \times q)} = X_{(n \times p)} b_{(p \times q)} \quad F_{(n \times q)} = X_{(n \times p)} b_{(p \times q)} \quad (3)$$

In Equation 3, F is the matrix of the estimated regression from the n Factorials scores and it can be affected by both the magnitude and the measurement units of the variables x . To work around this kind of problem, replace the variable x by the standard variable w , given the ratio of the deviation around the average and the standard deviation of x , as follows:

$$\frac{x_i - \bar{x}}{S_x}$$

With these values, Equation 3 is modified making equation 4 possible, then:

$$F_{(n \times q)} = W_{(n \times p)} \beta_{(p \times q)} \quad F_{(n \times q)} = W_{(n \times p)} \beta_{(p \times q)} \quad (4)$$

Based on equation 4, the beta weights matrix (β) with q standardized regression coefficients, replaces b , given that the variables are standardized on both sides of the equation. Pre-multiplying both sides of equation 4 by the value $\frac{1}{n} \mathbf{1} \mathbf{1}'$, in which n is the number of observations and W is the transposed matrix of w' , it makes it possible to reach the following equation:

$$\frac{1}{n} w'_{(p,n)} F_{(n,q)} = \frac{1}{n} w'_{(p,n)} w_{(n,p)} \beta_{(p,q)} = R_{(p,p)} \beta_{(p,q)} \quad (5)$$

$$\frac{1}{n} \frac{1}{n}$$

The Matrix $\frac{1}{n} \frac{1}{n} w' w$, therefore is the matrix of intercorrelated variables or correlation matrix among the observations of the matrix x, designated by R. The Matrix $\frac{1}{k} w' F \frac{1}{k} w' F$ It represents the correlation between the factorials scores and the factors themselves, denoted by Λ . With this, rewriting the equation 5, one must:

$$\Lambda_{(p \setminus q)} \setminus = R_{(p \setminus p)} \beta_{(p \setminus q)} \quad \Lambda_{(p \setminus q)} \setminus = R_{(p \setminus p)} \beta_{(p \setminus q)} \quad (6)$$

If the matrix R is non-singular, one can pre-multiply both sides of equation 6 by the inverse of R, obtaining:

$$\setminus \beta \setminus = R^{-1} \Lambda \quad \setminus \beta \setminus = R^{-1} \Lambda \quad (7)$$

Substituting the β vector into equation 4, we obtain the factorial score associated with each observation, as follows:

$$F_{(n \setminus q)} \setminus = w_{(n \setminus p)} R_{(p \setminus p)}^{-1} \Lambda_{(p \setminus q)} \quad F_{(n \setminus q)} \setminus = w_{(n \setminus p)} R_{(p \setminus p)}^{-1} \Lambda_{(p \setminus q)} \quad (8)$$

The main formula of the perception index is reached where the IP is defined as a linear combination of these factorials scores and the proportion of the variance explained by each factor in relation to the common variance. The mathematical expression is represented by the following formula:

$$IP_i = \sum_{j=1}^q \left(\frac{\lambda_j}{\sum_{j=1}^q \lambda_j} FP_{ij} \right) \quad IP_i = \sum_{j=1}^q \left(\frac{\lambda_j}{\sum_{j=1}^q \lambda_j} FP_{ij} \right) \quad (9)$$

Then:

$i = 1, 2, \dots, n$.

λ = is the variance explained by each factor;

$\sum \lambda$ = is the total sum of the variance explained by the set of common factors.

The factorial score was standardized (FP) to obtain positive values from the original scores and allow the hierarchies of the cities as the values of the performance index are located between zero and one. The formula that allows this tiering can be seen by the following equation:

$$FP_i = \left(\frac{F_i - F_{\min}}{F_{\max} - F_{\min}} \right)$$

It can be seen that $F_{\min}$ and $F_{\max}$ are the maximum and minimum values observed for the factorial scores associated with the parameters observed in Brazil e Rondônia. It is based on this understanding that it was possible to calculate the production index adopted in this study.

SCALE LEVELS

The classification used by the research to express the results achieved by the IPC is described in table 1.

Scale	Description IPC
0.801 a 1.000	Great
0.601 a 0.800	Good
0.401 a 0.600	Regular
0.201 a 0.400	Bad
0.000 a 0.200	Terrible

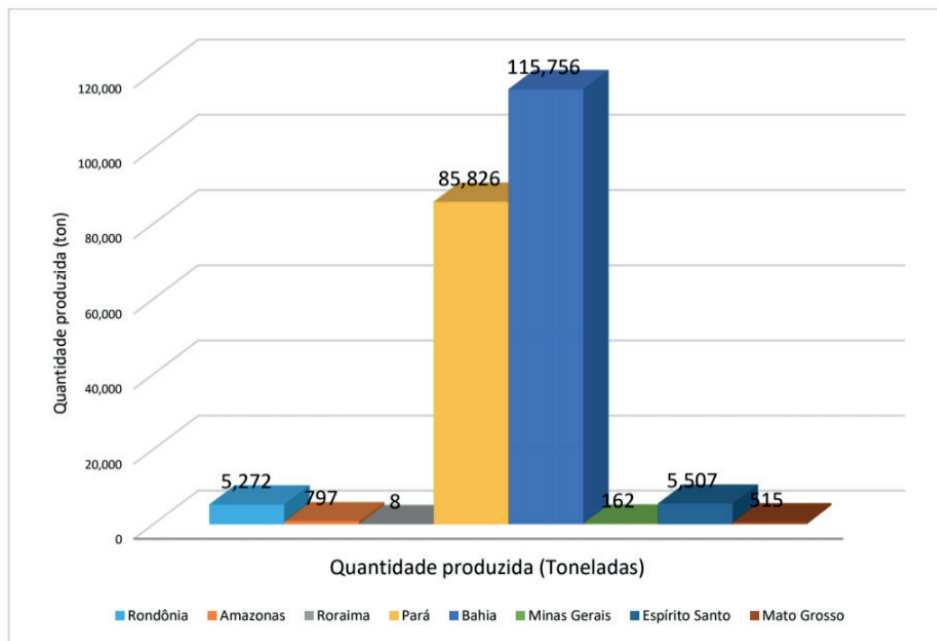
Table 1: Analysis scale adopted by the research.

Source: Own Elaboration.

RESULTS AND DISCUSSION

Cocoa production in Brazil

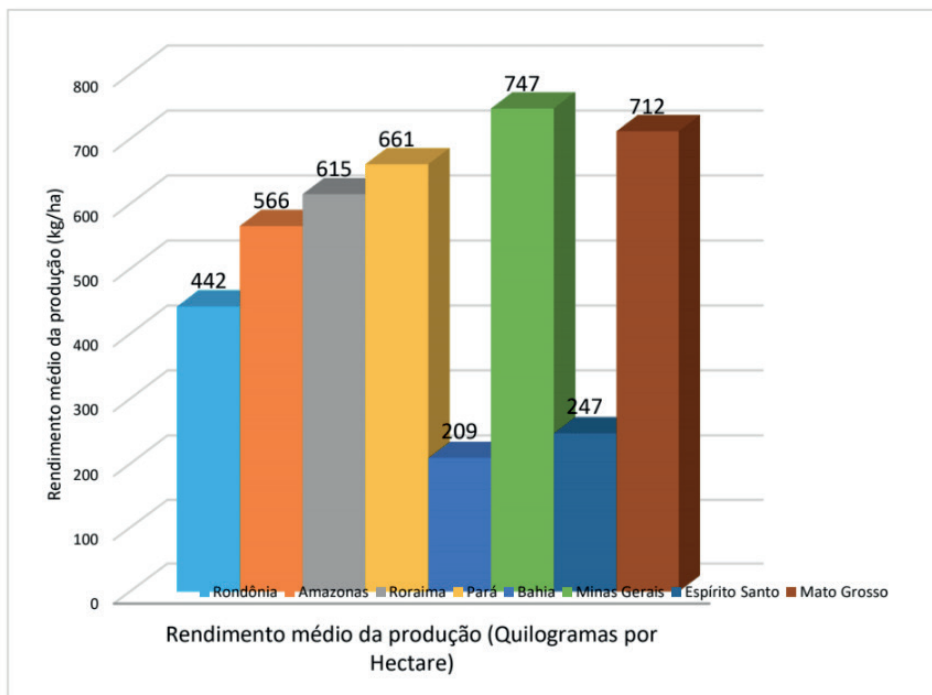
The production potential of cocoa in Brazil, based on the last survey available by the IBGE in 2016, was concentrated in the state of Bahia (115,756 tons), responsible for 54.13% of cocoa production in Brazil and the state of Pará (85,826 tons), responsible for 40.14% of Brazilian production. Cocoa production in the states of Bahia and Pará represents 94.27% of cocoa production in Brazil that year. (graphic 1).



Graph 1 - Quantity of cocoa produced (tons), by State, in 2016.

Source: IBGE (Municipal agricultural production).

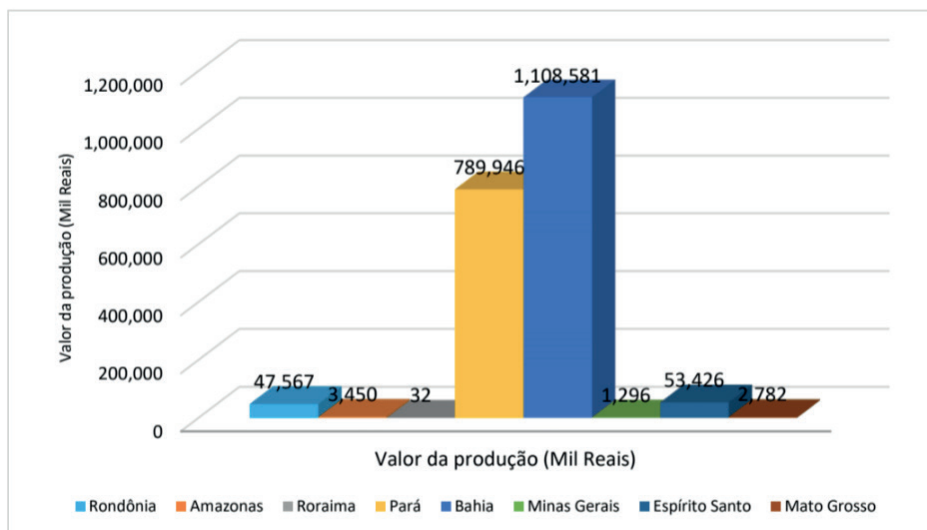
The highest average yields of cocoa production in Brazil were registered in the state of Minas Gerais (747 kg / ha), followed by Mato Grosso (712 kg / ha), Pará (661 kg / ha), Roraima (615 kg / ha), Amazonas (566 kg / ha) and Rondônia (442 kg / ha). The lowest average cocoa yields are registered in the state of Bahia (209 kg / ha) and Espírito Santo (247 kg / ha). (graph 2).



Graph 2 - Average yield of cocoa production (kg / ha), by State, in 2016.

Source: IBGE (Municipal agricultural production)

The state of Bahia (Northeast region of Brazil) obtained the highest value of cocoa production with more than 1 billion and 100 million reais (Brazilian currency). The state of Pará (Northern Brazil) moved production in the amount of approximately 800 million reais for the same period. The State of Espírito Santo (Southeast region) handled approximately 53.43 million reais and Rondônia (North region), profited R \$ 47.6 million reais from the sale of cocoa in 2016. The states of Amazonas and Roraima (North region), Minas Gerais (Southeast region) and Mato Grosso (Midwest region) obtained incipient values of cocoa production. (graph 3).



Graph 3 - Value of cocoa production (Thousand Reais), by State, in 2016.

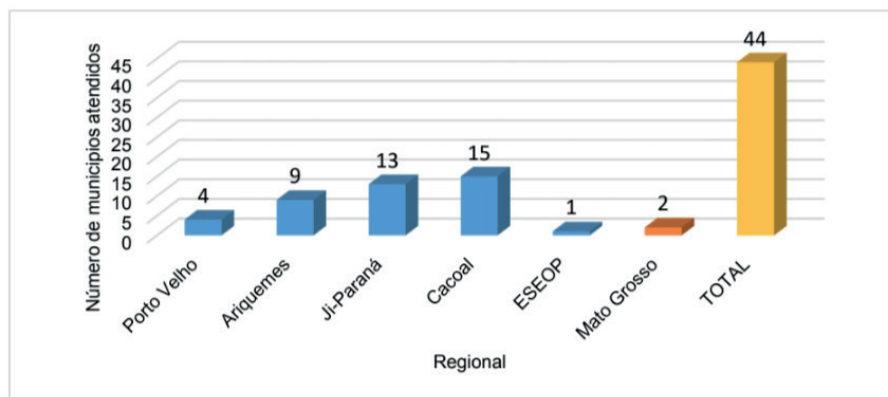
Source: IBGE (Municipal agricultural production).

Cocoa production in Rondônia

The Development Superintendence of the Cocoa Region of the State of Rondônia (SUERO), CEPLAC's unit in Rondônia, from an institutional point of view, operates in five regions of the State and another region in the state of Mato Grosso. The regions of Rondônia are: Porto Velho, Ariquemes, Ji-Paraná, Cacoal and Ouro Preto do Oeste Experimental Station (ESEOP). In addition to these there is also a region served in Mato Grosso. This spatial distribution helps to configure the institutional matrix of competence of CEPLAC's Superintendence in Rondônia.

With this spatial distribution of CEPLAC's performance, it is evident that the cocoa development policy in the state of Rondônia is located on the East Rondoniense axis, along the federal highway BR 364. In this configuration, the institutional presence of the agency was not observed in relation to the Madeira-Guaporé Mesoregion, which represents the most preserved region of the state of Rondônia.

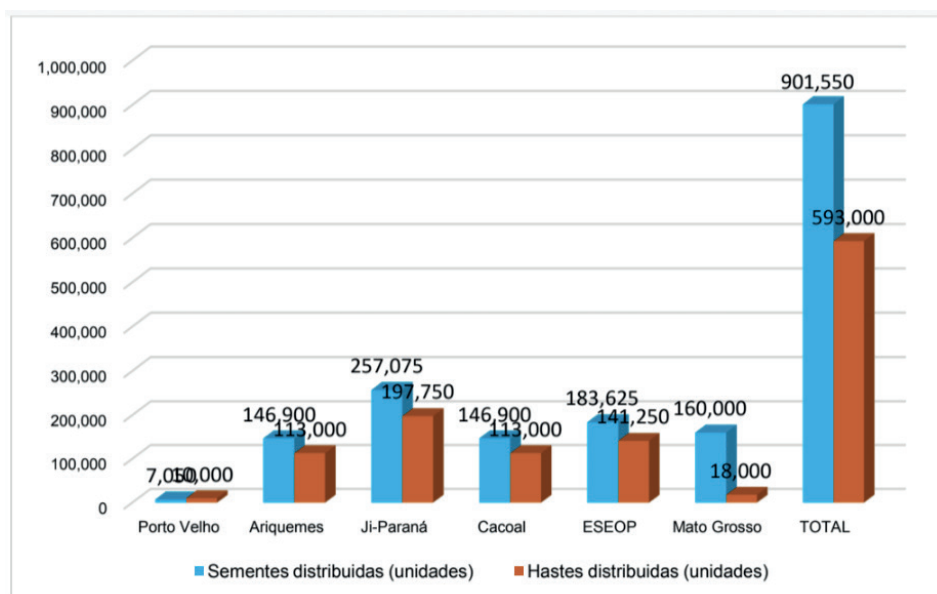
In 2018, 44 municipalities were served by cocoa policy, through CEPLAC's Superintendence in Rondônia, from the 5 regional offices. The Porto Velho regional serves 4 municipalities, the Ariquemes regional serves 9 municipalities, the Ji-Paraná regional, 13 municipalities, the Cacoal regional, 15 municipalities, the Ouro Preto do Oeste Experimental Station, 1 municipality and the State of Mato Grosso, 2 municipalities. (graph 4).



Graph 4 - Number of municipalities served by CEPLAC / RO regional offices, in 2018.

Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018.

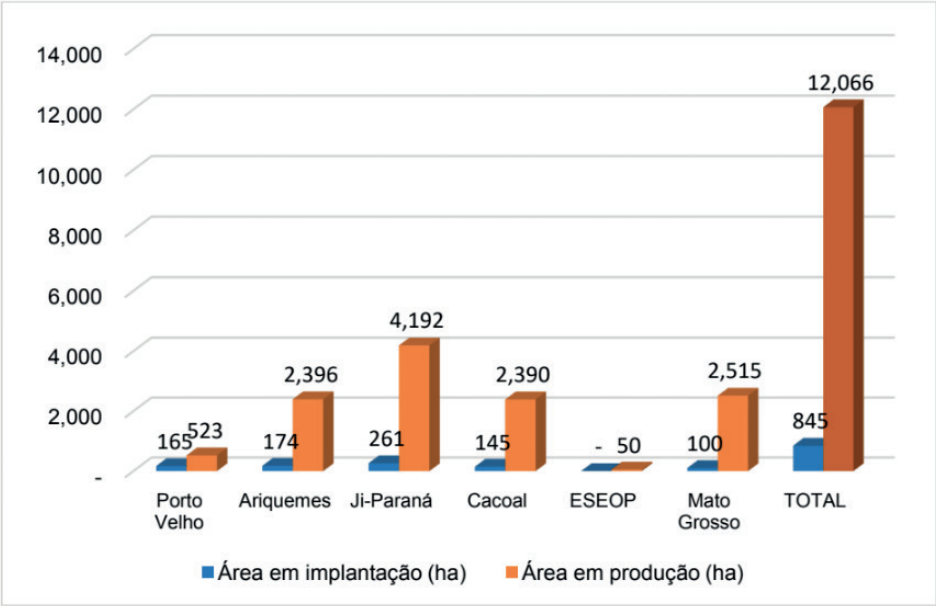
In 2018, approximately 901.5 thousand seeds and 593 thousand stems were distributed, with the Ji-Paraná region receiving the most seeds and stems (approximately 257 thousand seeds and 197.5 thousand stems), followed by the Ouro experimental station Preto do Oeste (183.6 thousand seeds and 141.3 thousand stems), Mato Grosso (160 thousand seeds and 10 thousand stems), Cacoal (146.9 thousand seeds and 113 thousand stems), Ariquemes (146.9 thousand seeds and 113 thousand stems) and Porto Velho (7 thousand seeds and 10 thousand stems). (graph 5).



Graph 5 - Cocoa seeds and stems distributed, total and by regional CEPLAC, in 2018.

Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018.

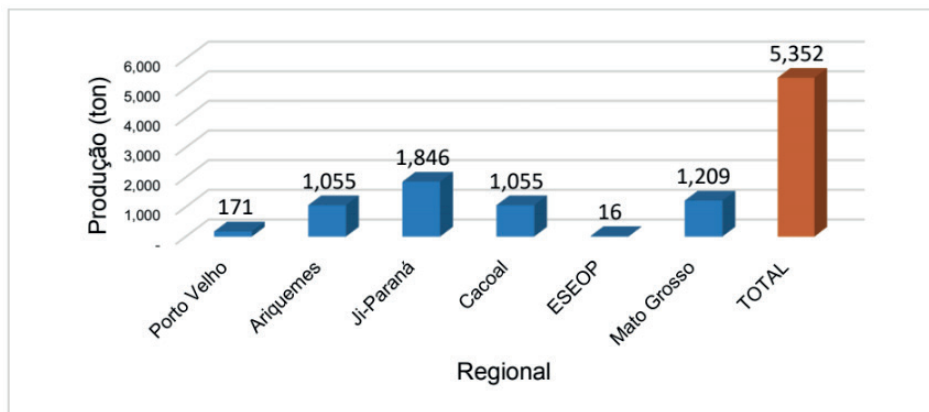
Under the jurisdiction of SUERO / CEPLAC there are just over 12 thousand hectares of consolidated areas of cocoa in production, the largest records being for the region of Ji-Paraná (4.2 thousand ha), Mato Grosso (2.5 thousand ha) , Ariquemes (2,400 ha), Cacoal (2,400 ha), Porto Velho (523 ha) and the Ouro Preto do Oeste experimental station (50 ha). (graph 6).



Graph 6 - Area under implantation and production of cocoa (hectares), total and by regional of CEPLAC, in 2018.

Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018.

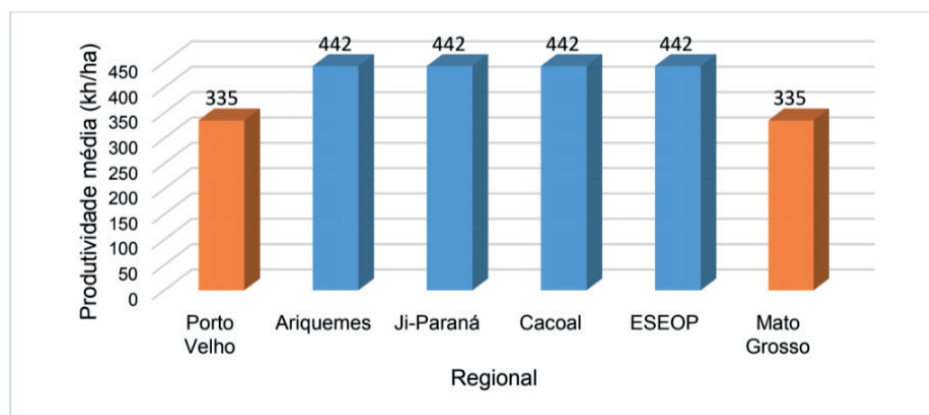
In 2018, approximately 5.4 thousand tons of cocoa beans were produced in the SUERO / CEPLAC area of influence. The largest productions were in the region of Ji-Paraná (1.8 thousand tons), Mato Grosso (1.2 thousand tons), Cacoal and Ariquemes (1.1 thousand tons each), Porto Velho (171 tons) and station Ouro Preto do Oeste (16 tonnes). (graph 7).



Graph 7 - Cocoa production (tons), total and by regional CEPLAC, in 2018.

Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018

From the point of view of average yield, a pattern was found in the regions of influence of SUERO / CEPLAC, where the regions of Ariquemes, Ji-Paraná, Cacoal and ESEOP had an average yield of 442 kg / ha and the regions of Mato Grosso and Porto Velho yield was slightly lower, at 335 kg / ha. (graph 8).

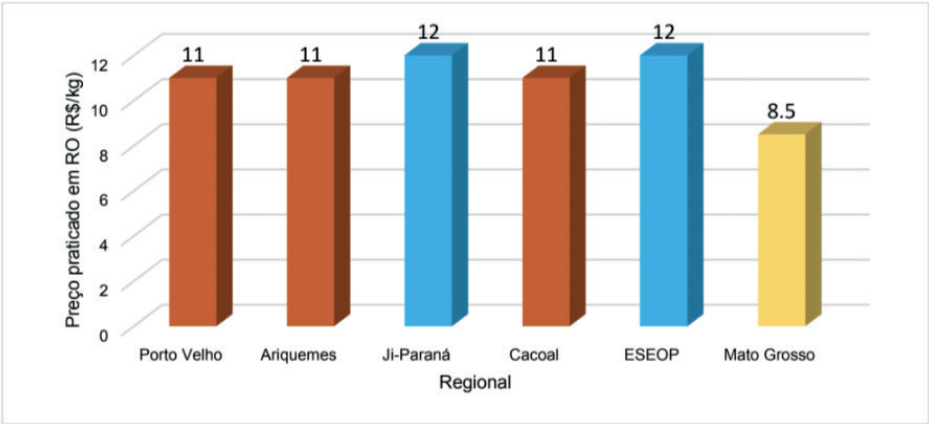


Graph 8 - Average cocoa productivity (kg / ha), by CEPLAC regional, in 2018.

Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018.

With regard to the price charged by the market for the purchase of cocoa beans, there was little variation in Rondônia, where the price in reais per kilo reached R\$ 12.00 in the region of the Ouro Preto do Oeste experimental station and Ji-Paraná and R\$ 11.00 in other regions of the State.

In Mato Grosso, a significantly lower value of R\$ 8.50 was observed. The fact that the main buyers are located near the Ouro Preto do Oeste and Ji-Paraná regions may be influencing this price dynamics, which partly justifies the lower value purchased in Mato Grosso, where transportation ends up exercising a greater influence over price. (graph 9).



Graph 9 - Price charged in Rondônia (R\$ / kg), by CEPLAC regional, in 2018.
Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018.

Currently there are 4.010 families in Rondônia and 22 entrepreneurs registered in the cocoa industry. The region of Ouro Preto do Oeste, where CEPLAC’s main and only experimental station is located in the State, has 649 registered families. (table 2).

Main producers			
Register	Families	Businessmen	TOTAL
4.010	4.010	22	4.032

Table 2: Main cocoa producers in the state of Rondônia.
Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018.

The main consumers of cocoa, that is, the buyers of this raw material are located in Ouro Preto do Oeste (80%) and in Jaru (20%), which places the two regions in a strategic position in relation to the activity market. cacao in Rondônia. (table 3). Regarding the suppliers of inputs for the activity, it was found that 75% of them are located in the municipality of Ouro Preto do Oeste and 25% in Mirante da Serra. (table 4).

Main consumers	
Company nome	Source
Barry CallebautLtda	Ouro Preto – Rondônia
Cerealista Vale do Cacau Ltda	Ouro Preto – Rondônia
Casa do Cacau Ltda	Jaru – Rondônia
Cargill Agrícola S.A.	Ouro Preto – Rondônia
C.F. Rondônia Ltda - ME	Ouro Preto – Rondônia

Table 3: Main cocoa consumers in Rondônia.

Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018.

Main Suppliers of Inputs	
Company nome	Source
Casa da Lavoura e Máquina e Imp. Agr. Ltda	Ouro Preto/RO
Fernandes & Costa Pr. Agr. Ltda	Ouro Preto/RO
Nunes & Galdencio Ltda – ME	Ouro Preto/RO
Barrela Agr. S. e Prod. V. Ltda – ME	Mirante da Serra/RO

Table 4: Main suppliers of inputs for cocoa activity in Rondônia.

Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018.

From the market point of view and within the scope of the cereal market, it was observed that 100% of the raw material (cocoa beans) are traded in the region of Rondônia. (table 5).

Market coverage (%) – scope of cerealists				
Region	State	National	International	TOTAL
100	0	0	0	100

Table 5: Coverage of the cereal market in Rondônia.

Source: CEPEX / CEPLAC / SUROM, June 2018..

From the perspective of the processed products market, 5% is destined for the Rondônia market and 95% for other Brazilian states. In Rondônia, cocoa products are sold to small industries and chocolate shops. (table 6).

Market coverage (%) – scope of processors				
Region	Stado*	National	International	TOTAL
0	5	95	0	100

(*)Small industries and chocolate shops.

Table 6: Coverage of the processed market in Rondônia.

Considering CEPLAC's policy, triggered in Rondônia at the beginning of the colonization process in the State and its strategy of consolidating cocoa culture in the territory of Rondônia, it ended up being directed to the most impacted regions resulting from agricultural activities. In view of this scenario and considering that today cocoa culture can serve as an action to correct environmental liabilities, that is, the cocoa culture can be used in actions to recover degraded areas, which in addition to fulfilling its environmental role in recovering soil quality, it can represent economic gains for the producer, it only reinforces the self-reinforcing vision of perpetuating its regional development policy in the East Rondoniense region of the State.

Therefore, even if some still use the argument that the decision of the agency to settle in the East Rondoniense mesoregion arose from the poverty of the soils of the Madeira-Guaporé mesoregional portion, now it no longer seems to make sense, considering that the aforementioned cacao culture can be used for the recovery of degraded areas, therefore, indicated for areas with characteristics of weak soils and of low quality. As a result, it is evident that soil poverty is not the reason for CEPLAC's territorial distribution in Rondônia, but rather to see it historically as a culture linked to the correction of environmental liabilities resulting from agribusiness. In the face of this scenario, the cocoa policy followed in the footsteps of the agricultural sector, which pulled the policy in its direction.

Thus, the cocoa culture, institutionally established in the early 1970s, seems to have impacted CEPLAC / RO's planning and actions in focusing its efforts on the most economically dynamic region of Rondônia, since it is exactly in these regions that the major problems of soil degradation were more worrying. Therefore, the fact already demonstrated by Cavalcante [14], in which the Madeira Guaporé mesoregion is based on the main environmental policy of the State, where, like the municipality of Guajará-Mirim, represents 92.06% of its territory [21], helps to further understand this scenario of institutional vacuum in these more environmentally preserved regions.

Everything indicates that CEPLAC / RO's vision of action is more linked to the context of recovering degraded areas than as a regional development policy. But this can be better discussed when analyzing the cocoa production index - CPI, built by this research and which can bring new perspectives of analysis in this regard, when analyzing the Rondônia scenario, in particular.

This aspect explains the fact that in these nearly 50 years of CEPLAC's existence in Rondônia, it is still possible to verify its institutional presence, exclusively in the East Rondoniense mesoregion in the state of Rondônia. The municipality of Nova Mamoré, distant approximately 40 km from Guajará-Mirim, today accounts for the second largest cattle herd in the state, which, by logic, now becomes a priority area for CEPLAC actions, as the municipality in question has demonstrated the main prerequisite for this, the increase in degraded areas. Nova Mamoré is located in the Madeira-Guaporé mesoregion (outside the axis of the BR 364 highway). This CEPLAC vision of action only reinforces the self-reinforcing characteristics based on Douglass North's institutional theory.

Even in this direction, efforts to expand CEPLAC to the Madeira-Guaporé mesoregion are still inefficient, but this may be linked to other factors. In part, conditioned by the very culture established in the body that seems to plaster such an initiative, maintaining its action structure along the BR 364 highway in East Rondoniense. On the other hand, it is worth mentioning other external factors such as the federal government's contingency policy, where many agencies have been suffering budgetary and financial cuts, which hampers any initiative to expand and invest in new infrastructure.

The cocoa production index - CPI, built and designed for the Brazilian municipal level, which covered all cocoa producing municipalities, in relation to 2016, helps to understand this scenario a little more.

Cocoa Production Index - CPI

The results of the IPC at the national level will be presented below.

CPI for the state of Amazonas. In the state of Amazonas of the 20 cocoa producing municipalities, only the municipalities of Humaitá (CPI 0.187), Codajás (CPI 0.172) and Pauini (CPI 0.160) stand out with the best results of the CPI. These indexes for the classification of the level of the scale adopted are considered (CPI Very Bad). The other 17 municipalities also have poor CPI. There were no major differences in performance between the municipalities, which tends to notice a certain pattern considered to be low in performance. (table 7). The municipalities of Humaitá and Codajás stood out in the average production yield indicator (kilograms per hectare), with yields of 1000 and 900 kg / ha, respectively.

Municipalities	CPI	Municipalities	CPI
Alvarães	0.139	Itacoatiara	0.129
Apuí	0.140	Itapiranga	0.101
Autazes	0.101	Jutaí	0.104
Barcelos	0.115	Manicoré	0.127
Boca do Acre	0.110	Nova Olinda do Norte	0.086
Borba	0.136	Novo Aripuanã	0.147
Coari	0.146	Pauini	0.160
Codajás	0.172	Silves	0.115
Fonte Boa	0.114	Tefé	0.141
Humaitá	0.187	Urucará	0.147

Table 7: CPI of municipalities in the state of Amazonas.

Source: Own elaboration.

CPI for the 111 municipalities in the state of Bahia. The municipalities of Ilhéus (CPI 0.432) considered as a Regular performance index, Ibirapitanga (CPI 0.246), Wenceslau Guimarães (CPI 0.211) and Una (CPI 0.209), indexes considered Bad are the municipalities that stand out in the state of Bahia. 108 cocoa producing municipalities in the state of Bahia have a very poor CPI. (table 8).

Municipalities	CPI	Municipalities	CPI	Municipalities	CPI
Aiquara	0.115	Ibirapitanga	0.246	Mucuri	0.089
Alcobaça	0.062	Ibirataia	0.179	Muniz Ferreira	0.104
Almadina	0.101	Igrapiúna	0.121	Mutuípe	0.164
Amargosa	0.105	Iguaí	0.119	Nazaré	0.072
Amélia Rodrigues	0.067	Ilhéus	0.432	Nilo Peçanha	0.148
Apuarema	0.103	Ipiaú	0.135	Nova Canaã	0.087
Arataca	0.187	Itabela	0.108	Nova Ibiá	0.171
Aratuípe	0.072	Itabuna	0.145	Nova Redenção	0.104
Aurelino Leal	0.129	Itacaré	0.196	Nova Viçosa	0.054
Barra do Rocha	0.124	Itagi	0.133	Pau Brasil	0.112
Barreiras	0.097	Itagibá	0.182	Pirai do Norte	0.151
Barro Preto	0.118	Itagimirim	0.059	Porto Seguro	0.072
Belmonte	0.150	Itaju do Colônia	0.067	Potiraguá	0.072
Boa Nova	0.088	Itajuípe	0.167	Prado	0.121
Bom Jesus da Lapa	0.096	Itamaraju	0.207	Presidente Tancredo Neves	0.119
Buerarema	0.116	Itamari	0.163	Santa Cruz Cabralia	0.096
Caatiba	0.080	Itambé	0.097	Santa Cruz da Vitória	0.077
Cachoeira	0.066	Itanhém	0.087	Santa Luzia	0.157
Cairu	0.115	Itapé	0.072	Santo Amaro	0.075
Camacan	0.149	Itapebi	0.083	Santo Antônio de Jesus	0.130
Camamu	0.175	Itapetinga	0.073	São Francisco do Conde	0.086
Canavieiras	0.116	Itapitanga	0.103	São José da Vitória	0.086
Candeias	0.061	Itororó	0.109	São Miguel das Matas	0.132
Caravelas	0.082	Ituberá	0.135	Simões Filho	0.115
Coaraci	0.129	Jaguaquara	0.114	Taperoá	0.114
Cravolândia	0.107	Jaguaripe	0.094	Teixeira de Freitas	0.092
Dário Meira	0.133	Jequié	0.142	Teolândia	0.124
Dom Macedo Costa	0.072	Jiquiriçá	0.161	Terra Nova	0.115
Elísio Medrado	0.131	Jitaúna	0.115	Ubaíra	0.142

Eunápolis	0.099	Jucuruçu	0.100	Ubaitaba	0.117
Firmino Alves	0.079	Jussari	0.092	Ubatã	0.115
Floresta Azul	0.095	Laje	0.153	Una	0.209
Gandu	0.184	Macarani	0.087	Uruçuca	0.189
Gongogi	0.099	Maraú	0.174	Valença	0.144
Guaratinga	0.115	Mascote	0.128	Varzedo	0.112
Ibicaraí	0.097	Mata de São João	0.083	Vereda	0.087
Ibicuí	0.123	Medeiros Neto	0.115	Wenceslau Guimarães	0.211

Table 8: CPI of municipalities in the state of Bahia.

Source: Own elaboration.

CPI for the 39 municipalities in the State of Espírito Santo. Of 39 cocoa-producing municipalities, only the municipalities of Aracruz (CPI 0.204), Linhares (CPI 0.246), São Domingos do Norte (CPI 0.268) stand out as poor performance indexes. 36 cocoa producing municipalities in the state of Espírito Santo are in accordance with the classification scale with very poor CPI. (table 9).

Municipalities	CPI	Municipalities	CPI
Afonso Cláudio	0.115	João Neiva	0.081
Águia Branca	0.164	Laranja da Terra	0.104
Alfredo Chaves	0.129	Linhares	0.246
Anchieta	0.129	Marilândia	0.142
Aracruz	0.204	Nova Venécia	0.078
Baixo Guandu	0.094	Pancas	0.181
Barra de São Francisco	0.139	Pinheiros	0.079
Boa Esperança	0.079	Rio Bananal	0.087
Cachoeiro de Itapemirim	0.100	Rio Novo do Sul	0.129
Colatina	0.135	Santa Leopoldina	0.127
Conceição da Barra	0.075	Santa Maria de Jetibá	0.139
Ecoporanga	0.186	Santa Teresa	0.059
Fundão	0.172	São Domingos do Norte	0.268
Governador Lindenberg	0.073	São Gabriel da Palha	0.062
Guarapari	0.064	São Mateus	0.068
Ibiraçu	0.092	São Roque do Canaã	0.086
Iconha	0.132	Serra	0.115
Itaguaçu	0.129	Sooretama	0.101
Itarana	0.084	Vila Valério	0.083
Jaguaré	0.081		

Table 9: CPI of the municipalities of the state of Espírito Santo.

Source: Own elaboration.

The best CPIs in the state of Mato Grosso, represented by the municipalities of Novo Mundo (0.215) and Alta Floresta (0.209) have CPIs considered Bad and the other 9 cocoa producing municipalities have CPIs considered to be Poor. (table 10).

The municipalities of Alta Floresta and Novo Mundo stood out in relation to the average production yield (kilograms per hectare), with yields of 1,200 and 1,120 kg / ha, respectively.

Municipalities	CPI	Municipalities	CPI
Alta Floresta	0.209	Novo Mundo	0.215
Aripuanã	0.101	Porto Estrela	0.115
Brasnorte	0.186	Rondolândia	0.104
Carlinda	0.100	Terra Nova do Norte	0.129
Colniza	0.111	Nova Monte Verde	0.158
Cotriguaçu	0.116		

Table 10: CPI of municipalities in the state of Mato Grosso.

Source: Own elaboration.

The state of Minas Gerais, despite not having a CEPLAC Superintendence, is one of the Brazilian cocoa producing states. The CPIs of the municipalities of Minas Gerais are considered to be Poor due to the scale provided in the research. (table 11). The municipalities of Bandeira and Jordânia stood out in relation to the average production yield (kilograms per hectare), with yields of 833 and 840 kg / ha, respectively.

Municipalities	CPI
Almenara	0.152
Bandeira	0.163
Jordânia	0.164
Mantena	0.130
Palmópolis	0.145

Table 11: CPI of the municipalities in the state of Minas Gerais.

Source: Own elaboration.

The municipality of Medicilândia in the state of Pará is the largest cocoa producer in Brazil, being the only one with CPI considered Excellent (CPI 1,000). The municipalities of Uruará (CPI 0.361), Placa (CPI 0.335), Tucumã (CPI 0.266), São Félix do Xingu (CPI 0.258), Novo Repartimento (CPI 0.239), São Geraldo do Araguaia (CPI 0.237), Brasil Novo (CPI 0.233), Altamira (CPI 0.229), Cumaru do Norte (CPI 0.216) and Vitória do Xingu (CPI 0.215) are municipalities considered to have a poor performance index. The municipalities

of Medicilândia and Uruará stood out for their area for harvesting, harvested area and quantity produced.

Of the total of 56 cocoa producing municipalities in the state of Pará, 45 municipalities have CPI on the analysis scale, considered a poor performance index. (table 12).

Municipalities	CPI	Municipalities	CPI	Municipalities	CPI
Abaetetuba	0.088	Igarapé-Miri	0.097	Placas	0.335
Acará	0.151	Inhangapi	0.188	Porto de Moz	0.163
Água Azul do Norte	0.187	Irituia	0.115	Prainha	0.151
Alenquer	0.121	Itaituba	0.122	Rurópolis	0.171
Almeirim	0.156	Itupiranga	0.159	Santarém	0.117
Altamira	0.229	Jacareacanga	0.115	São Domingos do Araguaia	0.173
Anapu	0.196	Limoeiro do Ajuru	0.109	São Domingos do Capim	0.118
Aveiro	0.118	Medicilândia	1.000	São Félix do Xingu	0.258
Baião	0.103	Mocajuba	0.124	São Geraldo do Araguaia	0.237
Bannach	0.169	Moju	0.108	Senador José Porfírio	0.129
Barcarena	0.104	Monte Alegre	0.150	Tailândia	0.110
Brasil Novo	0.233	Muaná	0.100	Tomé-Açu	0.220
Breu Branco	0.137	Nova Ipixuna	0.115	Trairão	0.135
Cametá	0.190	Novo Progresso	0.187	Tucumã	0.266
Castanhal	0.160	Novo Repartimento	0.239	Tucuruí	0.184
Concórdia do Pará	0.143	Oeiras do Pará	0.130	Uruará	0.361
Cumarú do Norte	0.216	Ourilândia do Norte	0.180	Vitória do Xingu	0.215
Eldorado do Carajás	0.175	Pacajá	0.163	Xinguara	0.121
Gurupá	0.174	Parauapebas	0.159		

Table 12: CPI of municipalities in the state of Pará.

Source: Own elaboration.

In the state of Rondônia, the CPI of the 44 municipalities has indexes considered to be very poor. The municipalities of Seringueiras (CPI 0.158) and Nova Mamoré (CPI 0.199) stood out in relation to the average production yield (kilograms per hectare), with yields of 800 and 1083 kg / ha, respectively. (table 13).

Municipalities	CPI	Municipalities	CPI
Alta Floresta D'Oeste	0.118	Alto Alegre dos Parecis	0.092
Ariquemes	0.152	Alto Paraíso	0.072
Cabixi	0.094	Buritis	0.125
Cacoal	0.089	Novo Horizonte do Oeste	0.095
Cerejeiras	0.100	Cacaulândia	0.086
Colorado do Oeste	0.085	Campo Novo de Rondônia	0.087
Corumbiara	0.088	Castanheiras	0.082
Espigão D'Oeste	0.115	Cujubim	0.086
Jaru	0.116	Governador Jorge Teixeira	0.103
Ji-Paraná	0.106	Ministro Andreazza	0.087
Machadinho D'Oeste	0.090	Mirante da Serra	0.122
Nova Brasilândia D'Oeste	0.084	Monte Negro	0.080
Ouro Preto do Oeste	0.125	Nova União	0.125
Pimenta Bueno	0.115	Parecis	0.115
Porto Velho	0.113	Primavera de Rondônia	0.100
Presidente Médici	0.127	São Felipe D'Oeste	0.114
Rio Crespo	0.082	Seringueiras	0.158
Rolim de Moura	0.085	Teixeirópolis	0.113
Santa Luzia D'Oeste	0.115	Theobroma	0.127
Vilhena	0.100	Urupá	0.138
São Miguel do Guaporé	0.125	Vale do Anari	0.123
Nova Mamoré	0.199	Vale do Paraíso	0.117

Table 13: CPI of the municipalities of the state of Rondônia.

Source: Own elaboration.

In the state of Roraima, only the municipality of Caroebe has cocoa production. In Caroebe, the CPI index of 0.131 was observed, considered very poor. (table 14).

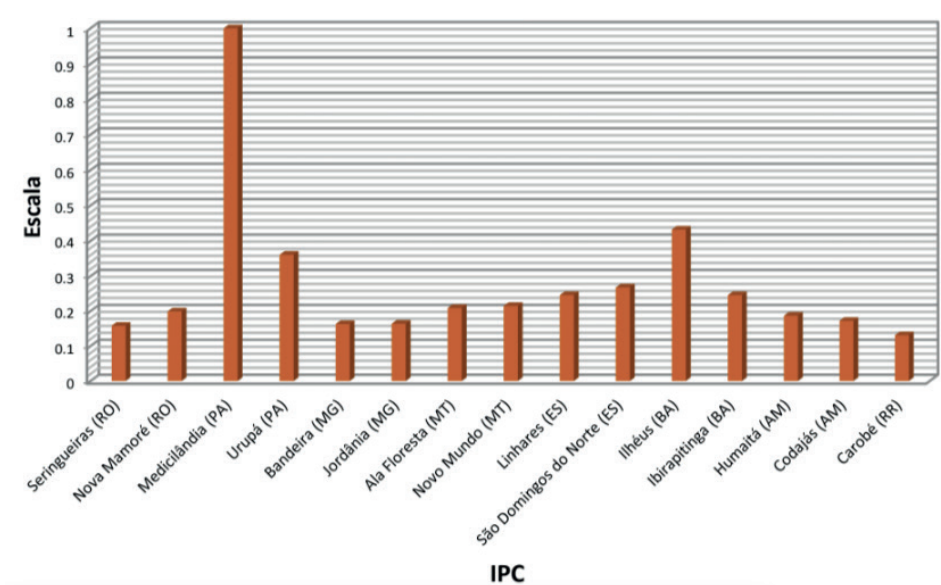
Municipalities	CPI
Caroebe	0.131

Table 14: CPI of the municipality of the state of Roraima.

Source: Own elaboration.

In summary, Graph 10 represents the best municipal CPI performances by State and region of Brazil served by CEPLAC actions and which registered cocoa production in 2016. This result does not only take into account the volume of production or size of area produced, in isolation, as initially shown in this work. Here, it is a look at the sector's performance considering the studied variables, which after factor analysis, using multiple regression methods, allowed the construction of the cocoa production index in Brazil (CPI).

Based on this result, it was possible to verify that certain municipalities with little expression in cocoa production performed better than those from more traditional regions based on cocoa activity. This is because the factor analysis used allowed to capture statistical variations considered important and that give weight to these variations. This explains, for example, the case of the municipality of Nova Mamoré showing the best performance in Rondônia, even though its productive area was low in relation to other municipalities in the state. The point is that the productive yield was decisive, in our view, for this fact, since it is practically double that observed for the other cocoa producing regions. It is worth mentioning that the data used in the factor analysis for the production of the CPI were all researched by the IBGE, and that, therefore, they were constructed according to official data from Brazil.



Graph 10 - Municipalities with the highest CPIs by cocoa producing states.

Source: Own elaboration.

The representation of the municipalities with the highest CPIs by cocoa producing states in Brazil (graph 10) helps to understand that the most dynamic municipalities in Brazil are Medicilândia, state of Pará and Ilhéus, in Bahia. Thus, in view of the Brazilian scenario, in general, and in the Rondônia scenario, in particular, with the exception of Medicilândia basically, there are no development poles for the cocoa crop in Brazil, since the performance presented by the IPC is, in general, very low. This helps to highlight, once again, the scenario of stagnation in which the sector lives, despite a promising horizon. The Brazilian performance index (CPI) shows a deficit. It is noticed that there is a low level in terms of performance of cocoa production in the country.

Brazil with continental dimensions in the state of Bahia historically producing cocoa has 111 producing municipalities, Pará with 56 municipalities, Rondônia with 44 municipalities, Espírito Santo with 39 municipalities, Amazonas with 20 municipalities, Mato Grosso with 11 municipalities and Roraima with only 1 municipality .

Thus, with regard to the state of Rondônia, which follows a national logic, it allows us to realize that there is room for growth in the face of an increasingly demanding market for cocoa raw materials, especially for the chocolate industry. However, based on what has been discussed in relation to the state of Rondônia in this work, it is more evident that, at the level of that state, there is still no development pole for cacao cultivation, since the results indicate a certain standardization at a low level of performance . Thus, the vision, discussed here, of looking at the sector as a means of recovering degraded areas makes it difficult to act in favor of the economic dynamics of cocoa.

Given this scenario, cocoa production in Rondônia is no longer a “protagonist” of regional development for a “supporting” stance in this process. This view allows us to see the cocoa policy going after the negative effects of agribusiness in the state of Rondônia. This view helps to explain the concentration of efforts in the East Rondoniense mesoregion, leaving an institutional vacuum of cocoa policy in the Madeira-Guaporé mesoregional portion, which if it were not for the logic of the policy for the recovery of degraded areas, there would probably be a presence most effective in this region. This analysis is corroborated by Cavalcante, Góes [21,22], Cavalcante et al [23]. In this direction are the interpretations of [25], [26]. The basis of the research analysis is supported by North [27, 28, 29, 30].

Aiming at correcting this process, a project was launched, in partnership with CEPLAC, for the Technological Showcase of cocoa at the Guajará-Mirim University Campus of the Federal University of Rondônia - UNIR. This initiative aims to strengthen cocoa policy at the local level, outside the axis of the federal highway BR 364. However, many obstacles need to be overcome, despite the good interinstitutional relationship between the Academic Department of Social and Environmental Sciences, the Study Group and Research in Social and Environmental Sciences and Public Policies - GEPCAP and CEPLAC / RO.

CONCLUSIONS

Despite the importance of cocoa production, there are still no regional development centers for cocoa cultivation in Rondônia. All cocoa producing municipalities had low levels of IPC performance.

The fact that the organ in question is located exclusively in the eastern Rondoniense portion of the state only reinforces the analysis in this direction, which helps to understand the path dependence character of the cocoa policy in Rondônia.

The view that the cocoa culture can and should be stimulated as an action for the recovery of degraded areas, throughout the history of CEPLAC / RO, has impacted the

organ's strategic vision aimed at correcting the negative impacts caused by the advance of the agribusiness in the State. And that view ended up "covering up" another view based on "protagonism" as an agent of social change and regional development.

The inversion of this logic seems basic, but it is believed that it will have a logical weight of completely different objectives and goals, since the look starts to contemplate the economic aspect, without forgetting its environmental function. However, not as a corrective action, as it is today at CEPLAC / RO, but as a proposal for a development model that can improve the quality of life of the population and with capillarity for the generation of jobs and income, besides, of course, its environmental importance. What is perceived here is a mistake to consider this activity only as a recuperator of degraded area and to leave the economic issue to the background. It is exactly the reverse that we are pointing out.

Without reversing this logic, the path dependence effects will continue to dictate the rules of the game and the organizational culture will continue to focus on cocoa policy as an activity for the purpose of correcting environmental liabilities. In this regard, areas consolidated with agriculture and livestock, which suffer the consequences of years of inadequate use of natural resources, will continue to be seen as priority areas by the agency. However, the view suggested here, on the other hand, may result in different regions of the State benefiting from the cocoa policy, since the focus is no longer on recovering a degraded area, but simply believing in cocoa activity as a driver of the regional development, through the consolidation of a solid and viable economic matrix.

The logical inversion of these visions would, for example, allow the municipality of Guajará-Mirim to come under this policy, since currently, due to the fact that it has more than 92% of its territorial area in the form of nature conservation units and indigenous lands, makes it a non-priority region in terms of cocoa policy in the State.

The municipality of Nova Mamoré, approximately 40 km from Guajará-Mirim, which in recent years has stood out in livestock production, occupying the post of second cattle herd in Rondônia, which when experiencing the loss of quality of its soils due to the aforementioned livestock activity, is included in the ranking of priority municipalities for cocoa policy. Only now?

Well, it is hoped, with this, to have contributed to the discussion on cocoa policy in Rondônia and the strategic vision that CEPLAC / RO has been demonstrating throughout its institutionalization in the State.

However, it is not intended to abandon the agency's policy for purposes of environmental liabilities, it is believed that this is even one more opportunity in terms of strengthening the sector. But this should not be the main focus of cocoa policy. It is much more than that. Cocoa culture needs to be seen as a regional development strategy, with quality and performance indexes monitored based on the vision of the local productive arrangement. Without this perspective, unfortunately, this activity in the State will continue as a "trailer" for the agricultural sector.

Therefore, what is expected is that CEPLAC / RO occupies the “leading role” of regional development in Rondônia and conducts a policy for all regions that see cacao as a source of opportunity and life change.

REFERENCES

1. North DC. Institutions, institutional change and economic performance. Cambridge: University Press, 1990.
2. Toyoshima S. Instituições e Desenvolvimento Econômico – Uma Análise Crítica das Idéias de Douglas North, IPE-USP, Estudos Avançados, vol. 29, nº 1, 1999.
3. Estevão J. Desenvolvimento econômico e mudança institucional: o papel do Estado. In: Conferência Internacional Economic Policies in the New Millenium, 2004, Coimbra. Anais...Coimbra, Portugal: FEUC, abr. 2004.
4. Oliveira CW de *et al.* Os desequilíbrios regionais e a política nacional de desenvolvimento regional. In: Cardoso Jr., J. C. (Coord) et al. Brasil em desenvolvimento: Estado, planejamento e políticas públicas. Brasília: IPEA, 2009.
5. Mota JÁ, Gazoni JL. Plano Amazônia Sustentável: interações dinâmicas e sustentabilidade ambiental. Brasília: IPEA, 2012 (Texto para discussão)
6. Allegretti MH. Política de uso dos recursos naturais renováveis: a Amazônia e o extrativismo. Rev. Adm. púb., Rio de Janeiro, n. 26, v. 1, p. 145-62, jan./mar. 1992.
7. Vallejo LR. Unidades de Conservação: Uma discussão teórica à luz dos conceitos de território e de políticas públicas. GEOgraphia (UFF), Rio de Janeiro, ano 4, n. 8, p. 77-106, 2003.
8. Becker BK. Revisão das políticas de ocupação da Amazônia: é possível identificar modelos para projetar cenários?. Parcerias estratégicas, n. 12, setembro de 2001.
9. Becker BK. Amazônia: geopolítica na virada do III milênio. Rio de Janeiro: Garamond, 2004.
10. BID. Banco Interamericano de Desenvolvimento. A política das políticas públicas: progresso econômico e social na América Latina: Relatório 2006. Rio de Janeiro: Elsevier; Washigton: BID, 2007.
11. Hair JF *et al.* Análise multivariada de dados. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005. 730 p.
12. Santana AC de. Métodos quantitativos em economia: elementos e aplicações. Belém: UFRA, 2005.
13. Santana AC de. Elementos de economia, agronegócio e desenvolvimento local. Belém: GTZ; TUD; UFRA, 2005.
14. Cavalcante FRC. Análise da desigualdade regional no estado de Rondônia à luz da teoria institucionalista de Douglass North. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Pará, Núcleo de Altos Estudos Amazônicos, UFPA, NAEA, Doutorado em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido, 2011.
15. Dillon WR, Goldstein M. (1984). Multivariate analysis: methods and applications. New York: Wiley.

16. Gama ZJC, Santana AC de, Mendes FAT, Khan AS (2007). Índice de desempenho competitivo das empresas de móveis da região metropolitana de Belém. *Revista de economia e agronegócio*, v. 5, p. 127-159.
17. Santana AC. (2007). Análise do desempenho competitivo das agroindústrias de polpas de frutas do Estado do Pará. *Revista de economia e sociologia rural*, v. 45, n. 3, Brasília, jul/sept.
18. Johnson RA, Wichern DW. (1988). *Applied multivariate statistical analysis*. 2 ed. New Jersey: Prentice Hall International.
19. Reis E. (2001). *Estatística multivariada aplicada*. 2. ed. Lisboa: Silabo.
20. Santana AC (2006). Análise do desempenho competitivo das agroindústrias de frutas do Estado do Pará. In: Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural, 44, 2006, Fortaleza, CE. Anais. Brasília, DF: Sober, p. 1-20.
21. Cavalcante FRC, Góes SB de. O desafio da gestão ambiental em Rondônia: um estudo sobre a pressão agropecuária nos municípios com e sem unidades de conservação da natureza. In: II Congresso Brasileiro de Gestão Ambiental, 2011, Londrina. Anais... IBEAS 2011. Londrina: IBEAS, 2011a. p. 1-14.
22. Cavalcante FRC, Góes SB de. Pressão agropecuária nos municípios com e sem unidades de conservação: um estudo mesorregional rondoniense em relação ao desmatamento e extração de madeira. In: V Seminário Brasileiro sobre Áreas Protegidas e Inclusão Social, 2011, Manaus. Anais... V SAPIS. Manaus: V SAPIS, 2011b. p. 1-4.
23. Cavalcante FRC *et al.* O mecanismo de fair trade como alternativa para o desenvolvimento sustentável de regiões com alto grau de preservação ambiental: o caso de Guajará-Mirim. In: Congresso Brasileiro de Gestão Ambiental, 4, 2013, Salvador - BA. Anais. Bauru: IBEAS, 25 a 28 de novembro de 2013.
24. Cavalcante FRC, Silva FC. Desenvolvimento e conservação no Estado de Rondônia: uma análise a partir do institucionalismo de Douglass North. *Papers do NAEA (UFPA)*, v. 285, p. 3-29, 2011.
25. Hecht SA. Evolução do pensamento agroecológico. In: ALTIERI, M. *Agroecologia: as bases científicas da agricultura alternativa*. 4. ed. Rio de Janeiro: PTA/FASE, 2000.
26. Baqueiro M (org.) *Reiventando a sociedade na América Latina. Cultura política, gênero, exclusão e capital social*. Porto Alegre: Universidade, 2001. p. 208.
27. North DC. 1981. *Structure and Change in Economic History*. New York: Norton.
28. North DC. 1988. "Institutions, Economic Growth and Freedom: An Historical Introduction," in Michael A. Walker, (Ed.), *Freedom, Democracy and Economic Welfare*. Canada: The Fraser Institute, pp. 3-25.
29. North DC. 1990. *Institutions, Institutional Change, and Economic Performance*. New York: Cambridge University Press.
30. North DC and Barry RW. 1989. "Constitutions and Commitment: the Institutions Governing Public Choice in Seventeenth Century England." *J. of Economic History*.(Dec.) 44: 803-32.

31. Paraguassu-Chaves, C. A. ., Casara Cavalcante, F. R. ., Barros Filho, A. K. D. ., Fonseca Cavalcante, A. M. M. da ., Duarte, J. C. ., Almeida, F. M. de ., Moreira Dantas, L. R. ., Carvalho, C. D. ., & Fonseca Neto, J. V. . (2020). Quantitative methods and study of the parth dependence effect of Douglass North from the cocoa production index (CPI) in Rondônia, Brazil. *International Journal for Innovation Education and Research*, 8(4), 469-493. <https://doi.org/10.31686/ijer.vol8.iss4.2300>

MODELAGEM MATEMÁTICA E A INCLUSÃO DOS SURDOS: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO MÉDIO

Data de aceite: 01/12/2023

Vanicleia Marinho De Melo

Universidade Estadual do Centro Oeste -
UNICENTRO

Laynara dos Reis Santos Zontini

Instituto Federal do Paraná - IFPR e
Universidade Estadual do Centro Oeste -
UNICENTRO

Sarah Tamara Corrêa Hilgemberg

Instituto Federal do Paraná - IFPR

RESUMO: O presente artigo traz o relato de uma prática de Modelagem Matemática na perspectiva de Burak, com o tema emergências climáticas, realizada em uma turma na primeira série do ensino médio, técnico em informática, no Instituto Federal do Paraná. Um dos estudantes dessa turma é surdo, assim, temos como foco analisar como a prática contribuiu para a sua aprendizagem e sua socialização. A partir de um tema de seu interesse, ele faz busca por novas experiências, assim, instigando sua aprendizagem da matemática e integrando com os demais educandos. Ressaltamos a importância da intérprete de Língua de Sinais para o desenvolvimento da prática e a necessidade de ampliar o conhecimento

dessa língua para melhorar a comunicação com o estudante.

PALAVRAS-CHAVE:

Educação
Matemática. Surdo. Modelagem
Matemática. Inclusão.

INTRODUÇÃO

Atualmente, nas escolas públicas e privadas, encontramos alguns educandos surdos, que estão em um ambiente de inclusão e seus desempenhos em sala de aula ultrapassam muitos alunos ouvintes. Porém, em algumas situações, surgem muitas dificuldades, que, por vezes, passam despercebidas pelo professor, por não ter facilidade e entendimento para interpretar esse educando.

Percebemos que esses educandos surdos estão cada vez mais determinados e empenhados para se qualificar em seu meio social. Para Sassaki esse é “[...] o processo pelo qual a sociedade se adapta para poder incluir, em seus sistemas sociais gerais, pessoas com necessidades especiais e, simultaneamente, estas se preparam para assumir seus papéis na

sociedade” (1997, p. 41). O autor ainda ressalta:

A inclusão social, portanto, é um processo que contribui para a construção de um novo tipo de sociedade através de transformações, pequenas e grandes, nos ambientes físicos (espaços interno e externo, equipamentos, aparelho e utensílio, mobiliário e meios de transporte) e na mentalidade de todas as pessoas, portanto do próprio portador de necessidades especiais (1997, p.42).

Para que o educando compreenda os conteúdos matemáticos, ele precisa associá-los ao ambiente ao seu redor, assim, ele necessita que o professor explique usando métodos mais expositivos, com maior apelo visual, e não tanto a fala, pois mesmo com a interpretação em Libras, fica difícil para seu entendimento. Como diz Thoma:

[...] integração escolar e integração social não podem ser tidas como sinônimo, pois ir a escola com os demais não significa ser como os demais. Uma efetiva integração escolar depende de como cada escola aceita e trabalha com as diferenças. Para o surdo poder estar, efetivamente, incluído na classe com os ouvintes, ele necessita dominar a língua oral o que só pode ocorrer após seu desenvolvimento em língua de sinais (1998, p.46).

Assim, o professor da disciplina de matemática precisa instigar esse educando cada vez mais, para que os conteúdos não fiquem abstratos ou apenas decorados. Através da Modelagem Matemática o educando pode perceber em contexto esses conteúdos, relacionando aos problemas sociais, ao seu meio de convívio ou até mesmo a um assunto de seu interesse.

Neste artigo iremos relatar uma experiência vivenciada por uma turma com um educando surdo do IFPR, na disciplina de matemática, em uma prática de Modelagem Matemática na perspectiva de Burak. Segundo ele, a modelagem é um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões” (BURAK, 1992, pg. 62.). Assim objetivamos que a prática possibilite aos estudantes compreender matematicamente fenômenos do seu cotidiano.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Educação Matemática trouxe mudanças e nasceu para sair do conhecimento tradicional, meios e fórmulas ultrapassadas. Com isso o Pesquisador e Educador Matemático Ubiratan D’Ambrósio, aponta essa metodologia com práticas, para estimular e fortalecer o aprendizado dos educandos e assim, promovendo a interdisciplinaridade.

Nas escolas eram muito usados os meios tradicionais, onde o educando estava ali apenas para receber o conteúdo matemático, sem questionar o seu aprendizado ou mesmo poder argumentar. O professor que tinha todo conhecimento e o educando não podia perguntar, era apenas um depósito de conhecimento do professor e não educando

que aprendia esses conhecimentos.

Novas metodologias foram surgindo para que o educando passasse a ser o sujeito capaz de construir sua aprendizagem, questionar o professor, buscar conhecimentos e ser crítico. Nesse contexto, o professor passa ser o mediador de conhecimentos e direciona a aprendizagem, sendo assim, sempre busca se aperfeiçoar e trazer novidades de meio de aprendizagem para seus educandos.

MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática surgiu com o intuito de superar a exagerada formalidade dos conteúdos matemáticos. Muitos educadores e pesquisadores preocupados com a aprendizagem da Matemática em sala de aula buscaram, através das concepções de Modelagem Matemática, trabalhar situações vivenciadas no dia a dia dos educandos.

Dentre vários autores e educadores, destacamos Burak, que em (1992) já tratou a Modelagem Matemática para: “busca trabalhar os conteúdos matemáticos de forma a possibilitar a construção de conceitos matemáticos, estabelecendo relações com o cotidiano; aplicações matemáticas e sua importância para a Educação Matemática” (BURAK, 1992, p. 62).

Zontini e Burak (2016) buscam para o estudante tratar o conteúdo matemático com a percepção de sua realidade no mundo em que vive, pois tendo um objetivo e compreensão do mesmo, fica mais fácil a percepção da Matemática:

Compreendendo a Modelagem Matemática na Educação Matemática na perspectiva de uma educação centrada na pessoa, o ensino de matemática tem como objetivo situar estudante no mundo, tratando a matemática pelo viés daquilo que faz sentido para ele, que contribuía na compreensão da realidade em que vivemos (ZONTINI E BURAK, 2016, p. 379).

Todas as etapas da Modelagem Matemática, na concepção de Burak (2010), fomentam a participação ativa dos estudantes. Assim, podem ser vistas como uma maneira metodológica na Educação que contribui com a inclusão nas escolas, também com os estudantes surdos, pois valoriza os mesmos, trazendo sua participação e interação com os colegas. Como diz Zontini e Burak (2016), a Modelagem Matemática traz para os estudantes uma contribuição gratificante, pois podem adaptar no seu meio e mostrar suas habilidades:

Compreendendo a Modelagem Matemática na Educação Matemática na perspectiva de uma educação centrada na pessoa, o ensino de matemática tem como objetivo situar estudante no mundo, tratando a matemática pelo viés daquilo que faz sentido para ele, que contribuía na compreensão da realidade em que vivemos (ZONTINI; BURAK, 2016, p. 379).

Para o desenvolvimento de uma prática de Modelagem Matemática, na perspectiva de BURAK (1998 e 2004), o autor sugere cinco etapas explicitadas a seguir:

Escolha do tema: o trabalho com a modelagem matemática parte de temas propostos por um grupo, ou por vários grupos de estudantes, em conjunto com o professor.

Pesquisa exploratória: trata-se da etapa da modelagem em que se busca conhecer as várias dimensões sejam elas políticas, sociais, econômicas ou estruturais que constituem determinada realidade, sendo que os dados poderão ser de natureza quantitativa ou qualitativa. Levantamento do (s) problema (s): trata-se da terceira etapa da modelagem, construindo-se a partir dos dados coletados na etapa da pesquisa exploratória. A ação investigativa, ao traduzir em dados quantitativos algumas observações que em sua maioria são descritivas, confere nova conotação aos dados numéricos obtidos, possibilitando a discussão e o estabelecimento de relações que contribuem para o desenvolvimento do pensamento lógico e coerente.

Resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema: é a partir dos problemas apresentados que serão determinados os conteúdos a serem trabalhados, é a partir do contexto do tema, que poderão ser desenvolvidos vários conteúdos matemáticos provenientes dos dados coletados e a partir das hipóteses levantadas pelo professor ou pelo grupo.

Análise crítica da solução: trata-se de uma prática que favorece o desenvolvimento do pensamento crítico e a argumentação lógica, bem como trata-se do momento em que se discute a coerência da solução dos problemas às situações da realidade estudada.

PRÁTICA DESENVOLVIDA

Durante uma prática desenvolvida pelas autoras, no Instituto Federal do Paraná, na cidade de Irati-PR, na 1ª série do ensino médio, técnico em informática, foi desenvolvida Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak, tendo um estudante surdo na turma.

Os estudantes escolheram os integrantes dos grupos, contendo cinco participantes, e nesse momento já percebemos a inclusão, pois o estudante surdo já apresenta afinidade com os demais colegas e rapidamente se integra a um grupo.

Durante a escolha do tema em discussão no grupo, foram propostos alguns tópicos e o tema aprofundado pelos estudantes foi os desmatamentos no Paraná, onde os educandos levantaram algumas hipóteses para a pesquisa exploratória como: estatística, estimativas, causas do desmatamento, soluções e gráficos.

Durante a pesquisa exploratória os educando coletaram algumas informações para a apresentação dos seus trabalhos sobre estatística e fizeram alguns levantamentos:

- Níveis de CO₂ em 2022 estão 50% acima daqueles da era pré-industrial
- 4x mais queimadas do que em 2021, o Corpo de Bombeiros registrou 365 ocorrências de incêndios em vegetação ao longo de janeiro, enquanto no mesmo mês de 2021 houve 93 registros.
- Em dados de 2020 já foi o terceiro estado que mais derrubou mata atlântica e

em dados mais recente já chega à segunda colocação em questão de desmatamento e nos últimos 10 anos já desmatou cerca de 480 km²

De acordo com os estudantes, segundo levantamento da organização SOS Mata Atlântica, 3.299 hectares de florestas sumiram entre 2020 e 2021 no estado, sendo o terceiro estado que mais desmatou no Brasil.

Segundo dados que foram representados neste gráfico, em 2011 foram desmatados 1,300 mil ha, em 2014 foram 2,100 ha, em 2015 foram 1,988 mil ha, em 2019 foram 2,767 mil ha, em 2020 foram 2.151, e em 2021 foram 3.000 mil ha desmatados.

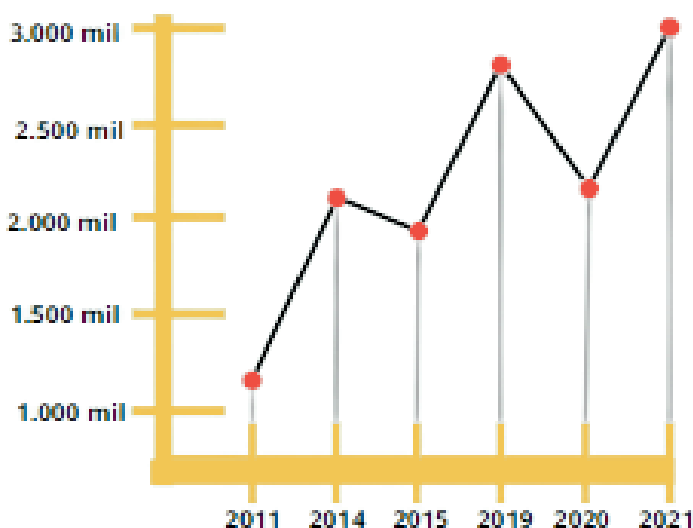


Gráfico 1- Desmatamento no Paraná:

Fonte: Educandos do IFPR.

Sobre a estimativa do desmatamento no Paraná:

2011: 1,3 mil hectares.

2014: 2,1 mil hectares.

2015: 1.988 mil hectares.

2019: 2.767 mil hectares.

2020: 2.151 mil hectares.

2021: 3.000 mil hectares.

Fazendo a média dos dados encontrados o grupo encontrou o valor de 2.217 mil hectares desmatados em média por ano, e seguindo essa média puderam afirmar que no ano de 2032 já seriam desmatados mais 22.170 mil hectares, porém a tendência desse gráfico é de subir então a área que vai ser desmatada vai ser muito maior, pois comparando os números de 2011 que são 1,3 mil ha, e 2021 que são 3.000 mil ha pode-se perceber que há uma grande diferença então cada vez mais o estado é desmatado e se não fizerem nada o número pode ser extremamente catastrófico.

Na terceira etapa da Modelagem Matemática, foram levantados alguns problemas em relação ao desmatamento como, as principais causas do mesmo e como resolver. As causas:

- **Pecuária**

No Paraná já são mais de 16,62% de toda a vegetação que já foi ocupada pela pecuária.

- **Queimadas**

De janeiro até o início de maio deste ano, mais de 2,7 mil queimadas foram registradas. Os dados apontam ainda que, em 2020, 637 hectares foram comprometidos pelas queimadas em todo o estado.

- **Extração de madeira**

A extração de madeira causa um impacto muito grande nas florestas do Paraná, pois é uma das maiores causas de derramamento de mata no Paraná.

- **Agricultura**

Segundo dados de 2018 33,7% de toda a natureza do Paraná estão sendo usada na agricultura.

Resoluções do problema foram apresentadas as soluções para o desmatamentos:

1. Instituir o imposto rural:

A especulação fundiária é um dos principais motivos para o desmatamento ilegal na Amazônia. Um cidadão com posses faz a derrubada de florestas em áreas públicas como forma de ocupar o território para, posteriormente, realizar a regularização. Para combater esse mal, a medida adotada deve ser a maior efetividade na cobrança de taxa brasileira federal aplicada quando uma pessoa tem posse de um perímetro rural.

2. Ampliar a moratória da soja para o cerrado:

A moratória da é um pacto ambiental entre produtores de soja no País, ONGs ambientais e o governo, que se uniram para adotar medidas contra o desmatamento. O projeto proíbe a aquisição do grão que seja cultivado em áreas recém-desmatadas na Amazônia. Desde que entrou em vigor, o plano triplicou o bioma amazônico, tornando-se uma medida eficaz e viável para a preservação da área.

3. Eliminar o mercado de carne ilegal:

Grande parte da carne consumida no Brasil é proveniente de uma área desmatada. Isso significa que diversos pecuaristas não cumprem as leis e destroem as florestas para construir áreas de criação de animais. Para extinguir a prática, é possível utilizar uma tecnologia que rastreia.

4. Aumentar a fiscalização do crédito para a agricultura:

Pessoas físicas ou empresas que praticaram desmatamento ilegal não podem ter acesso ao crédito subsidiado para agricultura. O aumento da fiscalização vai garantir que cidadãos que estejam na ilegalidade percam o direito ao benefício, dificultando atuações prejudiciais ao bioma amazônico.

5. Definir novas medidas de combate ao desmatamento:

O setor público, em parcerias com ONGs que atuam na causa ambiental, devem propor constantemente novas medidas ou atualizações que contribuam com o fim do desmatamento e driblar as recentes tentativas de continuar a degradação das florestas, como o desmatamento em períodos de chuvas, que evita a fiscalização por satélite.

Análise crítica da solução, todos os alunos fizeram uma apresentação de toda sua prática de Modelagem Matemática, o educando surdo, fez o uso de slides e sua a língua de sinais para sua apresentação e sua intérprete esclareceu os sinais para a turma e para os professores também.

O trabalho da intérprete foi muito importante para nós e para os demais estudantes da turma, pois não compreendemos a língua de sinais. O intérprete de libras realiza seu trabalho nas instituições educacionais, possibilitando o acesso dessas pessoas ao ensino e aos conteúdos curriculares comuns e facilitando essa comunicação entre professor e educando.

CONCLUSÃO

Durante esta prática de Modelagem Matemática, buscamos acompanhar o desempenho da turma e do estudante surdo. Percebemos que, com a MM, ele foi sujeito da sua própria aprendizagem, teve mais autonomia para buscar informações e aprender. Quando se busca aprofundar sobre um assunto de seu meio social, o conteúdo fica mais interessante e possibilita a formação de um estudante mais reflexivo e crítico. Nesse aspecto, as PCNs, ressaltam também a criatividade, através da matemática:

A Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p.27).

Para esse tipo de atividade, o professor de matemática precisa estar atento aos desafios que podem emergir durante a prática de Modelagem Matemática com alunos surdos, pois podem surgir perguntas inusitadas ou situações inesperadas. Um grande desafio é a disponibilidade de materiais em libras sobre os temas investigados, nesse caso uma parceria entre intérpretes e professores é essencial. É comum também não ser

do conhecimento dos intérpretes e dos surdos alguns sinais para termos específicos de determinadas áreas, o que também é uma dificuldade quando se trabalha com MM e os conteúdos e temas são diversos.

Em relação às etapas da modelagem, nos surpreendemos com as ações do grupo na problematização. Apesar de perceberem situações problemas como a possibilidade de fazer previsões quantitativas sobre o desmatamento, os estudantes destacaram problemas de fundo ambiental e soluções que envolvem grandes mudanças sociais, ou seja, dando mais ênfase aos aspectos não matemáticos. A prática também ressalta a não linearidade das etapas no movimento articulado entre pesquisar, problematizar e buscar soluções.

Com essa experiência, ressaltamos que foi gratificante trabalhar com Modelagem Matemática envolvendo o estudante surdo, pois podemos ver o entusiasmo do educando, desde a escolha do tema até a análise crítica, onde ele faz sua apresentação, sem timidez e com domínio do que está comunicando. Para nós professores é cada vez melhor acompanhar o sucesso de aprendizado e conhecimentos dos mesmos.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 254 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Geociência e Ciência Exata, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BRASIL. **Secretaria de Educação Especial. Deficiência Auditiva**. Organizada por Guiseppe Rinaldi. Vol. I - (Série Atualidades Pedagógicas, n. 4) – Brasília: SEESP, 1994.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese de doutorado - Universidade Estadual de Campinas, 1992.

COSTA, M. R. **Alfabetização de deficientes auditivos: um programa de ensino**. Tese Doutorado, São Paulo: USP. 1992.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 13 ed. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005.

EDLER CARVALHO, Rosita. **Educação inclusiva: com os pingos nos "is"**. Porto Alegre: Mediação, 2004.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p. 49-78.

GÓES, M.C.R. **Linguagem, surdez e educação**. Campinas: Autores Associados, 1996.

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil**. 2003. 281 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

MIGUEL, A. *et al.* A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, p. 70-93, dec. 2004.

ZONTINI, L. dos R. S. BURAK, D. Modelagem Matemática na Educação Matemática: Contribuições para o resgate da autoestima do estudante. Anais do VII EPMEM p. 379 – 389. Londrina, 2016.

CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO E MODELAGEM: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA COM O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA UMA MATEMÁTICA CRÍTICA

Data de aceite: 01/12/2023

Natália Pedroza de Souza

Docente do Instituto de Aplicação
Fernando Rodrigues da Silveira,
Departamento de Matemática e Desenho
da Universidade do Estado do Rio de
Janeiro

Moises Ceni de Almeida

Docente do Instituto de Ciências Exatas,
Departamento de Matemática da
Universidade Federal Rural do Rio de
Janeiro

Leonardo Maricato Musmanno

Docente do Instituto de Aplicação
Fernando Rodrigues da Silveira,
Departamento de Matemática e Desenho
da Universidade do Estado do Rio de
Janeiro

Renata Cardoso Barbosa

Doutoranda do Programa de Pós-
Graduação em Ensino de Matemática da
Universidade Federal do Rio de Janeiro.
Docente da Secretaria Municipal de
Teresópolis

RESUMO: Este trabalho apresenta uma proposta pedagógica envolvendo cenários para investigação e Modelagem Matemática, tendo por objeto de estudo a

população prisional do Brasil. Na visão da Educação Matemática Crítica, atividades investigativas propiciam um ambiente convidativo no qual o aluno explora questões abertas, opondo-se às atividades tradicionais, baseadas em exercícios mecânicos e repetitivos. A Modelagem Matemática, por sua vez, proporciona ao aluno situações inseridas em seu cotidiano, podendo ser um caminho, mediado por recursos tecnológicos, para despertar nos alunos o interesse por tópicos matemáticos. Assim, este trabalho objetiva apresentar uma proposta que, alinhada às ideias da Educação Matemática Crítica, permita que o aluno desenvolva sua capacidade crítica e reflexiva, tornando-se mais apto a interpretar e compreender situações relacionadas à Matemática em sua vida. Destaca-se o uso da ferramenta conhecida como “método dos mínimos quadrados”, técnica de otimização que pode ser aplicada em diversas áreas do conhecimento, abrindo possibilidades para trabalhos interdisciplinares.

PALAVRAS-CHAVE: Cenários para investigação. Matemática Crítica. Modelagem Matemática. Método dos Mínimos Quadrados.

LANDSCAPES OF INVESTIGATION AND MODELING: A PEDAGOGICAL PROPOSAL WITH THE METHOD OF LEAST SQUARES FOR A CRITICAL MATHEMATICS

ABSTRACT: This work presents a pedagogical proposal involving landscapes of investigation and mathematical modeling, having as object of study the prison population in Brazil. In the view of Critical Mathematics Education, investigative activities provide an inviting environment in which the student explores open questions, as opposed to traditional activities, based on mechanical and repetitive exercises. Mathematical modeling, in turn, provides students with situations that are part of their daily lives, which can be a way to awaken students' interest in mathematical topics, especially when using the technological resources currently available. Thus, this work aims to present a proposal that, in line with the ideas of Critical Mathematics Education, allows students to develop their critical and reflective skills, becoming more able to interpret and understand situations related to mathematics in their lives. In the proposal, the use of the "least squares method" stands out, an optimization technique that can be applied in various areas of knowledge, opening up possibilities for interdisciplinary work.

KEYWORDS: Landscapes of investigation. Critical Mathematics. Mathematical Modeling. Least Squares Method.

INTRODUÇÃO

De acordo com Skovsmose (2000), um cenário para investigação é um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação. Contrapondo-se ao paradigma do exercício, no qual os alunos permanecem condicionados a sua resolução, nos cenários para investigação, eles são convidados a se envolverem em um processo de exploração do problema em questão, fazendo com que assumam uma postura mais ativa em seu processo de aprendizagem.

Cenários de investigação estão estritamente relacionados à corrente educacional denominada Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2000). Teres (2014) destaca que, dentre as características dessa corrente, está a preocupação com o desenvolvimento de competências que tornem o aluno capaz de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática.

A tendência da Educação Matemática Crítica, arraigada na Educação Crítica (VICENTINI E VERÁSTEGUI, 2015), visa transcender a mera transmissão de conhecimentos matemáticos, buscando incutir nos alunos uma compreensão mais profunda e consciente da Matemática como disciplina intrinsecamente conectada ao tecido de nossa sociedade. Skovsmose defende uma educação voltada para o desenvolvimento de três "conheceres": conhecimento matemático, o conhecimento reflexivo e o conhecimento tecnológico, no que diz respeito à construção e utilização de modelos matemáticos. A partir desta tendência, busca-se capacitar os estudantes a se tornarem cidadãos ativos, informados, reflexivos e capazes de lidar com os desafios do século XXI, e assim contribuir para a criação de uma sociedade mais justa e equitativa (PESSÔA E JÚNIOR, 2013).

Além dos cenários para investigação preconizados pela Educação Matemática Crítica, este trabalho também irá se alimentar de outra fonte teórica, a saber, a Modelagem Matemática, vista aqui não como uma técnica para gerar modelos matemáticos explicativos da realidade, mas como uma perspectiva de ensino.

A Modelagem Matemática, como estratégia de ensino, segundo Bassanezi (2002), tem se mostrado muito eficaz para uma matemática agradável e interessante. Nessa perspectiva, os estudantes são levados a conceber a Matemática não apenas como uma disciplina abstrata, mas como um instrumento poderoso e prático para analisar, interpretar e resolver problemas reais. Essa abordagem oferece aos estudantes a oportunidade de explorar relações complexas entre a Matemática, a sociedade e as questões sociais. Desta forma, a Modelagem Matemática surge como uma ferramenta para promover o pensamento crítico e a conscientização dos alunos, alinhando-se harmoniosamente com os princípios da Matemática Crítica.

Assim, este trabalho tem por objetivo apresentar uma proposta de cenário para investigação que tenha como aporte principal a Modelagem Matemática. Ao unir um ambiente investigativo com técnicas de modelagem, os autores esperam obter uma proposta pedagógica que seja agradável para o aluno e o faça refletir sobre aspectos sócio-culturais que o rodeiam.

Cabe ressaltar que a proposta aqui apresentada, se coaduna com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), conforme podemos verificar no trecho a seguir:

[...] no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio (BRASIL, 2018, p. 528)

No contexto deste trabalho, vamos abordar encaminhamentos para um possível cenário. O assunto mobilizador para o cenário proposto é a situação da população prisional no Brasil. Caso o convite seja aceito pelos alunos, eles deverão passar por uma etapa de levantamento de dados. Este momento pode ser utilizado para, por exemplo, discutir questões sobre fontes confiáveis para se desenvolver uma pesquisa. Em seguida, os alunos devem pensar sobre a representação dos dados, a qual pode ser feita por meio das representações estatísticas. Para a Modelagem Matemática dos dados levantados, um caminho possível é o Método dos Mínimos Quadrados, técnica de otimização matemática que procura encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados. A utilização desta técnica permite o desenvolvimento de um modelo que possibilite a previsão do crescimento da população prisional no país. Por fim, diversas reflexões amparadas pelas projeções são sugeridas. Contudo o ideal é que os estudantes desenvolvam suas próprias questões e busquem suas próprias respostas e ações. Nosso anseio é que, ao se unir o uso de cenários com as técnicas de modelagem, seja criado um contexto pedagógico favorável ao desenvolvimento da capacidade de interpretação e atuação sobre as questões sociais que

são ou que podem ser estruturadas pela matemática.

O texto a seguir está organizado nas seções: “Referencial Teórico”, onde apresentamos os cenários para investigação como uma intervenção que tem por objetivo desenvolver a criticidade dos alunos; “Um Convite Para Cenário para Investigação”, seção em que se desenvolve a proposta pedagógica; e “Conclusão”.

REFERENCIAL TEÓRICO

Dentre os documentos norteadores da educação no Brasil, a BNCC (2018) assume um papel de destaque, estabelecendo as competências e habilidades que os discentes devem desenvolver ao longo de sua trajetória escolar, servindo como um guia para a elaboração dos currículos escolares de todo o país. As competências gerais da BNCC se referem a conhecimentos, habilidades e atitudes que precisam ser desenvolvidos pelos alunos, conectados com os desafios que o mundo oferece. As dez competências gerais previstas na Base são descritas na Figura 1.

Ao relacionar uma atividade de sala de aula com as competências gerais preconizadas pela BNCC, estabelece-se um arcabouço pedagógico mais abrangente e significativo, que visa a preparação dos alunos para a participação plena como cidadãos ativos.

Além das competências gerais, a BNCC também sugere competências específicas para as diferentes áreas do conhecimento. Dentre as competências específicas da Matemática apontadas neste documento, ressalta-se:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral (BRASIL, p. 523).

COMPETÊNCIAS GERAIS DA NOVA BNCC



Figura 1: Competências da BNCC

Fonte: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. Disponível em: <http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novas-competencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79>

Pode-se observar que as competências gerais previstas pela BNCC articulam-se fortemente com a Educação Matemática Crítica, na medida que: “A educação tem que desempenhar um papel ativo na identificação e no combate de disparidades sociais” (Skovsmose, 2013, p. 32). A Educação Matemática Crítica compreende que discussões sociais, políticas, culturais e éticas devem fazer parte das preocupações da matemática e da Educação Matemática.

Skovsmose caracteriza a Educação Crítica como aquela em que os professores e os alunos se envolvem conjuntamente no processo educacional por meio do diálogo, de forma a desenvolver a democratização do saber. Para isso, os conteúdos de um currículo não devem ser selecionados previamente e sim discutidos criticamente por todos os envolvidos, de acordo com a relevância social do problema, sua aplicabilidade, os interesses e as necessidades reais dos alunos. [...] Para Skovsmose, o processo de ensino e aprendizagem precisa ser voltado à resolução de problemas. Tais problemas devem mostrar-se importantes aos estudantes, serem acessíveis aos seus conhecimentos prévios e relacionados com os problemas sociais existentes. (CARDOSO, 2017, p.61)

Skovsmose (2000) e Barbosa (2001) apresentam cenários para investigação e projetos em oposição à resolução de questões pré-formatadas e que possuem única possibilidade de resposta. Tais cenários são ambientes convidativos, que oferecem recursos e suporte à investigação. Na medida em que a sala de aula de matemática é usualmente balizada na exposição de determinado conteúdo aos alunos e resolução de exercícios, denominado paradigma do exercício, os cenários para investigação trazem como proposta questões abertas, que dependerão do engajamento dos sujeitos envolvidos.

O convite à investigação, nos cenários ou projetos, tem por objetivo promover a matematicidade, ou seja, competência para interpretação e atuação em situações políticas e sociais estruturadas - também - pela matemática (SKOVSMOSE, 2000, p. 2). A necessidade de se interpretar criticamente dados decorre do fato da sociedade organizar-se matematicamente e estatisticamente. A má ou não compreensão de questões matemáticas gera distorções da realidade. Numa perspectiva crítica da educação, não há interesse em promover a ideologia da matemática pura e perfeita, aplicável a todas as situações do mundo real, porém compreender que a matemática é um “corpo de conhecimentos” dentre muitos (BORBA e SKOVSMOSE, 2001, p. 133).

Utilizando estratégias, procedimentos e conceitos matemáticos na identificação de questões socioeconômicas, a Modelagem Matemática emerge como uma abordagem pedagógica. Em linhas gerais, a Modelagem Matemática é uma prática presente na Matemática Aplicada que consiste na construção de modelos matemáticos, isto é, representações por meio da linguagem matemática (equações, gráficos, tabelas etc.) de um fenômeno de outras áreas do conhecimento (Física, Química, Geografia, Biologia etc.). No contexto da sala de aula, a Modelagem configura uma abordagem pedagógica que constitui uma linha de pesquisa relevante, surgindo como tendência da Educação Matemática nacional e internacional (CANEDO e KISTEMANN, 2014).

Existem diversas definições para modelagem, bem como diversos objetivos. Barbosa (2001, p.1; 2004, p. 74) apontou que o cenário brasileiro de modelagem se distinguia do cenário internacional, uma vez que os educadores buscavam desenvolver projetos ou estudos dirigidos de modelagem a partir do viés sócio-cultural, interesses e motivações de seus alunos. A seguir exibimos algumas concepções clássicas presentes na literatura:

“Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. (...) Consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.” (BASSANEZI, 2002. p.24);

“Arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações-problema de nosso meio (...) processo que envolve a obtenção de um modelo.” (BIEMBEGUT e HEIN, 2005. p.8);

“Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio de matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.” (BARBOSA, 2004. p.6);

Em contraponto aos modeladores profissionais, que buscam construir modelos explicativos da realidade, a Modelagem Matemática em sala de aula possui objetivo pedagógico próprio. Amparando-se na perspectiva de Barbosa (2001, p. 5), a Modelagem Matemática no presente artigo

[...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e idéias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. (BARBOSA, 2001. p.5);

Seguiremos a perspectiva de Burak:

[...] “O entendimento de Modelagem Matemática que aqui abordaremos é a visão assumida a partir de um entendimento de Educação Matemática que contempla as ciências Humanas, Sociais”. [...] “A visão de que tipo de “homem” que se pretende formar para enfrentar os desafios do século XXI é uma questão que tem a ver com a forma de se ensinar e com o que se quer com essa a forma de se ensinar. Esta questão provoca e invoca algumas respostas: desejamos um cidadão que desenvolva a autonomia, que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão” (BURAK, 2010, p.17).

É possível notar, portanto, que, de forma semelhante aos cenários para investigação, o uso da Modelagem em sala de aula pode proporcionar aos alunos ambientes de aprendizagens que buscam superar as limitações do modelo didático tradicional, no qual o professor primeiro explica a respeito de um tópico matemático e depois prescreve uma lista de exercícios aos alunos, cabendo a esses últimos resolvê-los.

A Modelagem Matemática, enquanto abordagem apresenta os seguintes objetivos:

a) Construção de conhecimento matemático; b) Desenvolvimento de habilidades e competências para construção de Modelos Matemáticos em geral; e c) Estruturação de conhecimento de natureza reflexiva (tipologia, definição de critérios, aplicabilidade, avaliação de modelos etc).

As Etapas Básicas de uma atividade de Modelagem Matemática são: a) Elaboração da Situação-Problema – pode ser feita pelos alunos e pelo professor em conjunto. b) Inteiração/Simplificação – os alunos fazem a leitura da atividade, identificam a situação-problema, fazem o levantamento dos dados, exploram e levantam as hipóteses (transformaram a situação-problema de uma linguagem natural para uma linguagem matemática). c) Resolução – os alunos buscam uma solução que responde a atividade proposta com criação de um modelo apropriado, que pode ser uma fórmula, uma maquete etc. Na etapa de resolução podemos ter: construção de um modelo, diferentes respostas e perspectivas, estimativas futuras e generalizações. d) Interpretação/Validação – os alunos analisaram a solução dada ao problema inicial e estão aptos a responder: possui validade e é aplicável ao problema? (BARBOSA, 2004, BASSANEZI, 2002, BIEMBEGUT E HEIN, 2005).

Neste contexto de cenário para investigação+modelagem, o uso de recursos tecnológicos surge naturalmente como uma ferramenta importante na realização das etapas de uma modelagem, contribuindo em diversos aspectos para trabalhos deste tipo. Além de permitirem a manipulação de grandes volumes de dados, a utilização destes recursos facilita a realização de cálculos, bem como a construção de gráficos e tabelas. Assim, tais ferramentas permitem uma maior profundidade nas análises e na detecção de padrões ou tendências nos dados obtidos. Mais especificamente, na próxima seção, para a realização dos cálculos e gráficos relacionados ao tema do sistema prisional no Brasil, foi utilizado o *Excel*, *software* de criação de planilhas eletrônicas muito utilizado para a realização de cálculos matemáticos, criação de gráficos, tabelas e análise de dados.

Para que modelagem não seja vista como algo “pronto e perfeito”, na próxima seção são propostas perguntas que guiarão o aluno no sentido de questionar criticamente o processo desenvolvido. Por exemplo, o uso da tecnologia para a criação, manipulação e validação de modelos matemáticos pode ser usada para levantar discussões sobre a precisão e acurácia do método utilizado, ou sobre o horizonte de tempo em que é razoável utilizar a fórmula obtida por tal método. Para além do desenvolvimento de modelos, faz-se necessário o desenvolvimento de pensamento crítico.

Questões mais fundamentais devem ser levantadas. Se a matemática, em certo contexto de modelagem, exerce um poder formatador, então, devemos perguntar: “O que é feito por meio desta modelagem?”, “que ações sociais e tecnológicas são realizadas?”, “quais são as implicações sociais, políticas e ambientais destas ações?” (BORBA e SKOVSMOSE, 2001, p. 135).

Dentro deste modelo de educação matemática crítica, por meio da modelagem e com utilização de tecnologia, dá-se ênfase sobre questionamentos em detrimento de respostas preconizadas. Ocorrerá o predomínio do “o que?”, “por que?”, “como”, “o que representa?”, “Para que esses dados podem ser úteis?”, “O que acontece se...” (BARBOSA, 2004, p. 74, BORBA e SKOVSMOSE, 2001, p. 135).

UM CONVITE PARA CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO

Nesta seção, lançamos encaminhamentos para um possível cenário para investigação em sala de aula, que se iniciará através de um convite à investigação que busca compreender e investigar o desafio premente do aumento da população prisional no Brasil, utilizando a abordagem pedagógica da Modelagem Matemática, adotando as perspectivas presentes na BNCC. Na interseção da Educação Matemática Crítica, diálogo aberto e eficaz e mediação pela tecnologia, propomos uma rota que transcenda as abordagens convencionais e promova uma compreensão mais profunda das questões sociais envolvidas. Por meio de um roteiro, exploraremos o emprego da Modelagem Matemática, como abordagem, ao mesmo tempo em que estimulamos o pensamento crítico e a reflexão. Este cenário de investigação busca inspirar um compromisso renovado com

a resolução de problemas atuais e relevantes, equipando os educadores e pesquisadores com ferramentas para promover uma educação matemática transformadora e significativa. É oportuno dizer ainda que há propostas semelhantes à nossa, em outros contextos. Gostaríamos de destacar o trabalho de Dias e Pinto, que realizam uma proposta (roteiro) discutindo abordagens sobre a temática das *Fake News*.

Vamos explorar algumas possibilidades educacionais do uso de Modelagem Matemática no contexto do crescimento da população prisional brasileira. É apresentado a seguir um possível cenário, sendo dividido em cinco etapas, a saber: (i) Um convite para investigação; (ii) Levantamento de dados; (iii) Representações de Dados; (iv) O Método dos Mínimos Quadrados; e (v) Algumas reflexões propositivas.

Todas as etapas foram pensadas com o fim de promover o engajamento dos alunos e professores. Amalgamando a modelagem, a utilização de tecnologias, a linguagem matemática e situação de problema real, buscamos oposição ao paradigma do exercício, formulando questões matemáticas abertas e interpretativas.

(i) Um convite para investigação

A primeira etapa de uma atividade que faça uso das estratégias de ensino sob a ótica da Modelagem é a delimitação das situações-problema que serão estudadas. Nessa etapa é conveniente pedir aos alunos sugerirem questões dentro do grande tema que o professor quer trazer para a sala de aula. A pesquisa em Modelagem Matemática mostra que essa participação dos alunos pode ser muito útil na relação afetiva do aluno com a Matemática, com a atividade a ser desenvolvida e com a própria escola (Barbosa, 2001, Maltempi, Javaroni e Borba, 2011, Machado, 2020).

Há diversas possibilidades para a forma como o convite para o assunto mobilizador será tratado. Uma possibilidade de questionamento inicial é também um convite: “Quais questões podemos estudar sobre a população prisional?”. Analisando as competências dispostas na BNCC conforme a Figura 1, podemos perceber que o assunto mobilizador do sistema prisional brasileiro, por se tratar de uma temática dentro de um problema social relevante, nos permite explorar diversas competências como a Responsabilidade e Cidadania, Empatia e Cooperação, Pensamento Científico, Crítico e Criativo entre outros.

É interessante ainda observar que esse mesmo assunto mobilizador tem sido objeto de estudo de pesquisas atuais sob diferentes lentes teóricas e metodológicas, revelando a relevância da temática: De Oliveira Costa *et. al.* (2023) analisaram as condições de saúde da população LGBTQIAPN+ do sistema prisional brasileiro. Já Negrelli e Jacobi (2023) se debruçam sobre os tratamentos prisionais para pessoas com psicopatologias. Constantino, Assis e Pinto (2016) utilizam as técnicas de regressão linear e logística para estudar a saúde mental dos presos no estado do Rio de Janeiro. Pela atualidade e relevância da temática, acreditamos que este pode estar presente na agenda curricular escolar, mediada

pela Educação Matemática Crítica e organizada sob a ótica da BNCC. Embora um dos objetivos do cenário para investigação proposto seja conseguir um modelo que possa prever como a população prisional tem crescido e discutir as consequências e limitações do modelo, um cenário, por definição, é aberto e pode tomar vários caminhos, de modo a explorar e investigar aspectos que sejam de interesse do grupo. Algumas perguntas que podem aparecer são:

1. O que a população prisional tem a ver com a Matemática?
2. Qual é a cor dos presidiários brasileiros?
3. Qual é a escolaridade dos presidiários brasileiros?
4. Qual é a idade dos presidiários brasileiros?
5. Qual é o índice de reincidência de presidiários, ou seja, quantos ex-presidiários voltam a ser detentos?

Por fim, o professor, caso os alunos ainda não tenham levantado uma problemática equivalente, pode sugerir também a questão: a partir dos dados sobre a quantidade de presidiários brasileiros, como conseguir uma fórmula para modelar a quantidade de pessoas privadas de liberdade em função do tempo?

Nessa altura da investigação, todos são responsáveis pela escolha de quais questões serão estudadas, o que contribui para o enfraquecimento da idealização da Matemática como um conjunto de problemas fechados que apenas alguns poucos agraciados, comumente chamados de gênios, podem dominar.

(ii) Levantamento de dados

A segunda etapa da Modelagem é a busca por dados que serão necessários para o desenvolvimento da pesquisa. Nessa etapa, todos participam: professor e alunos. Em geral, essa pesquisa é realizada fora da sala de aula. O professor pode sugerir que a busca seja feita através de órgãos oficiais. No caso do estudo da população prisional do Brasil, podem ser utilizados os dados do Banco Nacional de Monitoramento de Prisões (BNMP), Levantamento Nacional de Informações Penitenciárias (Infopen), do Departamento Penitenciário Nacional (Depen) e da Secretaria Nacional de Políticas Penais (Senappen). Este último, faz um censo das unidades prisionais semestralmente¹, essa coleta de informações é conduzida pelos responsáveis de cada unidade prisional. Porém, não encontramos em um mesmo site o número total de presos no Brasil de todos os anos considerados aqui. No próprio documento do BNMP de 2020 consta que, há “diferenças dos quantitativos expressos nos instrumentos, reforçando a fragilidade dos respectivos dados”².

Os dados coletados pelos alunos são levados para o próximo encontro e precisam,

1 <https://www.gov.br/senappen/pt-br/servicos/sisdepen/bases-de-dados>

2 <https://www.cnj.jus.br/wp-content/uploads/2019/08/bnmp.pdf> (Página 17)

portanto, serem debatidos com o professor. Os alunos podem ser separados em grupos, para que haja divisão de trabalhos quanto às várias questões que apareceram na primeira etapa.

Na aula seguinte, os alunos já separados em grupos trarão os dados coletados e compararão com os dados coletados por colegas de grupo. Essa prática tem, pelo menos, dois ingredientes: i) Validar ou rejeitar os dados e como os dados foram obtidos e ii) Simplificar o problema, ou seja, verificar quais são as hipóteses necessárias e quais as teses serão levantadas a partir dessas hipóteses.

Como exemplo de análise de coleta de dados, ao pesquisar a população prisional de 2019, mesmo buscando em sites oficiais, é possível encontrar informações distintas, a depender de algumas características. As coletas oficiais, geralmente, são feitas duas vezes ao ano, gerando dois dados possíveis de serem considerados pelos alunos. Além disso, pode-se considerar a totalidade de regimes prisionais em alguns casos já em outros, pode-se, por exemplo, ser excluído o número de pessoas que cumprem penas domiciliares. Uma outra questão são as unidades prisionais e outras prisões como polícia judiciária, batalhões de polícia e bombeiros militares que podem ser considerados ou não. Mostramos como exemplo, nas Figuras 2, 3 e 4, três quantitativos distintos de presos referentes a 2019, todos coletados em fontes oficiais.

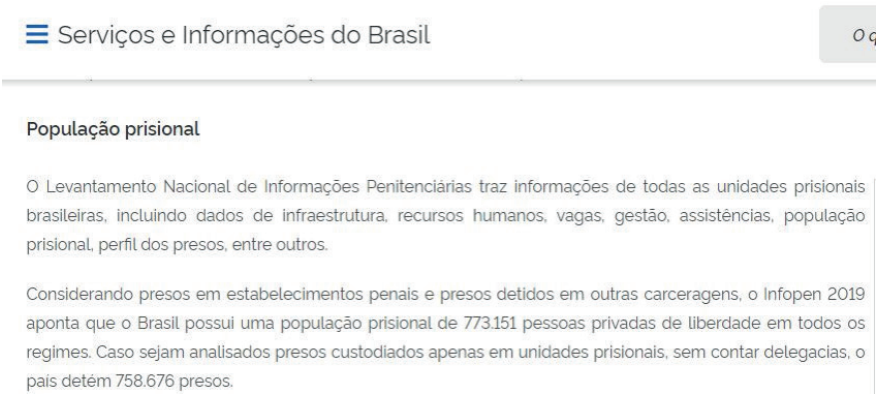


Figura 2: Número de presos em 2019 segundo Conselho Nacional de Justiça

Fonte: <https://www.gov.br/pt-br/noticias/justica-e-seguranca/2020/02/dados-sobre-populacao-carceraria-do-brasil-sao-atualizados>



Figura 3: Número de presos em Unidades Prisionais e outras Prisões em 2019

Fonte: <https://www.gov.br/senappen/pt-br/servicos/sisdepen/paineis-anteriores>



Figura 4: Número de presos em Unidades Prisionais em 2019

Fonte: <https://www.gov.br/senappen/pt-br/servicos/sisdepen/paineis-anteriores>

O processo de levantamento e validação de dados é crucial para o possível cenário proposto neste trabalho. Dado que toda a investigação é pensada com o objetivo de desenvolver a materacia (SKOVSMOSE, 2000), saber buscar fontes confiáveis de conhecimento é fundamental para interpretação e ação de uma situação estruturada pela matemática.

(iii) Representações de Dados

Após o processo de validação é necessária uma classificação entre dados qualitativos e quantitativos. Não há hierarquia entre os tipos, pois enquanto os primeiros refletem explicações e compreensões, tais como as relações e condições sociais no presídio e relatos de experiência - sejam eles nominais ou ordinais -, o segundo imprime características mensuráveis por meio dos números. Em seguida, se for relevante para o cenário em questão, é necessário indagar sobre como armazenar e representar os dados da melhor maneira, caso haja.

Sobre os dados quantitativos, para os diversos tipos de problema teremos um conjunto de dados diferentes que permitem tratamentos diferentes. Nesse caso, a questão norteadora é: qual é a forma apropriada, caso ela exista, de representar os dados coletados de forma a alcançar os objetivos da situação-problema? Mais uma vez, a articulação entre a Modelagem Matemática para o ensino e os cenários para investigação aparecem de modo tácito aqui: dependendo da forma como escolhemos representar determinados dados teremos diferentes formas de interpretar o fenômeno estudado e o método da tentativa e erro permitirá aqui uma maior intuição sobre escolhas futuras. A BNCC ratifica essa visão no trecho:

"[...] é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio" (BRASIL, p. 519).

Para exemplificar, segue o caso: quando estamos estudando as idades da população prisional brasileira, os alunos perceberão que é conveniente representar as quantidades relativas (percentuais) no lugar das quantidades absolutas, pois assim poderemos interpretar os dados com melhor acurácia.

Ao observarmos os dados sobre as idades da população prisional de dezembro de 2020 dispostos na Tabela 1, temos uma forma de percepção. No entanto, esses mesmos dados também podem ser representados por meio de diferentes gráficos, que são representações que, por sua praticidade, facilitam a análise e interpretação dos dados; permitem visualizar, de forma simples, como o todo se divide em partes, ou as proporções em que os dados se dividiram. Para a educação básica, os principais tipos de gráficos são: os de colunas, barras ou setores (pizza). Para os dados da idade da população prisional, apresentamos abaixo essas três outras formas de representação: na Figura 5 utiliza-se um gráfico de colunas, na Figura 6 um gráfico de barras, e na Figura 7 é usado um gráfico de pizza.

Idade	Quantidade de presos
18 a 24 anos	174.198
25 a 29 anos	160.834
30 a 34 anos	129.529
35 a 45 anos	147.019
46 a 60 anos	53.696
Mais de 60 anos	10.273
Sem informação	72.400

Tabela 1: Idade da população prisional em dezembro de 2020

Fonte: Infopen

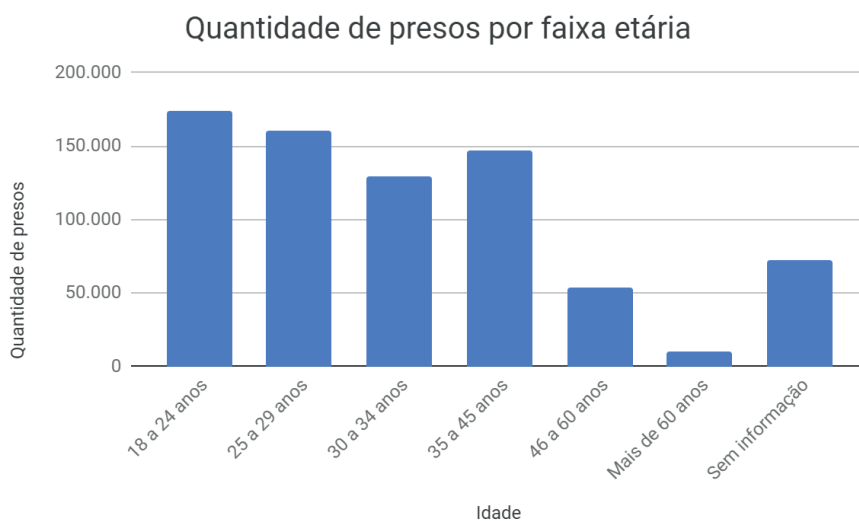


Figura 5: Idade da População Prisional Brasileira (Gráfico em Colunas)

Fonte: Acervo dos Autores

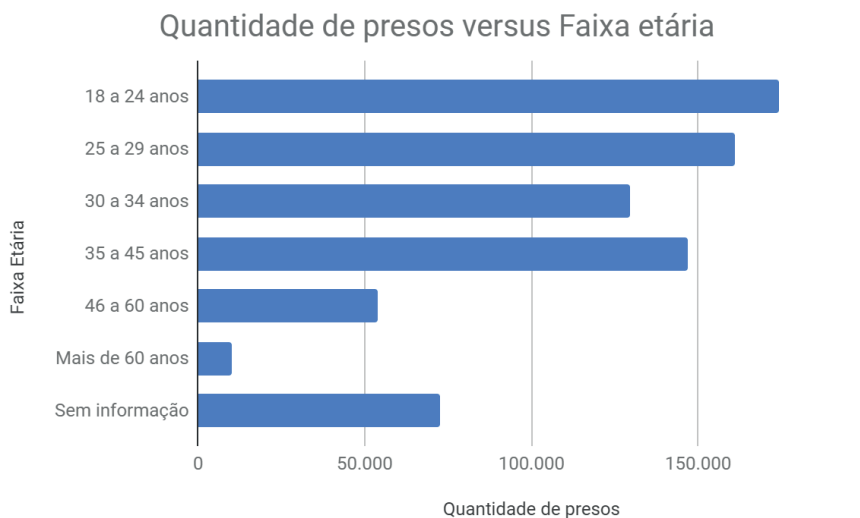


Figura 6: Idade da População Prisional Brasileira (Gráfico em Barras)

Fonte: Acervo dos Autores

Idade da população prisional do Brasil de 2020

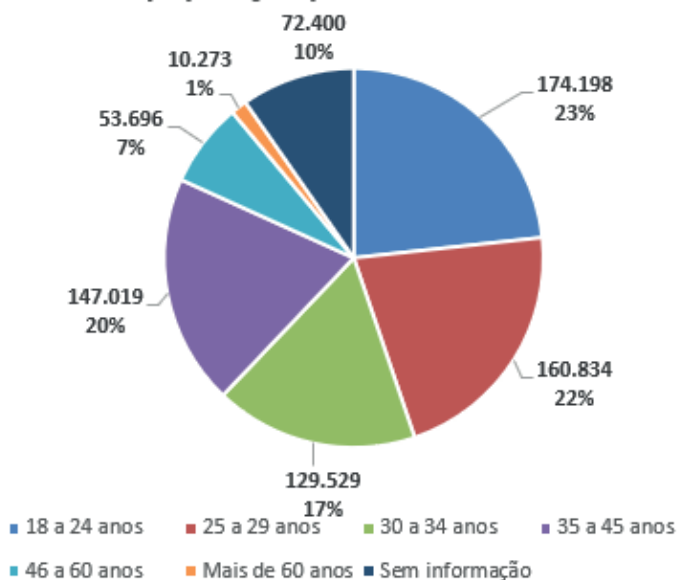


Figura 7: Idade da População Prisional Brasileira em 2020

Fonte: Acervo dos autores.

Em relação à Figura 7, destaquemos algumas características da construção desse tipo de representação: em gráficos de pizza, os dados são representados em um círculo dividido proporcionalmente de acordo com os dados da informação a ser representada. Essa proporção se relaciona com o ângulo do setor: 174.198 está para 748.009 (total da população prisional), assim como o ângulo $83,83^\circ$ está para 360° ; desta forma, o uso de um gráfico deste tipo faz com que sejam retomados outros conceitos matemáticos para a sua composição. Recomendamos que os alunos possam experimentar a construção de, pelo menos, um gráfico de pizza com compasso e transferidor e os demais sejam feitos utilizando ferramentas digitais como LibreOffice³, já caminhando para uma apropriação dos aportes tecnológicos. Outras vantagens do gráfico de pizza são a eficiência visual e a condensação de informações.

Contudo, caso o interesse seja refletir sobre as quantidades absolutas, a representação poderia ser feita a partir de um gráfico de frequência em colunas (na qual a representação dos dados é feita na posição vertical) ou em barras (na qual a representação é feita em posição horizontal). Os gráficos de colunas ou de barras são ferramentas visuais que utilizam barras de diferentes alturas ou comprimentos para representar conjuntos de dados e fazer comparações entre eles; geralmente são usados para comparar medidas (como frequência, quantidade etc.) para categorias distintas de dados. Além disso, são usados quando os dados em questão são discretos (dados enumeráveis que podemos contar um a um, como, por exemplo, o número de televisões em uma casa ou o número de livros lidos durante o ano).

De modo geral, são construídos com dois eixos: um eixo mostra as categorias que estão sendo comparadas e o outro eixo apresenta o valor medido, como porcentagens ou números, por meio de barras de diferentes comprimentos. Dentre as vantagens deste tipo de representação estão a simplicidade de criação e seu fácil entendimento. Podemos notar que, em contraste com o gráfico de pizza, a construção desse tipo de gráfico (tanto de coluna como de barras) é mais simples, pois não é necessário que o estudante utilize recursos manuais ou tecnológicos para sua construção.

Nesta etapa do processo, o mais importante é que os alunos percebam que a escolha da forma de representação dos dados não deve ser feita de forma arbitrária; é fundamental que o estudante reflita sobre os dados em questão para daí tomar uma decisão sobre a representação mais adequada. Para tanto, é necessário a atuação ativa e reflexiva dos estudantes no processo de escolha e construção dos gráficos e tabelas. Dentro desse contexto, no processo do desenvolvimento da materia, objetivamos que os alunos percebam que há uma intenção por trás da construção dos gráficos e o professor tem um papel fundamental nesse processo. Nossa defesa é que os alunos sejam agentes críticos sobre todo o processo de recepção e assimilação das informações às quais são expostos diariamente.

³ Disponível em <https://pt-br.libreoffice.org/>

Após a definição e construção da representação dos dados, os gráficos ou tabelas obtidos podem ser usados para levantar discussões sobre o tema em questão. Por exemplo, os alunos podem observar e comparar dados da população brasileira para notar se a população prisional é apenas um recorte da população brasileira ou se há informações com dados conflitantes. Ou ainda, a partir das representações quantitativas, pode-se sugerir que se investigue se há correlação entre as variáveis “nível de escolaridade” e quantidade de presos. A mesma investigação pode ser realizada modificando-se a variável “nível de escolaridade” para outras, como “idade” ou “renda”.

Essas comparações podem gerar discussões interessantes em sala de aula, respaldadas pela Matemática, contribuindo assim para a formação humana, reflexiva e responsável, sempre levando em consideração a necessidade de validação das informações.

Na próxima etapa iniciaremos o estudo para a obtenção de um modelo temporal da população prisional, apresentando os elementos suficientes para a realização da modelagem com o método dos mínimos quadrados (MMQ).

(iv) O método dos mínimos quadrados

O método dos mínimos quadrados, apesar de fora do escopo curricular tradicionalmente creditado ao Ensino Básico, permite, a partir de alguns dados tabelados, a construção de um modelo algébrico em funções conhecidas desde o início do Ensino Médio, como as funções afim e as funções exponenciais. O método de mínimos quadrados que utilizaremos é conhecido como método de regressão linear. No contexto da Educação Matemática, a utilização de métodos de regressão linear é recente: o livro *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*, de 2002 de Bassanezi dedica uma seção ao estudo da técnica. Até outubro de 2023, foram produzidas 14 dissertações no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) cujo título contenha o termo “Mínimos Quadrados”, 7 dissertações cujo título contenha o termo “Regressão Linear” e outras 2 dissertações cujo título contenha o termo “Ajuste Linear”. A utilização do método de regressão linear permite que se lide com diversos temas pertinentes ao conteúdo trabalhado no Ensino Médio, como matrizes, funções polinomiais, logarítmicas e exponenciais. Além disso, ele é uma potencial solução para diversas situações problema e pode ser aplicado em diferentes áreas do conhecimento, proporcionando assim o trabalho interdisciplinar. No caso deste trabalho em específico, faremos uso da técnica para prever o crescimento da população prisional brasileira.

O MMQ é uma técnica de otimização matemática que busca encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados visando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados considerados.

Considere inicialmente um conjunto de pontos conhecidos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Nós desejamos encontrar uma reta $\hat{y} = ax + b$ que “melhor” se ajusta aos pontos dados. Se $\hat{y}_i - ax_i + b$ é o i -ésimo valor dado pela aproximação, para $1 \leq i \leq n$, então o problema consiste em encontrar as constantes a e b que minimizam

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$$

Para que o mínimo dessa função exista, é necessário que as derivadas parciais com relação a a e b sejam nulas. Assim, apesar da demonstração das fórmulas envolvidas no método residirem fora do escopo escolar, o ganho potencial nas discussões e o ganho de autonomia quanto à pesquisa, fazem desse método uma ferramenta muito útil para o ensino básico. Neste caso, o ganho de autonomia não se refere necessariamente à competência em Matemática, mas há um ganho quanto ao sentido instrumental ou utilitário da disciplina.

Podemos encontrar os coeficientes da reta procurada pelo uso das fórmulas (para mais detalhes veja Bassanezi, 2002):

$$(1) \quad a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}.$$

$$(2) \quad b = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}.$$

Com essas fórmulas já é possível determinar as aproximações de funções afim.

Na literatura encontramos também que uma forma de avaliar a qualidade do ajuste do modelo é através do coeficiente de determinação, representado por r^2 . Este coeficiente indica quanto o modelo foi capaz de explicar os dados coletados, é uma medida da proporção da variação total que é explicada pelo Método de Regressão Linear. O coeficiente de determinação é dado pela expressão:

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \underline{y})^2}{n \sum_{i=1}^n (y_i - \underline{y})^2},$$

onde $\underline{y}$ indica a média dos valores $y_1, \dots, y_n$.

Além de poder ser utilizado como medida da qualidade do ajustamento, este coeficiente também pode ser visto como medida da confiança na equação de regressão como instrumento de previsão. Temos que $0 \leq r^2 \leq 1$, e se:

- $r^2 \approx 0$, então o modelo linear é muito pouco adequado;
- $r^2 \approx 1$, então o modelo linear é bastante adequado.

O número de presidiários no Brasil, segundo a Infopen, tem crescido de maneira expressiva, como mostra a Tabela 2.

Ano	Nº aproximado de presos
2011	514.600
2013	581.500
2015	698.600
2017	726.300
2019	773.100

Tabela 2: Número de presos do Brasil

Fonte: Levantamento Nacional de Informações Penitenciárias (Infopen)/Ministério da Justiça (2011 a 2017) - <https://www.gov.br/senappen/pt-br/servicos/sisdepen/relatorios>

(2019) - <https://www.gov.br/pt-br/noticias/justica-e-seguranca/2020/02/dados-sobre-populacao-carceraria-do-brasil-sao-atualizados>

Os valores dispostos em gráfico, são dados na Figura 8 a seguir.

Nosso objetivo agora é encontrar a reta que melhor se ajusta aos dados tabelados. Isso é, queremos determinar a equação da reta $\hat{y} = ax + b$ que mais se aproxima dos pontos y_i da Tabela 2. Utilizando as fórmulas (1) e (2) e fazendo uso de uma planilha eletrônica⁴, associando os anos de 2011, 2013, 2015... a 1, 2, 3, ..., encontramos $a = 66.180$ e $b = 460.280$. Logo, a equação da reta procurada é dada por:

$$\hat{y} = 66.180x + 460.280$$

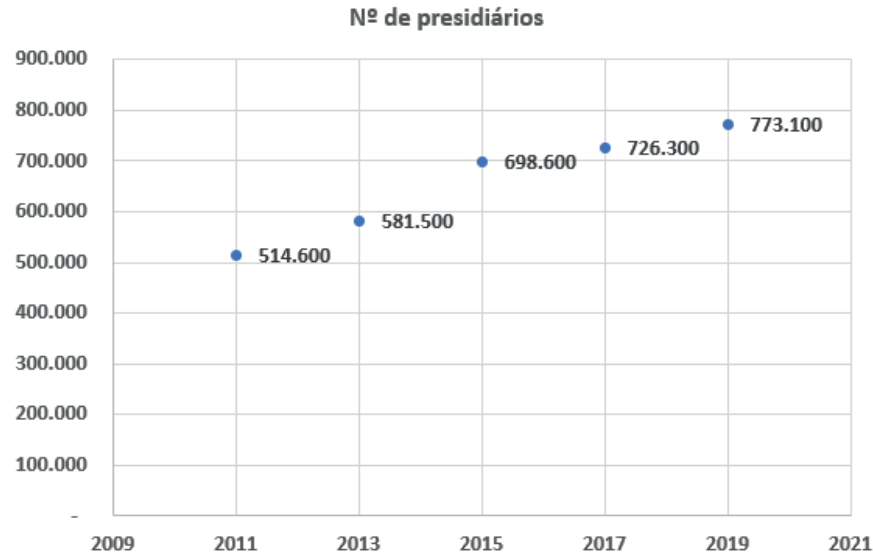


Figura 8: Disposição gráfica da População Prisional Brasileira ao Longo do Anos.

Fonte: Produzida pelos autores

⁴ Tutorial disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Lgn8j8OAJis>

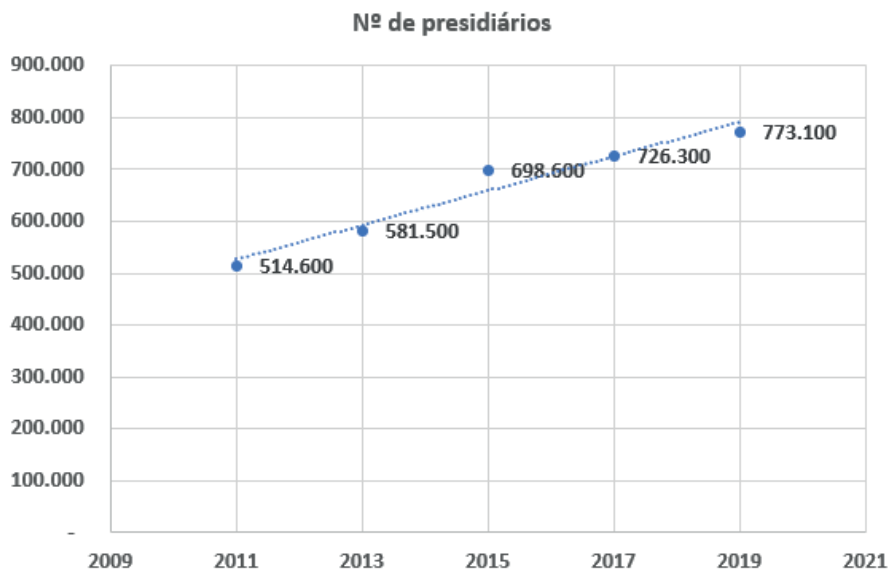


Figura 9: Retra obtida pelo Método dos Mínimos Quadrados.

Fonte: Produzida pelos autores

Uma questão que pode aparecer naturalmente é se o tipo de função mais adequada não seria exponencial, pois tais funções são responsáveis por modelar grandezas que crescem rapidamente em relação a outras.

Vamos ver agora que é possível adaptar o método para procurar a função exponencial $\hat{y} = Be^{Ax}$ que melhor se ajusta aos pontos tabelados utilizando o método dos mínimos quadrados. Queremos minimizar a função:

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^5 (y_i - Be^{Ax})^2$$

Aplicando o logaritmo na igualdade $\hat{y} = Be^{Ax}$, obtemos:

$$\ln(\hat{y}) = \ln(B) + Ax \rightarrow z = ax + b,$$

com $z = \ln(\hat{y})$, $a = A$ e $b = \ln(B)$.

Novamente, utilizando os mesmos dados da Tabela 2 e realizando os cálculos através de uma planilha eletrônica, encontramos $B = 477.409$ e $A = 0,1096$. Logo, a equação da função exponencial procurada é dada por:

$$y = 477.409 e^{0,1096x}$$

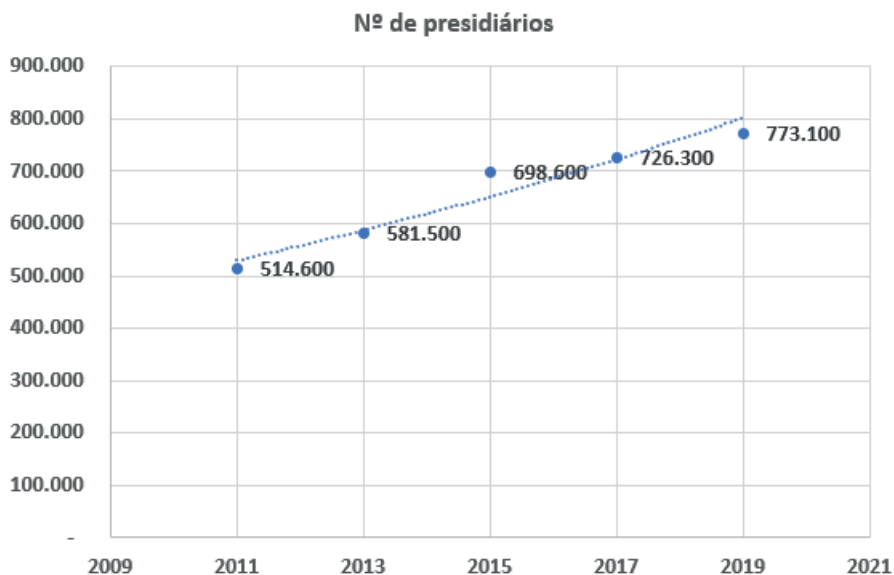


Figura 10: Crescimento da População Prisional Brasileira - Versão Exponencial

Fonte: Acervo dos autores.

No estudo feito aqui, temos que o caso linear tem coeficiente $r^2 = 0,9526$ e no caso exponencial, o coeficiente é $r^2 = 0,9377$. De onde concluímos que a função linear parece ser uma melhor aproximação dos dados considerados.

O próximo e último passo é validar o modelo e, além disso, utilizá-lo como base para uma discussão que transcende a própria disciplina da Matemática. Vejamos, por exemplo, os ajustes linear e exponencial para os dados do intervalo temporal, ou seja, podemos verificar como ficaram os ajustes nos anos ímpares de 2011 a 2019.

Ano	Dados Observados	Ajuste Linear	Erro Relativo (Linear)	Ajuste Exponencial	Erro Relativo (Exponencial)
2011	514.600	526.460	2,3%	532.708	3,5%
2013	581.500	592.640	1,9%	594.412	2,2%
2015	698.600	658.820	5,6%	663.264	5,0%
2017	726.300	725.000	0,1%	740.091	1,8%
2019	773.100	791.180	2,3%	825.817	6,8%

Tabela 3: Dados observados versus ajustes da População Prisional

Fonte: Produzido pelos autores.

Considerando que os ajustes realizados se deram no intervalo de 2011 a 2019, e que, agora, possuímos alguns dados mais atuais, podemos investigar se as projeções obtidas a partir do modelo foram acuradas. Na Tabela 4 são apresentadas as projeções dos casos exponencial e linear, além dos dados reais para os anos de 2020, 2021 e 2022.

Ano	Caso Exponencial	Caso Linear	Dados
2020	872.335	824.270	811.707
2021	921.473	897.068	834.845
2022	984.106	907.880	832.950

Tabela 4: Projeções versus dados da População Prisional

Fonte: Produzido pelos autores.

Na Tabela 4, podemos observar que o ajuste dos dados no caso linear é mais próximo dos dados reais do que os valores projetados pela função exponencial. A diferença entre as projeções e os dados reais aumenta com o passar dos anos, ressaltando a necessidade de atualizar o modelo continuamente. Na etapa (v) a seguir, serão sugeridos questionamentos para investigar com mais profundidade tais situações.

Com as funções encontradas no presente artigo, podemos fazer novas projeções das populações prisionais para os próximos anos. Na Tabela 5 a seguir, são apresentadas algumas delas.

Ano	Presos (exponencial)	Presos (linear)
2028	1.352.315	1.088.840
2033	1.778.585	1.254.240
2038	2.610.178	1.485.800
2043	3.076.579	1.585.040

Tabela 5: Projeções para a População Prisional

Fonte: Produzida pelos autores.

Como podemos ver, o crescimento exponencial, a longo prazo, se distancia bastante do crescimento linear. Isso quer dizer que se o crescimento da população prisional brasileira for geométrico, o número de presidiários aumentará consideravelmente no futuro. No entanto, quanto mais distante for a previsão, provavelmente, menos preciso será o resultado, confirmando que o método precisa ser continuamente atualizado.

(v) Algumas reflexões propositivas

Após a realização das etapas anteriores, diversas questões podem ser levantadas sobre o tema trabalhado. O momento de reflexões é parte fundamental do cenário, de modo

a questionar o poder formatador da Matemática, além de ser socialmente responsável, convidando os alunos a levantarem perguntas e refletirem sobre as possíveis soluções para os problemas em questão.

Assim, o professor pode sugerir alguns questionamentos para serem discutidos com os alunos, como por exemplo:

- a. Por que há tanta divergência entre o caso exponencial e o caso linear com o passar dos anos? Em 2043, por exemplo, há uma diferença prevista de cerca de 1,5 milhões de presos.
- b. Será que haverá algum momento em que toda a população brasileira estará presa, de acordo com essas projeções? Como achar esse momento? Isso faz sentido no mundo real?
- c. Será que existem políticas socioeconômicas que poderiam conter o aumento da população prisional? Ao longo de toda a atividade, foi possível identificar fatores que contribuem para o aumento da população prisional?
- d. Quais foram as vantagens/limitações/desafios encontrados ao trabalhar uma questão social a partir da Matemática?

As reflexões propositivas são parte fundamental do cenário. É nela que ocorre a autoavaliação dos sujeitos envolvidos. É refletindo e ensinando a refletir que atuamos como educadores. Com a reserva de um momento para a reflexão sobre o trabalho executado, esperamos que o aluno perceba as vantagens, desafios e limitações do cenário e das estratégias e matemáticas utilizadas para resolução. Nesse sentido, acreditamos que há um ganho multifacetado na formação: a formação cidadã, incutida na reflexão de problemas sociais importantes, a instrumentalidade matemática como ferramenta para resolução de problemas, a reflexão quanto ao uso da própria matemática, como uma forma de compreender a realidade, entre outros. Uma atividade como essa não se restringe aos ganhos de conteúdos técnicos de matemática, uma vez que a própria matemática é o meio pelo qual a discussão se torna interpretável.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho são apresentados encaminhamentos para um possível cenário para investigação mediados pela abordagem pedagógica da Modelagem Matemática, sob as perspectivas teóricas da Educação Matemática Crítica e sob a égide da BNCC.

Como objeto de estudo, o possível cenário contemplou a questão do crescimento da população prisional brasileira, apontando questionamentos e investigando como a Matemática pode contribuir para a compreensão dessa situação. Na organização da atividade são sugeridas as etapas que servem de suporte ao trabalho docente, às quais podem ser adaptadas pelo professor de acordo com sua realidade, não sendo, portanto,

uma estrutura rígida a ser seguida. Nesta proposta, em contraste com o paradigma do exercício, os estudantes são convidados a levantarem suas próprias questões e reflexões, buscando estimular a adoção de uma postura mais ativa e engajada nos discentes.

Pela natureza do cenário proposto, diversos conteúdos matemáticos podem ser revisitados ou introduzidos durante a discussão: diferentes formas de representação de dados, diferentes tipos de gráficos, geometria plana, regra de três, porcentagens, estudo das funções afim e exponencial etc. Além disso, para a etapa de obtenção de um modelo matemático para os dados, é sugerido o uso do método dos mínimos quadrados, sendo apresentados os fundamentos teóricos dessa importante ferramenta.

Ao considerar o potencial transformador de uma proposta que utiliza a Modelagem Matemática, aliada a uma perspectiva crítica de ensino, nossa proposta visa uma abordagem que transcende a mera aplicação de modelos matemáticos para alcançar uma compreensão da realidade. Acreditamos que, ao explorar/investigar temas e contextos significativos para os alunos e encorajá-los a se envolverem ativamente com a construção do conhecimento, podemos promover uma educação matemática que não apenas desenvolve habilidades técnicas, mas também busca contribuir para a formação de cidadãos conscientes e atuantes em uma sociedade em constante evolução.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R.C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*, Editora Contexto, São Paulo, 2002.

BARBOSA, J. C. *Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico*. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais[...]. Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?* **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. 850 Paulo—SP: Contexto. 2005.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, O. Educação matemática crítica: a questão da democracia. Campinas: **Papirus**, 2001. cap. 5. p.127-148.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BURAK, D. *Modelagem matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula*. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. Vol. 1, n. 1, p. 10-27 2010.

CANEDO, Neil da Rocha; KISTEMANN, Marco Aurélio. *Modelagem na Educação Básica: uma possibilidade para a sala de aula de matemática*. Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática. UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA, 2014.

CARDOSO, Virgínia Cardia. SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus, 2001, Coleção Perspectivas em Educação Matemática, SBEM, 160 p. **Revista Brasileira de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA)**, v. 2, n. 1, p. 60-64, 2017.

CONSTANTINO, Patricia; ASSIS, Simone Gonçalves de; PINTO, Liana Wernersbach. *O impacto da prisão na saúde mental dos presos do estado do Rio de Janeiro, Brasil*. **Ciência & Saúde Coletiva**, v. 21, p. 2089-2100, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.org/article/csc/2016.v21n7/2089-2100/pt/> Acesso em out. 2023

DE OLIVEIRA COSTA, Muryllo et al. *Condições de saúde da população LGBTQIAPN+ no sistema prisional: revisão integrativa de literatura*. **Odeere**, v. 8, n. 2, p. 165-177, 2023. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/odeere/article/view/12350> Acesso em out. 2023

DIAS, Marcelo de Oliveira e PINTO, Gisela Maria da Fonseca. Proposta de um Caminho para Possíveis Abordagens das Fake News na Perspectiva da BNCC. **Cenas Educacionais**. Caetité - Bahia, v.5, n.e16720, p1-22. 2023.

MACHADO, Leandro da Silva; MUSMANNO, Leonardo Maricato; ALMEIDA, Moisés Ceni; SOUSA, Sérgio Gonçalves. *Relato de Experiência: Probabilidade no Ensino Médio*. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v.25, n. 66, p. 239 – 250, 2020.

MALTEMPI, Marcus Vinicius, JAVARONI, Sueli Liberatti e BORBA, Marcelo de Carvalho. “Calculadoras, Computadores e Internet em Educação Matemática: dezoito anos de pesquisa.” **Bolema-Boletim de Educação Matemática** 25.41, p. 43-72, 2011..

NEGRELLI, Ariely; JACOB, Alexandre. *TRATAMENTO PRISIONAL PARA DETENTOS COM PSICOPATOLOGIA*. **Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro**, v. 10, n. 1, 2023. Disponível em: <https://revista.unipacto.com.br/index.php/multidisciplinar/article/view/1566> Acesso em out. 2023

PESSÔA, Esther Bahr; JÚNIOR, Valdir Damázio. *Contribuições da Educação Matemática Crítica para o processo de maturação nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um olhar através dos Parâmetros Curriculares Nacionais*. **Revista BOEM**, v. 1, n. 1, p. 76-98, 2013.

SKOVSMOSE, O. *Cenários para investigação*. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas - SP: Papirus, 2013.

VICENTINI, Dayanne; VERÁSTEGUI, Rosa de Lourdes Aguilar. *A pedagogia crítica no Brasil: a perspectiva de Paulo Freire*. **Semana da educação**, v. 16, 2015.

TERES, Silvana Leonora Lehmkuhl. *Em direção à educação matemática crítica: a análise de uma experiência de modelagem pautada na investigação e no uso da tecnologia*. Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade do Vale do Itajaí, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Itajaí, SC, 2014.

ENSINO TRANSFORMADOR: UTILIZANDO DOBRADURA NO ESBOÇO DE CÔNICAS PARA O ENSINO MÉDIO

Data de submissão: 09/11/2023

Data de aceite: 01/12/2023

Vinicius Augusto Takahashi Arakawa

Professor Titular do Departamento de
Ciências Exatas - UESC
Ilhéus - BA
<http://lattes.cnpq.br/4687565162239428>

Flávio de Oliveira Ribeiro

Professor da Faculdade Pitágoras,
Unidade Teixeira de Freitas - BA.
Teixeira de Freitas - BA.
<http://lattes.cnpq.br/8115882247663135>

RESUMO: Este estudo apresenta uma abordagem inovadora para o ensino das curvas elípticas, parabólicas e hiperbólicas no Ensino Médio, utilizando uma atividade prática de dobras em papel. Destaca-se a importância das propriedades matemáticas dessas curvas, como estudadas na Teoria de Bilhares, um ramo da Matemática que aplica tais propriedades reflexivas dessas curvas para produzir ciência de alto nível matemático. Este trabalho visa justificar a eficácia do processo de dobras em papel e oferece um tutorial para capacitar professores do Ensino Médio a incorporarem essa ferramenta adicional em suas aulas. A proposta busca proporcionar uma abordagem didática diferenciada,

visando aprimorar o processo de ensino-aprendizagem, especialmente em um tópico desafiador como a Geometria Analítica, no qual os alunos frequentemente enfrentam desinteresse e dificuldades.

PALAVRAS-CHAVE: Cônicas, Ensino Médio, Dobradura, Matemática.

TRANSFORMATIVE TEACHING: USING PAPER FOLDING TO SKETCH CONICS FOR HIGH SCHOOL

ABSTRACT: This study presents an innovative approach to teaching elliptical, parabolic, and hyperbolic curves in high school, using practical paper-folding activities. We explore the mathematical properties of these curves, emphasizing the Theory of Billiards, a branch of Mathematics that applies the reflective properties of these curves to generate high-level mathematical science. The purpose of this work is to justify the effectiveness of the paper-folding process and provide a tutorial to empower high school teachers to integrate this additional tool into their classes. The proposal aims to offer a differentiated teaching approach, with the goal of enhancing the teaching and learning process, especially in a challenging topic

like Analytical Geometry, where students often encounter disinterest and difficulties.

KEYWORDS: Conics, High School, Folding Paper, Mathematics.

INTRODUÇÃO

A Matemática tem sido há muito tempo considerada uma disciplina que exige não apenas acuidade mental, mas também uma compreensão profunda de conceitos abstratos. As aulas de matemática do ensino médio frequentemente apresentam desafios para os estudantes, pois lidam com equações complexas, teoremas e raciocínio matemático. Uma ferramenta poderosa que os educadores podem utilizar para aprimorar a experiência de aprendizado é o uso de atividades manipulativas, objetos tangíveis que os alunos podem manusear e manipular para visualizar e compreender conceitos matemáticos. Neste trabalho, exploraremos os benefícios da incorporação de atividades manipulativas nas aulas de matemática do ensino médio e como eles podem revolucionar a forma como os estudantes se envolvem com a disciplina. Na busca pela compreensão concreta de conceitos abstratos, uma das principais vantagens dos materiais manipuláveis é a sua capacidade de preencher a lacuna entre ideias matemáticas abstratas e representações concretas e tangíveis. Por exemplo, usar blocos físicos para ilustrar formas geométricas ou azulejos algébricos para representar variáveis e equações pode tornar conceitos abstratos mais tangíveis e acessíveis para os alunos. Essa abordagem prática fornece uma base concreta para a compreensão, ajudando os alunos a entender ideias complexas com maior facilidade.

O ensino tradicional de matemática frequentemente depende de palestras e aprendizado baseado em livros didáticos, o que pode levar à desmotivação entre os estudantes. A incorporação de atividades manipulativas nas aulas injeta um elemento de interatividade e diversão, tornando o processo de aprendizado mais envolvente. Quando os alunos participam ativamente de atividades que envolvem o manuseio e a manipulação de materiais, eles têm mais probabilidade de se manterem focados e desenvolverem uma atitude positiva em relação à matemática. Cada aluno aprende de maneira diferente, e uma abordagem única pode não ser eficaz em uma sala de aula diversificada. Acreditamos que essa abordagem atende a vários estilos de aprendizagem, oferecendo experiências visuais, táteis e cinestésicas. Alunos que têm dificuldade com o pensamento abstrato, por exemplo, podem achar essa a proposta deste trabalho particularmente útil para reforçar conceitos matemáticos, pois fornecem uma representação física que se alinha ao seu estilo de aprendizagem preferido.

Essa exploração prática promove um senso de descoberta, transformando os alunos passivos em participantes ativos em sua educação matemática. Ademais, acreditamos que a abordagem incentivará a colaboração entre os alunos, à medida que trabalham juntos para resolver problemas e explorar conceitos matemáticos. Por meio de atividades em

grupo que envolvem a manipulação de materiais, os alunos aprendem não apenas com o professor, mas também com seus colegas. Essa abordagem colaborativa promove habilidades de comunicação, pensamento crítico e um senso de comunidade na sala de aula.

Finalmente, acreditando em todo o referenciado anteriormente dessa abordagem transformadora, trazemos uma proposta de atividade com dobras de papel para o esboço de curvas cônicas (elipse, parábola e hipérbole) para que professores e professoras de matemática do Ensino Médio possam incorporar em seu processo de ensino-aprendizagem e, conseqüentemente, possam revolucionar a forma dos alunos aprenderem e se envolverem em sala de aula. Ao fornecer experiências tangíveis e práticas, os educadores podem tornar conceitos abstratos mais acessíveis, aumentar o engajamento dos alunos, atender a diferentes estilos de aprendizagem e promover uma compreensão conceitual mais profunda da matemática. À medida que continuamos a buscar métodos inovadores para melhorar a educação matemática, abraçar o poder das atividades manipulativas destaca-se como uma promissora via para criar um ambiente de aprendizado mais dinâmico e eficaz.

A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DAS CURVAS CÔNICAS NO ENSINO MÉDIO

O estudo das curvas cônicas desempenha um papel fundamental no currículo de matemática do ensino médio, oferecendo aos alunos uma oportunidade única de explorar e compreender as propriedades geométricas e algébricas de figuras fundamentais. As curvas cônicas, que incluem a circunferência, a elipse, a parábola e a hipérbole, não apenas enriquecem o conhecimento matemático dos estudantes, mas também têm aplicações práticas em diversas áreas, desde física até design de engenharia. As cônicas oferecem uma ponte entre a geometria e a álgebra, permitindo que os alunos visualizem e compreendam conceitos abstratos por meio de formas geométricas familiares. Ao explorar a relação entre as equações algébricas que descrevem as curvas cônicas e suas representações gráficas, os estudantes desenvolvem uma compreensão mais profunda da interconexão entre essas duas áreas fundamentais da matemática.

É importante destacar suas amplas aplicações em diversas disciplinas, incluindo física e engenharia. A elipse, por exemplo, é frequentemente utilizada na descrição das órbitas dos planetas, enquanto a parábola é fundamental para entender o movimento de projéteis. O estudo dessas curvas prepara os alunos para aplicar conceitos matemáticos em contextos do mundo real, estimulando o pensamento crítico e a resolução de problemas práticos.

A capacidade de modelar fenômenos do mundo real é uma habilidade valiosa, e o estudo das curvas cônicas oferece aos alunos a oportunidade de aprimorar suas habilidades de modelagem matemática. Ao aprender a representar situações complexas por meio das equações dessas curvas, os estudantes desenvolvem uma habilidade crucial

para analisar e resolver uma variedade de problemas, tanto na academia quanto em suas carreiras futuras.

O conhecimento sólido das curvas cônicas serve como uma base essencial para estudos avançados em matemática. Tópicos como cálculo, geometria analítica e álgebra linear frequentemente exigem uma compreensão profunda das propriedades das curvas cônicas. Portanto, ao introduzir esses conceitos no ensino médio, os educadores estão preparando os alunos para uma transição mais suave para cursos mais avançados e desafiadores. Ademais, não apenas fortalece as habilidades técnicas dos alunos, mas também estimula a criatividade e a exploração matemática. Ao trabalhar com essas formas versáteis, os estudantes são incentivados a fazer perguntas, experimentar e descobrir propriedades por conta própria. Esse aspecto da exploração matemática contribui para o desenvolvimento de uma mentalidade de resolução de problemas e para a apreciação da beleza intrínseca da matemática.

PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ESBOÇO DAS CÔNICAS EM SALA DE AULA

Título da Atividade: Explorando Curvas Cônicas com Dobras de Papel.

Objetivo: Este tutorial visa enriquecer o ensino das curvas cônicas, proporcionando uma experiência prática e visualmente estimulante para os alunos. Ao incorporar a técnica de dobras de papel, os professores têm a oportunidade de tornar a Geometria Analítica mais acessível e envolvente, contribuindo para um aprendizado mais significativo. As justificativas técnicas e matemáticas para a efetividade da atividade constam na Referência [5].

Materiais Necessários: Folhas de papel A4. Caneta esferográfica ou lápis. Compasso. Régua.

Momento 1: Introdução às Curvas Cônicas.

Comece a aula introduzindo as curvas cônicas, como a elipse, parábola e hipérbole. Discuta suas definições e características fundamentais, destacando sua presença em diversas áreas da matemática e ciência. Recomendamos [5], Capítulo 3, para nortear os conceitos a serem apresentados nesse Passo 1.

Momento 2: Preparação das Folhas de Papel e Início das Construções.

Distribua folhas de papel aos alunos. Dependendo do tempo de aula, acreditamos que é possível realizar a construção das três cônicas (Parábola, Elipse e Hipérbole). Então, serão necessárias três folhas para cada aluno para as construções.

Tutorial do Esboço da Parábola

1º Passo Parábola: Trace uma reta d com a régua e marque um ponto F fora da mesma, como mostra a Figura 1. Marque diversos pontos sobre a reta d , como mostra a Figura 2.

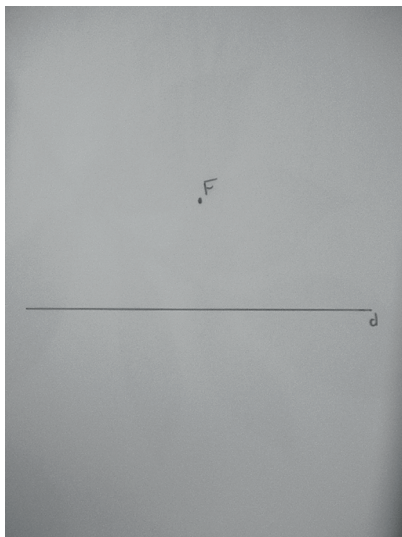


Figura 1: Diretriz d e foco F

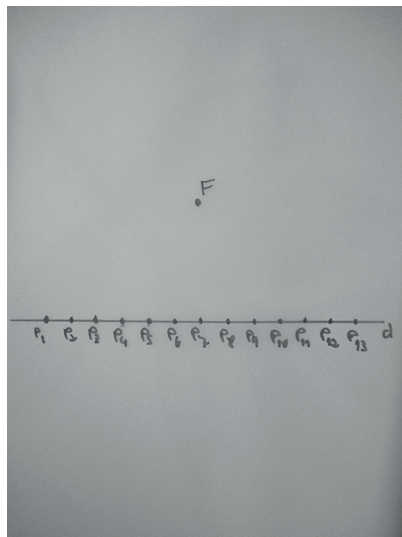


Figura 2: Pontos sobre a reta d

2º Passo Parábola: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto F coincida com o ponto P_1 , como mostra a Figura 3. Desdobre a folha, voltando-a para a posição inicial. Temos assim o primeiro vinco, como mostra a Figura 4.

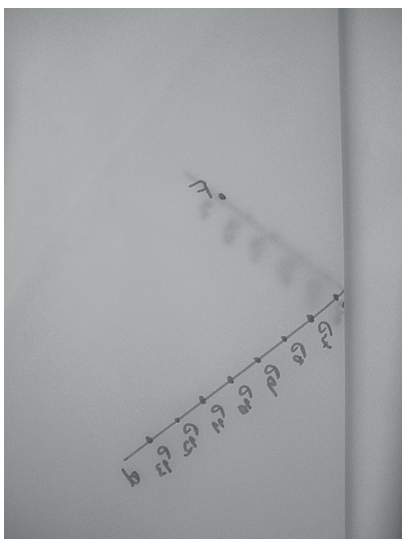


Figura 3: Primeira dobra

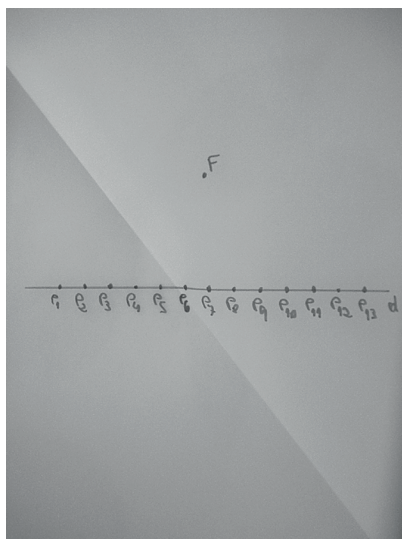


Figura 4: Primeiro vinco

3º Passo Parábola: Sobre o primeiro vinco, traçamos com lápis a reta m_1 , que é a mediatriz do segmento FP_1 , como mostra a Figura 5. Basta agora repetir os 2 passos

anteriores para cada um dos demais pontos demarcados na reta inicialmente e, assim, obteremos as mediatrizes dos segmentos ligando F aos pontos e , como consequência, a parábola de diretriz d e foco F , como mostra a Figura 6.

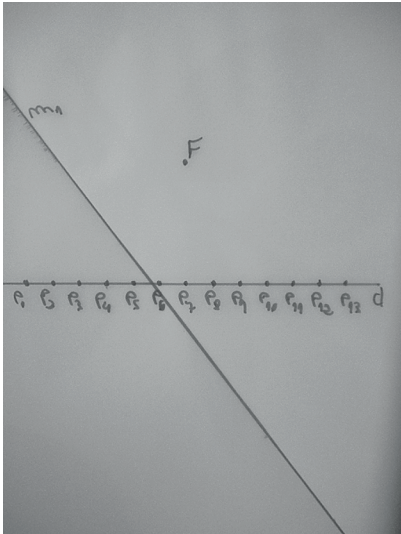


Figura 5: Mediatriz m_1 do segmento FP_1

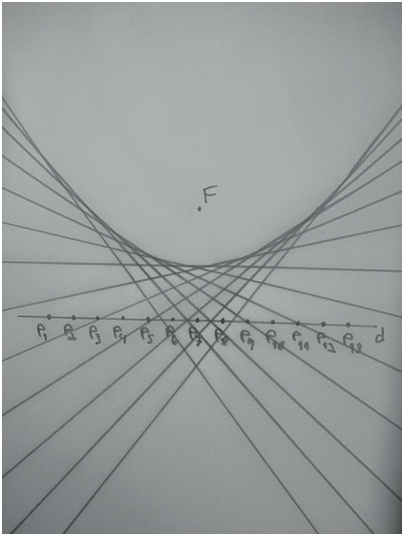


Figura 6: Parábola de diretriz d e foco F

Tutorial do Esboço da Elipse

1º Passo Elipse: Desenhe uma circunferência C de centro F_1 e marque um ponto F_2 interior à mesma, como mostra a Figura 7. Marque sobre a circunferência diversos pontos P_n , como mostra a Figura 8.

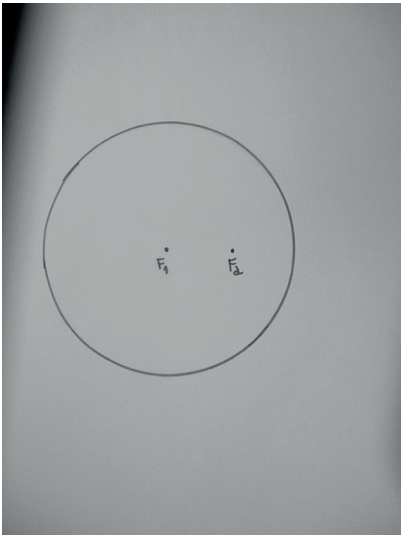


Figura 7: Circunferência C de centro F_1 e ponto F_2 interior

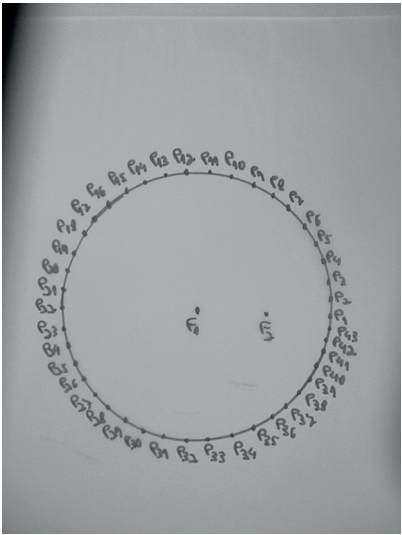


Figura 8: Pontos sobre a circunferência.

2º Passo Elipse: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto F_2 coincida com o ponto P_1 , como mostra a Figura 9. Desdobre a folha, voltando-a para a posição inicial. Temos assim o primeiro vinco, como mostra a Figura 10.

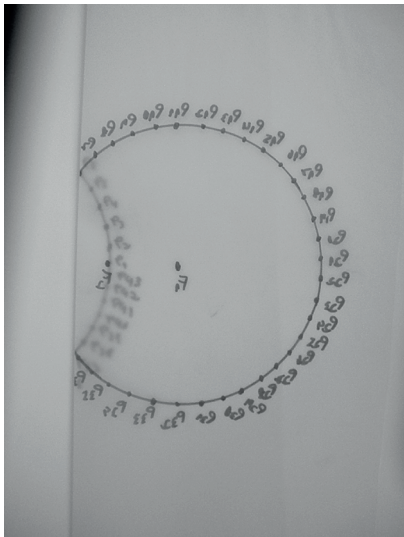


Figura 9: Primeira dobra

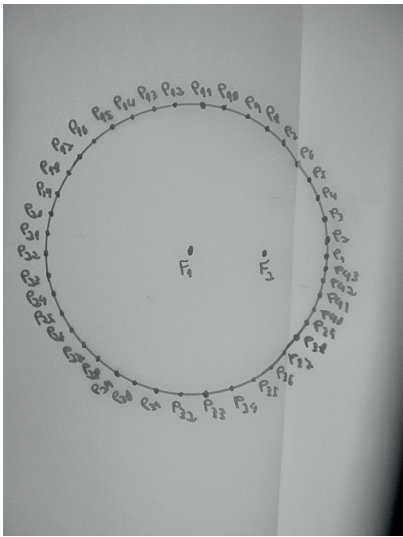


Figura 10: Primeiro vinco

3º Passo Elipse: Sobre o primeiro vinco, traçamos com lápis a reta m_1 que é a mediatriz do segmento F_2P_1 , como mostra a Figura 11. Repita os 2 passos para cada um dos demais pontos P_n , e, assim, obteremos as mediatrizes m_n dos segmentos F_2P_n e como consequência a elipse de focos F_1 e F_2 , como mostra a Figura 12.

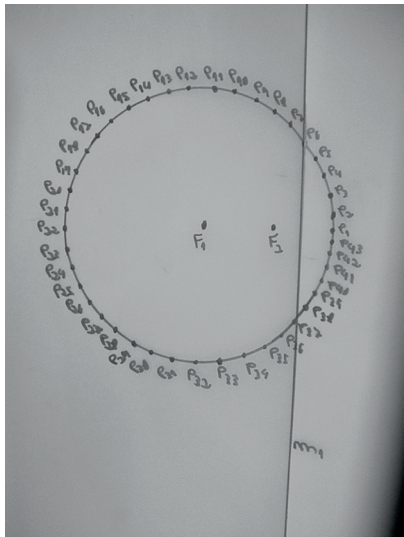


Figura 11: Mediatriz m_1 do segmento F_2P_1

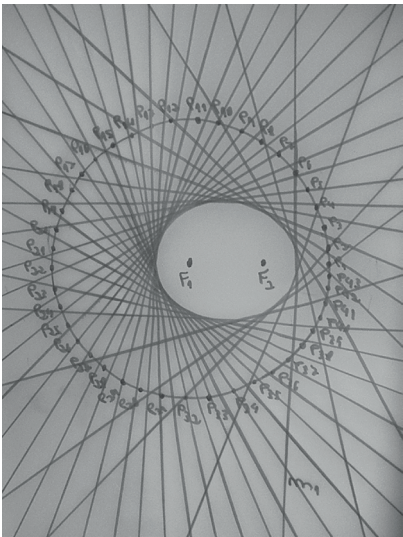


Figura 12: Elipse de focos F_1 e F_2 .

Tutorial do Esboço da Hipérbole

1º Passo Hipérbole: Desenhe uma circunferência C de centro F_1 e marque um ponto F_2 exterior à mesma, como mostra a Figura 13. Marque sobre a circunferência diversos pontos P_n , como mostra a Figura 14.

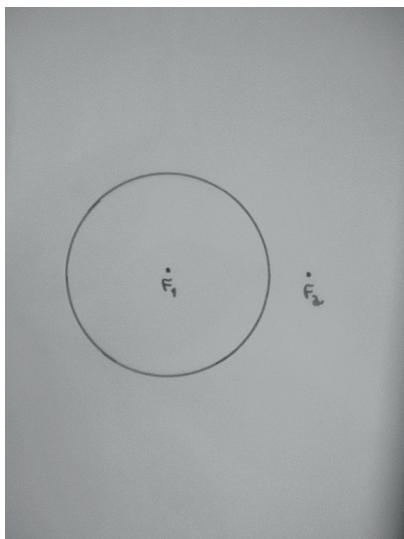


Figura 13: Circunferência de centro F_1 e F_2 exterior

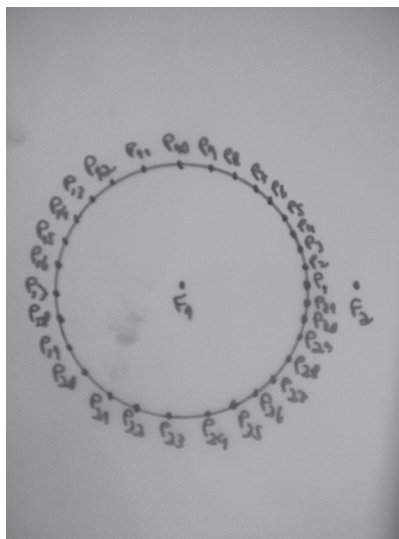


Figura 14: Pontos sobre a circunferência C

2º Passo Hipérbole: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto F_2 coincida com o ponto P_1 , como mostra a Figura 15. Desdobre a folha, voltando-a para a posição inicial. Temos assim o primeiro vinco, como mostra a Figura 16.

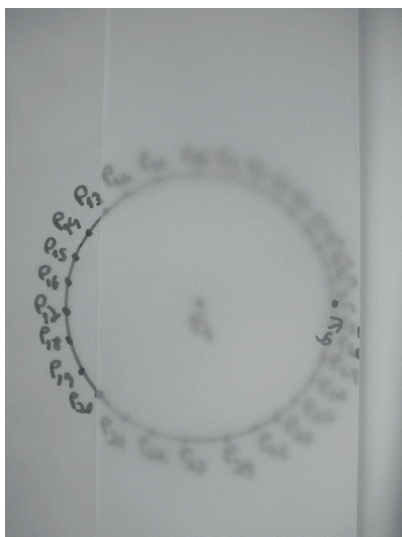


Figura 15: Primeira dobra

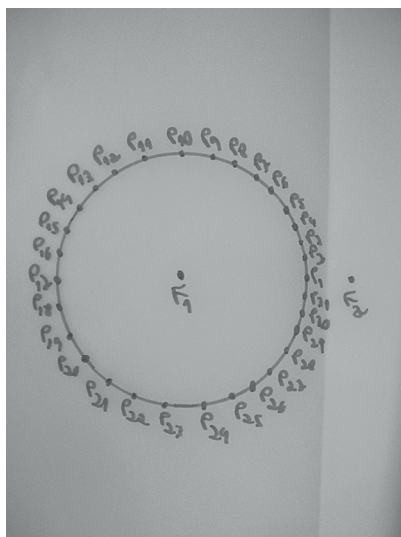


Figura 16: Primeiro vinco

TRÊS ANOS DE COVID-19 NA CIDADE DE PELOTAS/RS: UMA ANÁLISE DOS DADOS EPIDEMIOLÓGICOS

Data de submissão: 06/10/2023

Data de aceite: 01/12/2023

Daniela Buske

Universidade Federal de Pelotas,
PPGMMat, GDISPEN, Pelotas - RS
<http://lattes.cnpq.br/3894096111082082>

Régis Sperotto de Quadros

Universidade Federal de Pelotas,
PPGMMat, GDISPEN, Pelotas - RS
<http://lattes.cnpq.br/2408574220216968>

Glênio Aguiar Gonçalves

Universidade Federal de Pelotas,
PPGMMat, GDISPEN, Pelotas - RS
<http://lattes.cnpq.br/6799036574745985>

Gustavo Braz Kurz

Universidade Federal de Pelotas,
PPGMMat, GDISPEN, Pelotas - RS
<http://lattes.cnpq.br/1959808970327875>

Bianca de Oliveira Cata-Preta

Universidade Federal de Pelotas, PPGEpi,
Pelotas - RS
<http://lattes.cnpq.br/7032959537075440>

Josiane Konradt

Universidade Federal de Pelotas,
PPGMMat, GDISPEN, Pelotas - RS
<http://lattes.cnpq.br/2456438485688915>

RESUMO: O presente trabalho faz uma análise dos dados epidemiológicos relacionados à COVID-19 em Pelotas/RS, ao longo de três anos desde o início da pandemia. Os dados foram coletados de fontes oficiais e organizados em gráficos para uma melhor compreensão. Foram analisados indicadores como número de casos, óbitos, taxa de incidência e letalidade, número de reprodução básico e números de internações hospitalares, além de comparar a evolução da pandemia em Pelotas com a média estadual e nacional. A análise comparativa com os dados estaduais e nacionais revelou que Pelotas esteve em situação mais crítica do que a média do estado do Rio Grande do Sul e do país.

PALAVRAS-CHAVE: COVID-19; Pandemia; Pelotas/RS.

THREE YEARS OF COVID – 19 IN THE CITY OF PELOTAS/RS: AN ANALYSIS OF EPIDEMIOLOGICAL DATA

ABSTRACT: The present work analyzes epidemiological data related to COVID-19 in Pelotas/RS, over three years since the beginning of the pandemic. The data was

collected from official sources and organized into graphs for better understanding. Indicators such as number of cases, deaths, incidence and lethality rates, basic reproduction number and number of hospital admissions were analyzed, in addition to comparing the evolution of the pandemic in Pelotas with the state and national average. The comparative analysis with state and national data revealed that Pelotas was in a more critical situation than the average for the state of Rio Grande do Sul and the country.

KEYWORDS: COVID-19; Pandemic; Pelotas/RS.

INTRODUÇÃO

A COVID-19 é uma doença respiratória causada pelo SARS-CoV-2 que se espalhou rapidamente pelo mundo desde o final de 2019. A primeira notificação oficial de casos de COVID-19 ocorreu em novembro de 2019 na cidade de Wuhan, na província de Hubei, na China (estudos indicam que pode ter surgido em outubro/novembro (G1, 2021)). Inicialmente, acreditava-se que o vírus havia sido transmitido de animais para humanos em um mercado de frutos do mar em Wuhan. No entanto, desde então, foi descoberto que o vírus era altamente contagioso e se dispersava facilmente de pessoa para pessoa por meio de gotículas respiratórias quando uma pessoa infectada tossia, espirrava ou falava.

Em 30 de janeiro de 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou o surto de COVID-19 como uma emergência de saúde pública de importância internacional, e em 11 de março declarou como uma pandemia. No Brasil, o primeiro caso de COVID-19 foi registrado em 26 de fevereiro na cidade de São Paulo. No Rio Grande do Sul o registro do primeiro caso foi no dia 9 de março, e após 15 dias, em 25 de março na cidade de Pelotas. Em meados de dezembro de 2020, as primeiras vacinas contra COVID-19 foram aprovadas para uso emergencial em vários países. A vacinação em massa começou em todo o mundo em 2021, mas a disseminação do vírus continuou a ser um desafio. Desde então, várias variantes do vírus foram identificadas, algumas das quais são mais transmissíveis do que a cepa original. Em muitos países, o número de casos e mortes aumentou novamente em 2021, levando a novas ondas de bloqueios e medidas restritivas.

Atualmente, o mundo está lutando para conter a pandemia do COVID-19 e as consequências sociais, econômicas e de saúde pública resultantes. As pesquisas e estudos continuam a ser desenvolvidos para melhorar o tratamento da doença e aumentar a eficácia das vacinas contra o vírus.

Neste contexto, pesquisadores do Grupo de Dispersão de Poluentes e Energia Nuclear (GDISPEN) da Universidade Federal de Pelotas (UFPel), desenvolveram um site visando concatenar as informações acerca da COVID-19, de maneira clara, objetiva e gráfica, de modo que a população pudesse ficar atualizada a respeito da doença. Os dados utilizados, para gerar os gráficos, foram coletados de diversas fontes (PAINEL COVID, 2023), (SES/RS, 2023), (COVID-19/BR, 2023). Ao longo dos 3 anos de pandemia, a pesquisa do GDISPEN também teve objetivos acadêmicos e científicos, mostrando a grande

aplicabilidade da modelagem matemática em problemas reais. Modelos epidemiológicos foram utilizados para simular e estimar o número de casos (BUSKE et al., 2020), (KURZ et al., 2021), bem como a necessidade de leitos hospitalares (SANTOS et al., 2020, 2021). O objetivo deste trabalho é fazer uma análise geral da pandemia de COVID-19 na cidade de Pelotas.

DADOS GERAIS DA PANDEMIA

A nível mundial, até o final de março de 2023, o total de casos confirmados de COVID-19 atingiu mais de 760 milhões, sendo que o total de mortes chegou a aproximadamente 6,9 milhões. Quanto ao número total de vacinas administradas na população, mais de 13,7 bilhões de pessoas já adquiriram ao menos uma dose da vacina. No entanto, é importante lembrar que esses números estão em constante mudança e podem variar dependendo da fonte de dados. Além disso, a contagem de casos e mortes pode ser afetada por diferenças nos protocolos de testagem e relatórios em diferentes países. Se contabilizarmos os casos confirmados da doença por regiões, segundo a OMS (OMS, 2023), a Europa atingiu o maior número, ficando em torno de 275 milhões de infectados, seguidos pelo Pacífico Leste, com aproximadamente 202 milhões de casos e em ordem decrescente, as Américas, com 192 milhões, depois o Sudeste da Ásia, com 61 milhões, o Leste do Mediterrâneo, com 23,3 milhões e a África totalizando 9,5 milhões de casos confirmados.

No Brasil, desde o início da pandemia, em meados de janeiro de 2020, até o final do mês de março de 2023, foram mais de 37,3 milhões de casos confirmados de COVID-19, totalizando 700 mil óbitos, reportados pela OMS. Mais de 510 milhões de doses de vacina já foram administradas à população (COVID-19/BR, 2023).

Atualmente, a situação da COVID-19 no Rio Grande do Sul é de preocupação, assim como em todo o país. De acordo com dados atualizados até o final de março de 2023, o estado registrou aproximadamente 3 milhões de casos confirmados da doença e 41,9 mil óbitos. A taxa de letalidade no estado é de 1,4%. Em relação à vacinação, o estado já aplicou mais de 28 milhões de doses de vacinas contra a COVID-19, sendo que em torno de 9,5 milhões de pessoas já receberam a segunda dose ou dose única, o que corresponde a cerca de 83,5% da população gaúcha (SES/RS, 2023).

O avanço da vacinação e maior controle da doença, comparado com anos anteriores, sinaliza que os esforços do estado e municípios têm que ser no sentido de estarem preparados para novos surtos e, eventualmente para novas epidemias. Isso significa manter um sistema de vigilância atuante, com recursos humanos qualificados, laboratórios que consigam fazer testagem de maneira rápida e oportuna, entre outros.

ANÁLISE DOS DADOS DA PANDEMIA EM PELOTAS / RS

Na sequência é apresentado um panorama sobre os dados de casos confirmados, óbitos, hospitalização e vacinação durante os 3 anos da pandemia de COVID-19 no município de Pelotas/RS. A base de dados utilizada é da secretaria de saúde de Pelotas, disponível em (PAINEL COVID, 2023). O período de dados utilizado para a análise, vai de 25/03/2020 a 25/03/2023 (fechamento da semana epidemiológica de nº 12/2023).

O município de Pelotas possui cerca de 343 mil habitantes (IBGE, 2010), sendo a maior cidade da região sul do Rio Grande do Sul. O primeiro caso de COVID-19 registrado no município foi no dia 25/03/20 (data da divulgação à população), 15 dias após a confirmação do primeiro caso no estado do RS. O primeiro óbito foi registrado três meses depois, no dia 20/06/20. Durante os 3 anos de COVID-19 no município, o maior número de óbitos foi registrado em 18/03/21, com 15 óbitos. Em 26/01/22, registrou-se o maior número de casos novos em um único dia, totalizando 1.312 casos. No dia 14/08/22 houve o registro do caso confirmado de nº 100.000 (cem mil). No dia 19/12/22 Pelotas atingiu a marca de mil dias desde o primeiro caso confirmado de COVID-19 no município.

Durante os 3 anos de COVID-19, a cidade de Pelotas registrou um total de 111.437 casos e 1.587 óbitos (aproximadamente 1,4%). Analisando cada ano separadamente, no ano de 2020, Pelotas registrou 15.732 casos de COVID-19 e 274 mortes. Já em 2021, foram 35.748 casos e 1.002 mortes. Em 2022, o município de Pelotas registrou um total de 55.995 casos e 281 mortes. Em 2023, até o final de março, já foram registrados 3.838 casos e 27 óbitos. É importante destacar que o número de casos reais provavelmente é bem maior do que o registrado, principalmente devido ao aumento de autotestes vendidos em farmácia em 2022. O resultado do autoteste não é de notificação obrigatória, portanto, é provável que muitos testes positivos não tenham sido notificados à vigilância epidemiológica do município, não sendo contabilizados.

A incidência em 25/03/2023 foi de 32.545 casos por 100.000 (cem mil) habitantes e a mortalidade foi de 453,56 óbitos por cem mil habitantes, isto é, a cada 100.000 pelotenses, 454 foram a óbito por COVID-19. A taxa de letalidade aparente na mesma data foi de 1,41%, ou seja, a cada 1.000 (mil) pessoas diagnosticadas com COVID-19, 14 foram a óbito. Além disso, em 25/03, Pelotas contava com 109.309 pessoas recuperadas (98,2%) e 446 casos ativos (0,4%).

Fazendo um comparativo com a incidência e mortalidade no estado e no país: no início de abril de 2023 a incidência por 100.000 habitantes no Rio Grande do Sul foi de 26.347 e no Brasil 17.758. A mortalidade no estado foi 369 e no Brasil 333,4. Portanto, Pelotas se mantém com os valores de incidência e mortalidade superiores aos das esferas estadual e federal.

As Figuras 1 e 2 apresentam o número de casos/óbitos registrados e a média móvel nesses 3 anos no município de Pelotas.

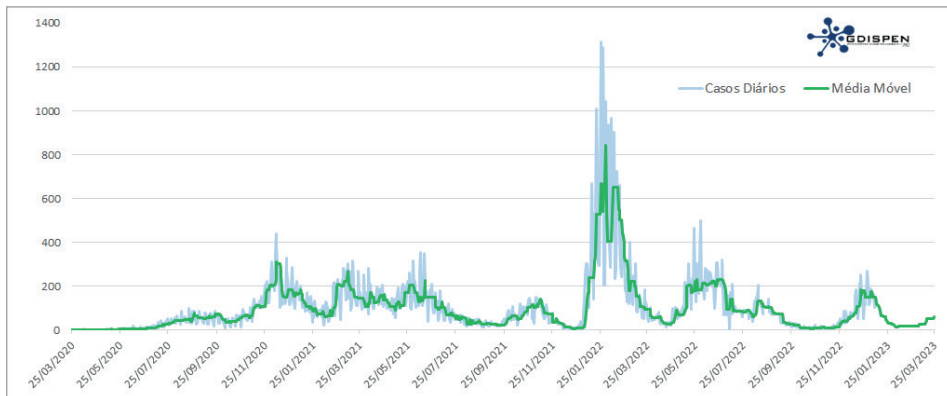


Figura 1. Número de casos diários e média móvel de COVID-19 no município de Pelotas/RS de 25/03/2020 a 25/03/2023.

Fonte: dos autores.

Na Figura 1, nota-se uma certa estabilidade na média móvel entre novembro de 2020 e junho de 2021, seguido de queda. No primeiro trimestre de 2022 observa-se o maior pico de casos novos, reflexo da alta transmissibilidade da sub variante da Ômicron, BA.5. Novo pico ocorreu no meio do ano de 2022, porém com menor número de casos novos comparado ao pico anterior. Em setembro, o número de casos entra em queda, mantendo a transmissão em níveis baixos até meados de novembro, período em que há sinal de aumento da transmissão do vírus.

Na Figura 2, observa-se que a maior média móvel de óbitos diários aconteceu entre março e julho de 2021, reflexo da alta transmissibilidade da sub variante da Ômicron, BA.5. Novo pico ocorreu no final do ano de 2021, porém com menor número de novos óbitos comparado ao pico anterior. Em 2022, o número de óbitos manteve uma certa estabilidade, reduzindo a média para zero ou um após julho. Em 2023 a média móvel manteve-se em zero, exceto em 1 semana de janeiro.

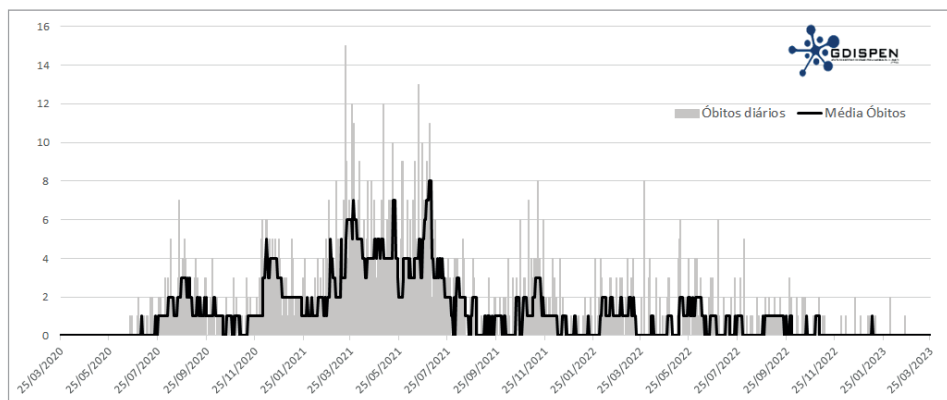


Figura 2. Número de óbitos diários e média móvel de COVID-19 no município de Pelotas/RS de 25/03/2020 a 25/03/2023.

Fonte: dos autores.

Outro ponto a se destacar diz respeito ao gênero. Na Figura 3(a), analisando os casos, em torno de 57,6% das pessoas que contraíram a COVID-19 na cidade de Pelotas, foram do sexo feminino, e em torno de 42,4% do sexo masculino. A faixa etária geral destas pessoas foi de 20-34 e 35-49 anos, seguida pela faixa de 50-64 anos. Olhando com a mesma atenção para os óbitos, na Figura 3(b), o cenário se inverte, sendo que mais pessoas do sexo masculino vieram a óbito devido à COVID- 19 (aproximadamente 53% do sexo masculino e 47% do sexo feminino). A faixa etária com mais óbitos foi a de 65 a 79 anos, seguido das faixas 80 ou mais (com mais óbitos de mulheres nesta faixa) e 50 a 64 anos.

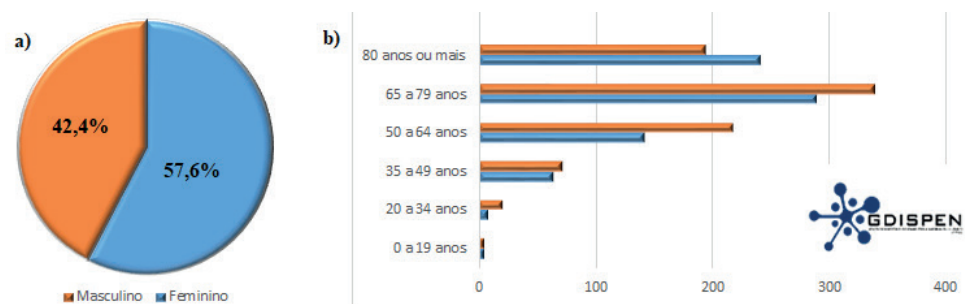


Figura 3. a) Porcentagem de casos confirmados de COVID-19 por gênero e b) Óbitos por gênero e faixa etária, na cidade de Pelotas/RS de 25/03/2020 a 25/03/2023.

Fonte: dos autores.

Na Figura 4, verifica-se a variação do R_t desde o início da pandemia na cidade. Passados 3 anos, o R_t se encontrava em 1,12, ou seja, 10 pessoas infectadas transmitem o vírus da COVID-19, em média, para 11,2 pessoas, ainda sinalizando crescimento da epidemia no município.

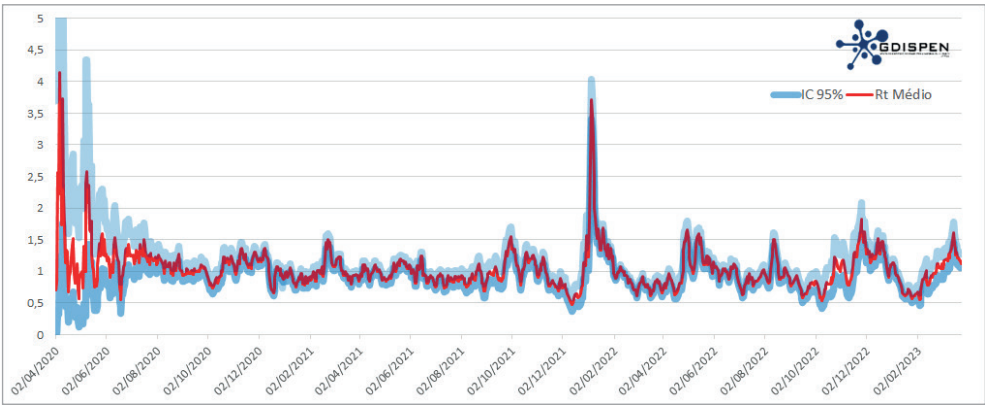


Figura 4. Valores do R_t médio em Pelotas/RS de abril de 2020 a 25 de março de 2023.

Fonte: dos autores.

A primeira pessoa foi vacinada em Pelotas em 19/01/2021. Até o final de março de 2023, aproximadamente 85% da população pelotense foi vacinada com a segunda dose ou com esquema vacinal único (92% da população vacinável, isto é, pessoas com 3 anos ou mais). Além disso, 63% da população recebeu a terceira dose, ou primeiro reforço, o que representa 80% da população vacinável. Apesar disso, ainda existem importantes desigualdades na vacinação em termos de faixa etária. Sobretudo na população entre 18 e 39 anos, a cobertura para dose de reforço ainda está abaixo de 60%.

Na Figura 5, temos a ocupação dos leitos de enfermaria e UTI por causa da COVID-19 ao longo dos 3 anos de COVID-19 em Pelotas. Nota-se a partir de julho de 2021 uma diminuição expressiva nas ocupações de leitos, tanto de enfermaria quanto de UTI. Isso ocorreu, em grande parte, devido ao avanço da vacinação da população, pois as vacinas contra COVID-19 reduzem os casos graves da doença. Observa-se que o pico de ocupação ocorreu entre março e julho de 2021. Este também foi o período crítico da pandemia em Pelotas, onde houve uma grande quantidade de casos simultâneos. Cabe salientar que não foi possível inserir no gráfico os dados de janeiro-março de 2023, por não estarem disponíveis, mas não houve alterações significativas em relação ao último período de 2022.

O comitê interno para acompanhamento da evolução da pandemia da COVID19 da UFPel, em nota do dia 24/03/2021, apresentou um infográfico para ajudar a população na interpretação dos gráficos de internações e óbitos (NOTA TÉCNICA, 2021).

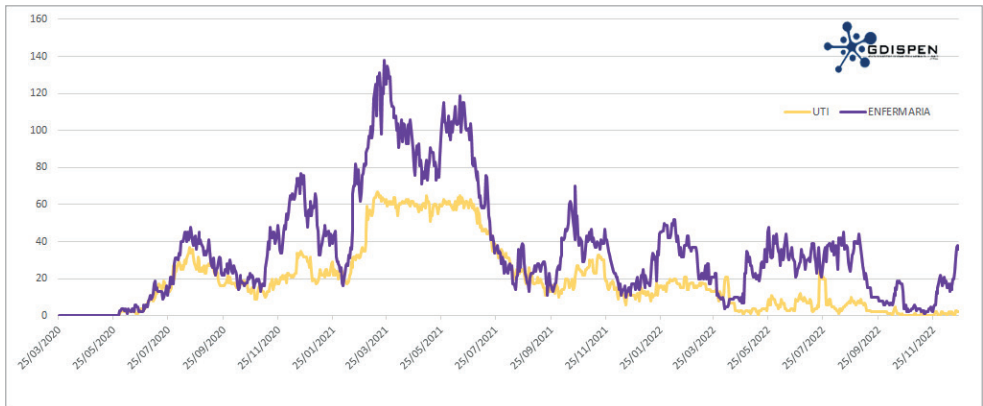


Figura 5. Ocupação dos leitos de enfermaria e UTI por causa da COVID-19 em Pelotas/RS, de 25/03/2020 a 31/12/2022.

Fonte: dos autores.

Ao longo desses 3 anos (março 2020 - março 2023), a epidemia de COVID- 19 em Pelotas passou por diferentes estágios, desde a alta transmissão com alto número de internações hospitalares e óbitos, até o período atual de maior controle, com número

reduzido de óbitos. A vacinação, o trabalho feito pela vigilância epidemiológica, a colaboração da população, entre outros, são fatores essenciais no controle da epidemia.

CONCLUSÕES

O padrão da epidemia de COVID-19 ainda não é inteiramente conhecido e a circulação do vírus pode resultar no surgimento de variantes que mudem mais uma vez o que já se conhece do vírus. Além disso, a COVID-19 longa, que é a persistência de sintomas por mais de quatro semanas após a infecção, é uma preocupação de saúde pública. Ela pode estar presente mesmo nas pessoas que tiveram COVID-19 leve, ou seja, que tiveram sintomas leves sem necessidade de atendimento médico.

Sendo assim, reforçamos a importância da vacinação com as doses de reforço disponíveis e reafirmamos a necessidade do trabalho contínuo da vigilância epidemiológica no monitoramento e análise da transmissão da COVID-19.

REFERÊNCIAS

Buske, D., Kurz, G., Quadros, R.S., Gonçalves, G.A. **GDISPEN – COVID-19: gráficos iterativos**. Acessado em 01/04/2023, <https://wp.ufpel.edu.br/fentransporte/>.

Nota Técnica. **COVID-19: Como interpretar as curvas de internação e óbitos**. Acessado em 01/04/2023, <https://curt.link/2wOZ1b>.

COVID-19/BR. **Painel Coronavírus BR**. Acessado em 01/04/2023, <https://covid.saude.gov.br/>.

G1. **Primeiro caso de Covid-19 pode ter surgido na China em outubro de 2019**. Acessado em 01/04/2023, <https://encurtador.com.br/eiruH>.

IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - Cidades**. Online. Acessado em 10/04/2023, <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/rs/pelotas/panorama>.

Kurz, G. B. ; Buske, D. ; Quadros, R. S. ; Gonçalves, G.A. “**Análise da Pandemia de COVID-19 em Pelotas**”. Em: *Ciência e Natura* 43 (2021), pp. e9-1–e9-11. DOI: 10.5902/2179460X66994.

OMS. **Painel de Emergências de Saúde da OMS**. Online. Acessado em 10/04/2023, <https://covid19.who.int/>.

Painel COVID-19. **Painel COVID-19 Pelotas / RS**. Online. Acessado em 01/04/2023, <https://painel-covid.pelotas.com.br>.

Santos, T. M., Cata-Preta, B. O., Arroyave, L., Nunes, B., Crochemore, I., Collares, T., Buske, D., Quadros, R. S., Gonçalves, G. A., Gandra, T., Fassa, A. G.. “**COVID-19: Projeção de necessidade de leitos**”. Acessado em 01/04/2023, <https://dms-p2k.ufpel.edu.br/corona-leitos/>.

Santos, T. M., Cata-Preta, B. O., Arroyave, L., Fassa, A. G., Nunes, B., Crochemore, I., Collares, T., Quadros, R. S., Gonçalves, G. A., Gandra, T., Buske, D. “**Necessidade de leitos hospitalares para Covid-19 estimada por modelo epidemiológico SEIR adaptado para o município de Pelotas**”. Em: *Ciência e Natura* 43 (2021), pp. e11-1–e11-12. DOI: 10.5902/2179460X66940.

SES/RS. **Painel Coronavírus RS**. Acessado em 01/04/2023, <https://ti.saude.rs.gov.br/covid19/>.

FABRÍCIO MORAES DE ALMEIDA: Possui graduação em Matemática pela UFMT (2000), Físico - Lei n. 13.691, de 10 de julho de 2018, Especialização em Física Básica - UFMT (2001), Esp. em Redes de Computadores - UNIRONDON (2009), mestrado em Física pela Universidade Federal do Ceará (2002) e Doutorado em Física pela UFC (2005), Pós-doutorado - UFMT/CNPq (2009). E também com formação em Engenharia de Computação/Produção. Têm várias pesquisas científicas com temas de Engenharia Elétrica, Computação/Produção; Inovação, Modelagem, Gestão e Desenvolvimento Regional; Modelagem Matemática/Computacional e pesquisas interdisciplinares. É líder do grupo de pesquisa GEITEC/UFRO. Já orientou dezenas de teses e dissertações. Adicionalmente, centenas de publicações científicas em diversas revistas internacionais e nacionais. É membro do **International Insitute of Systemics, Cybernetics, and Informatics (IIIS) – U.S.A**, para saber mais acesse: <https://www.iiis.org/members1.asp>.

E as áreas de atuação, são: Ciência de dados e Engenharia; Engenharia de computação; Engenharia de Software, Engenharia Elétrica; Engenharia de Produção; Gestão, Tecnologia e Inovação; Modelagem e Ciências Ambientais; Sistema de Computação e Energia (para saber mais, acesse: <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhorh/5959143194142131>).

Ademais, têm especializações pela FUNIP (2020/2023), em: Engenharia Elétrica, Engenharia de Produção, Engenharia de Controle e Automação Industrial; Engenharia de Software e Análise e Desenvolvimento de Sistemas. Tem experiência com: consultoria de pesquisa, tecnologia, engenharia, inovação e negócios; mais de 20 anos de experiência com administração e gerência de empresas públicas e privadas; também com vasto conhecimento em gestão de projetos; mais de 22 anos de estudos/pesquisas com computação e análise de dados. Atualmente, é professor-associado 3 do departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Rondônia e docente do Programa de Pós-graduação: Doutorado/Mestrado em Desenvolvimento Regional e Meio Ambiente - UFRO. Além disso, é Bolsista de Desenvolvimento Tecnológico Industrial do CNPq - DTI Nível A. <http://lattes.cnpq.br/5959143194142131>)

A

Análise comparativa 73

Analyzes epidemiological 73

Argumentação lógica 33

B

BNCC 41, 42, 43, 46, 47, 48, 51, 61, 63

C

Cocoa production index (IPC) 5, 6

Cenários para investigação 39, 40, 41, 42, 44, 45, 51, 63

Cocoa production in Brazil 8

Cocoa region of the state of Rondônia 11

Cônicas 64, 66, 67, 72

Curvas elípticas 64

E

Educação matemática 30, 31, 32, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 55, 61, 62, 63, 65, 66

F

Factorial analysis model 5

G

Geometria analítica 64, 67, 72

H

Hipóteses levantadas 33

Hyperbolic curves 64

Hypothetical-deductive study 1, 2, 5

I

Inclusão 28, 30, 31, 32, 33

L

Língua de sinais 30, 31, 36

Linguagem matemática 44, 45, 47

M

Matemática crítica 39, 40, 41, 43, 46, 48, 61, 62, 63

Mathematical modeling 1, 2, 5, 40

Matrix form as in Dillon and Goldstein 82

Means of the correlation matrix 6

Média móvel de órbitas 77

Método dos mínimos quadrados 39, 41, 47, 55, 58, 62

Modelagem matemática 30, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 44, 45, 46, 47, 51, 55, 61, 62, 66, 75, 81

N

Natural dispersion of variables 82

P

Parabólicas e hiperbólicas 64

Path dependence effect 1, 4

Pesquisa exploratória 33

R

Redistribute the variance 5

Regression coefficients 6

S

Surdo 30, 31, 33, 36, 37

T

Técnica de otimização 39, 41, 55

Theory of Billiards 64

V

VARIMAX method 5

VARIMAX method of orthogonal rotation 5

Matemática para o MUNDO REAL

aplicações práticas e desafios
da ciência dos números



www.atenaeditora.com.br



contato@atenaeditora.com.br



[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)



www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena
Editora

Ano 2023

Matemática para o MUNDO REAL

aplicações práticas e desafios
da ciência dos números



www.atenaeditora.com.br



contato@atenaeditora.com.br



[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)



www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena
Editora

Ano 2023