

Matheus Barreto de Góes
Gleidson Martins da Costa
(Orgs.)

ENGENHARIA ESTRUTURAL

DESIGN, ANÁLISE E
INOVAÇÕES TECNOLÓGICAS



científica digital



EDITORA CIENTÍFICA DIGITAL LTDA

Guarujá - São Paulo - Brasil
www.cientificadigital.org - contato@cientificadigital.org

Diagramação e Arte	Edição © 2025 Editora Científica Digital
Equipe Editorial	Texto © 2025 Os Autores
Imagens da Capa	1ª Edição - 2025
Adobe Stock - 2025	Acesso Livre - Open Access

© COPYRIGHT - TODOS OS DIREITOS RESERVADOS. A editora detém os direitos autorais sobre a edição e o projeto gráfico, enquanto os autores mantêm os direitos autorais de seus respectivos textos. Esta obra está licenciada sob a Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional, permitindo o download e compartilhamento integral ou parcial, desde que a fonte seja devidamente citada e os créditos atribuídos aos autores. É obrigatório que a obra permaneça em formato de Acesso Livre (Open Access), sem qualquer alteração. A catalogação em plataformas de acesso restrito ou com fins comerciais é estritamente proibida.



Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

E57 Engenharia estrutural: design, análise e inovações tecnológicas / Organização de Matheus Barreto de Góes, Gleidson Martins da Costa. – Guarujá-SP: Científica Digital, 2025.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui Bibliografia
ISBN 978-65-5360-893-1
DOI 10.37885/978-65-5360-893-1

1. Engenharia. I. Góes, Matheus Barreto de (Organizador). II. Costa, Gleidson Martins da (Organizador). III. Título.

CDD 620

Elaborado por Janaína Ramos – CRB-8/9166

Índice para catálogo sistemático:

I. Engenharia

E-BOOK

ACESSO LIVRE ON LINE - IMPRESSÃO PROIBIDA

2025

Matheus Barreto de Góes
Gleidson Martins da Costa
(Orgs.)

Engenharia Estrutural: Design, Análise e Inovações Tecnológicas

2ª EDIÇÃO



científica digital

2024 - GUARUJÁ - SP

CONSELHO EDITORIAL

Prof. Dr. André Cutrim Carvalho
Prof. Dr. Antônio Marcos Mota Miranda
Prof^a. Ma. Auristela Correa Castro
Prof. Dr. Carlos Alberto Martins Cordeiro
Prof. Dr. Carlos Alexandre Oelke
Prof^a. Dra. Caroline Nóbrega de Almeida
Prof^a. Dra. Clara Mockdece Neves
Prof^a. Dra. Claudia Maria Rinhel-Silva
Prof^a. Dra. Clecia Simone Gonçalves Rosa Pacheco
Prof. Dr. Cristiano Marins
Prof^a. Dra. Cristina Berger Fadel
Prof. Dr. Daniel Luciano Gevehr
Prof. Dr. Diogo da Silva Cardoso
Prof. Dr. Ernane Rosa Martins
Prof. Dr. Everaldo dos Santos Mendes
Prof. Dr. Fabricio Gomes Gonçalves
Prof^a. Dra. Fernanda Rezende
Prof. Dr. Flávio Aparecido de Almeida
Prof^a. Dra. Francine Náthalie Ferraresi Queluz
Prof^a. Dra. Geuciane Felipe Guerim Fernandes
Prof. Dr. Humberto Costa

Prof. Dr. Joachin Melo Azevedo Neto
Prof. Dr. Jónata Ferreira de Moura
Prof. Dr. José Aderval Aragão
Prof. Me. Julianno Pizzano Ayoub
Prof. Dr. Leonardo Augusto Couto Finelli
Prof. Dr. Luiz Gonzaga Lapa Junior
Prof. Me. Marcelo da Fonseca Ferreira da Silva
Prof^a. Dra. Maria Cristina Zago
Prof^a. Dra. Maria Otília Zangão
Prof. Dr. Mário Henrique Gomes
Prof. Dr. Marcus Fernando da Silva Praxedes
Prof. Dr. Nelson J. Almeida
Prof. Dr. Pedro Afonso Cortez
Prof. Dr. Reinaldo Pacheco dos Santos
Prof. Dr. Rogério de Melo Grillo
Prof^a. Dra. Rosenery Pimentel Nascimento
Prof. Dr. Rossano Sartori Dal Molin
Prof. Me. Silvio Almeida Junior
Prof^a. Dra. Thays Zigante Furlan Ribeiro
Prof. Dr. Wescley Viana Evangelista
Prof. Dr. Willian Carboni Viana
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme

Acesse a lista completa dos Membros do Conselho Editorial em www.editoracientifica.com.br/conselho

Parecer e revisão por pares

Os textos que compõem esta obra passaram por avaliação do Conselho Editorial e revisão por pares externos (*Peer Review*), recebendo a devida recomendação para publicação.

Nota: Esta obra é fruto de um processo colaborativo, configurando-se como uma coletânea na qual os direitos autorais permanecem resguardados para os respectivos autores. Alguns capítulos podem ter origem em trabalhos anteriormente apresentados em eventos acadêmicos; no entanto, os autores foram orientados a adotar o devido rigor na prevenção do autoplágio. A responsabilidade pelo conteúdo de cada capítulo, assim como pela originalidade e integridade das informações publicadas, é inteiramente dos respectivos autores e autoras. O conteúdo da obra não reflete, necessariamente, a opinião da editora, dos organizadores ou dos membros do conselho editorial.

APRESENTAÇÃO

Esta obra é fruto de um esforço colaborativo que reuniu professores, estudantes e pesquisadores cujo envolvimento enriqueceu significativamente as discussões neste espaço formativo. Além disso, resulta de iniciativas interinstitucionais e ações voltadas ao incentivo à pesquisa, congregando especialistas de diversas áreas do conhecimento, vinculados a Instituições de Educação Superior, públicas e privadas, em âmbito nacional e internacional.

Seu principal objetivo é fortalecer a integração entre instituições, tanto no Brasil quanto no exterior, por meio de redes de pesquisa comprometidas com a formação continuada de profissionais da educação. Para isso, busca-se a produção e a ampla disseminação do conhecimento em distintas áreas do saber.

Expressamos nossa profunda gratidão aos autores pelo empenho, comprometimento e dedicação na concepção e finalização desta obra. Esperamos que ela se consolide como um recurso didático-pedagógico valioso, atendendo às necessidades de estudantes, docentes de todos os níveis de ensino e demais interessados na temática.

Matheus Barreto de Góes
Gleidson Martins da Costa

SUMÁRIO

Capítulo 01

MECANISMOS QUÍMICOS DE DETERIORAÇÃO DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

Fabricio Longhi Bolina

 10.37885/250118766 8

Capítulo 02

ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA DE PLACAS POR MEIO DE SOLUÇÕES ANALÍTICAS

Thiago Rodrigues Carvalho

 10.37885/241017935 25

Capítulo 03

REFORÇO ESTRUTURAL EM PILARES DE CONCRETO ARMADO COM RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO INFERIOR AO FCK

Melquisedec Ferreira Silva; Luiz Antônio Melgaço Nunes; Antônio Neves de Carvalho; Heron Freitas Resende

 10.37885/250719681 38

Capítulo 04

MODELO ESTRUTURAL PARA A ANÁLISE DE LAJE EM PONTE DE CONCRETO: VIADUTO DA ENEL EM GOIÂNIA

Thiago Rodrigues Carvalho; Zénon G. Del Prado

 10.37885/241017838 52

SOBRE OS ORGANIZADORES 65

ÍNDICE REMISSIVO 66

MECANISMOS QUÍMICOS DE DETERIORAÇÃO DAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

Fabrizio Longhi Bolina
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)

RESUMO

Entre vários elementos que afetam a durabilidade das construções e das estruturas, nota-se que os ataques químicos se destacam pela sua complexidade e importância, pois frequentemente resultam em danos irreparáveis às características intrínsecas do concreto. Este capítulo se baseia na descrição deste processo de deterioração e a sua relação com a durabilidade e vida útil das estruturas de concreto armado. Ele é dividido em três seções: (a) durabilidade e vida útil das estruturas de concreto, (b) ataques químicos ao concreto simples e (c) ataques químicos ao concreto armado. Os ácidos, sulfatos e álcalis foram considerados agentes agressivos para o concreto simples, enquanto para o concreto armado, os cloretos e o gás carbônico foram admitidos.

Palavras-chave: estruturas de concreto; vida útil; durabilidade; ataques químicos.

INTRODUÇÃO

O meio ambiente danifica o concreto, provocando, dentre outros, mudanças químicas. De acordo com Metha e Monteiro (2008, p. 156), ele «é resultado de interações químicas entre os agentes agressivos do ambiente e os componentes da pasta de cimento hidratada, resultando em danos físicos ao concreto» e, inclusive, perda de sua resistência mecânica.

Para cada ambiente quimicamente agressivo, a degradação ocorrerá de maneira diferente em um ou outro elemento que compõem a estrutura (aço e concreto). De acordo com Helene (1997), os agentes mais nocivos à armadura, como gás carbônico e cloreto, não são diretamente prejudiciais ao concreto, isto é, não o prejudicam de forma deliberada. Em contrapartida, os agentes nocivos ao concreto, tais como ácidos, sulfatos e agregados reativos, provocam inicialmente expansões ao concreto, expondo as armaduras ao ambiente e tornando-as susceptíveis a corrosão.

Este texto tem como objetivo discorrer individualmente sobre tais elementos e circunstâncias que causam a degradação química das estruturas de concreto, estabelecendo uma correlação com a durabilidade e a vida útil. O estudo foi segmentado para examinar de forma distinta os ambientes que agredem o concreto simples e os ambientes que agredem o concreto armado. O texto foi organizado em três temas essenciais: (1) durabilidade e durabilidade das estruturas de concreto, (2) ataques químicos ao concreto simples e (3) ataques químicos ao concreto armado.

DURABILIDADE E VIDA ÚTIL DAS ESTRUTURAS

Segundo a ABNT NBR 6118: 2024, *durabilidade* de uma estrutura consiste na capacidade desta de resistir às influências ambientais previstas. Por *vida útil*, a referida norma entende como sendo o período de tempo durante o qual a estrutura mantém suas características admitidas no projeto.

A *durabilidade* das estruturas de concreto armado está relacionada com a capacidade em manter as suas características estruturais e funcionais durante a sua *vida útil* estimada, nas condições de exposição nas quais foi projetada. Logo, a durabilidade do sistema estrutural não depende apenas da durabilidade do concreto, mas também de variáveis inclusive externas às estruturas, tais como o ambiente.

É consenso que a agressividade do meio ambiente *versus* qualidade do concreto é determinante na durabilidade estrutural. Mantido um determinado ambiente quimicamente agressivo, o grau de ataque à estrutura será governada pela porosidade e permeabilidade do concreto, sendo que a permeabilidade é um fator decisivo para o ingresso de agentes agressivos ao interior do elemento estrutural, fato que pode degradar as suas características constitutivas e também das armaduras.

Helene (1997) descreve que a durabilidade de uma estrutura de concreto é controlada por quatro fatores elementares: traço, adensamento e cura do concreto, além da espessura de cobrimento das armaduras. São estes fatores que, segundo o autor, quando combinados, constituem um concreto e consequentemente uma estrutura de boa qualidade, durável aos agentes químicos externos.

No Brasil, normativamente, os estudos e a relevância da durabilidade do concreto começaram a ser destacados, mesmo que timidamente, no final do século XX com a revisão da norma ABNT NBR 6118. As mudanças concentraram-se na inserção das chamadas classes de agressividade ambiental, impondo parâmetros de projeto para alguns tipos de ambientes químicos de exposição potencialmente agressivos às estruturas. A ABNT NBR 15575 foi a primeira normatização do Brasil que estabeleceu quantitativamente parâmetros que estabelecem tempo de vida útil mínimo às estruturas de concreto.

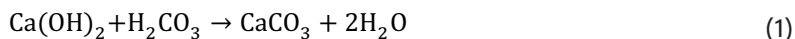
No exterior, há normas bem mais adiantadas na aplicação dos preceitos de durabilidade e vida útil. Como exemplo a BS 7543:2003 *Guide to durability of buildings and building elements, products and components*, que especifica um mínimo de 60 anos para edifícios e 120 anos para pontes, estádios, barragens e metrô. Já a norma americana ACI 365.1R-00 estabelece, além de modelo matemático para previsão, um tempo de vida útil igual o período de despasse da armadura acrescido de 6 anos.

ATAQUES QUÍMICOS AO CONCRETO SIMPLES

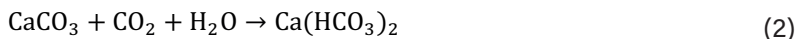
Ácidos

Também é chamado de reações de troca catiônica. Encontrados normalmente em ambientes industriais, Meseguer *et al.* (2009) explicam que a ação dos ácidos sobre o concreto produz uma conversão de seus compostos cálcicos (hidróxido, silicato e aluminato de cálcio) em sais cálcicos do respectivo ácido atuante, mais ou menos solúveis.

Metha e Monteiro (2008) observam que a acidez da água natural, por exemplo, geralmente se deve ao CO_2 do ar nela dissolvido, formando o ácido carbônico H_2CO_3 . Este ácido é passível de reação com o hidróxido de cálcio Ca(OH)_2 da pasta de cimento hidratada, conforme a Eq. (1).



Após a precipitação do carbonato de cálcio CaCO_3 , que é um componente insolúvel, a primeira reação é interrompida, a menos que alguma reação deste carbonato ocorra com algum CO_2 livre ainda presente na água, conforme ilustrado na Equação (2).



Verifica-se a transformação do carbonato de cálcio (insolúvel) em bicarbonato de cálcio, que é solúvel (sal solúvel de cálcio). Sendo assim, deduz-se que o teor de CO_2 livre na água auxilia a hidrólise do hidróxido de cálcio, ocasionando além de uma perda de resistência, eflorescências esbranquiçadas, constituídas de carbonato de cálcio (Metha; Monteiro, 2008).

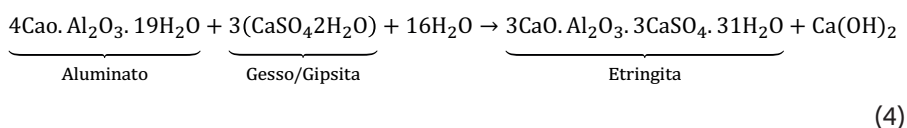
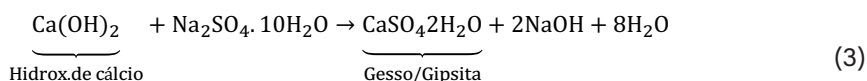
Conforme descreve Husni *et al.* (2007), caso os sais formados dentro da massa de concreto sejam insolúveis e expansivos, uma deterioração física do concreto será desencadeada. Se, ao contrário, os produtos resultantes são solúveis, se produz um paulatino aumento da porosidade, acelerando o processo de desgaste e deterioração, tanto quanto a velocidade dos líquidos que fluem através ou sobre a superfície do concreto. De qualquer forma, como consequência, notam-se sérios danos mecânicos aos elementos estruturais, que perdem progressivamente a sua capacidade de carga.

Sulfatos

Diferentemente do ataque soluções ácidas, as quais reagem, para cada diferente tipo de ácido, com todos os componentes do cimento, o ataque por sulfatos incide apenas sobre o aluminato tricálcico (C_3A) e hidróxido de cálcio Ca(OH)_2 do cimento Portland hidratado. Segundo Coutinho (2001), além destes, o sulfato pode reagir com a alumina do agregado constituinte.

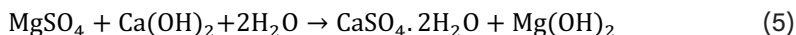
Dependendo da fonte e concentração de íons e da composição da pasta de cimento, o ataque por sulfato pode se manifestar sob a forma de expansão e fissuração do concreto ou pela diminuição progressiva de resistência (Metha; Monteiro, 2008).

Coutinho (2001) descreve que todos os tipos de sulfato levam a alguma deterioração do cimento Portland. Enquanto o sulfato de cálcio reage com o aluminato de cálcio hidratado, o sulfato de sódio reage com o hidróxido de cálcio livre, formando-se hidróxido de sódio e sulfato de cálcio, que por sua vez reage com o aluminato. A reação com o sulfato de sódio e com o sulfato de cálcio são apresentadas, respectivamente, nas Equações (3) a (4).



No caso do ataque por sulfato de sódio (3), a formação de hidróxido de sódio como subproduto da reação assegura a manutenção da alta alcalinidade do sistema, estabilizando assim o produto da hidratação C-S-H (Metha; Monteiro, 2008). Já na Equação (4), a etringita resultante da reação do aluminato com o sulfato de cálcio possui um aumento de 2,5 vezes o seu volume inicial.

No caso de um ataque por sulfato de magnésio, há a conversão do hidróxido de cálcio em gipsita e hidróxido de magnésio, conforme se observa pela Equação (5).



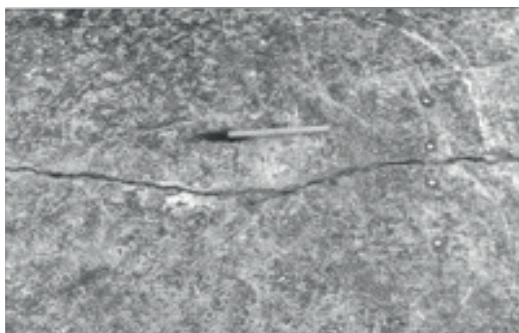
O subproduto da reação, o hidróxido de magnésio (diferentemente do hidróxido de sódio que está mostrado na Equação (3)) é insolúvel e reduz a alcalinidade do sistema, e nesta ausência de íons hidroxila na solução, o C-S-H deixa de ser estável e é também atacado pelo sulfato de magnésio.

Formação de etringita tardia

Ocorre quando a fonte de sulfatos é interna (i.e., dentro do concreto). Geralmente se desenvolve quando um agregado contaminado com gipsita ou cimento contendo teor de sulfato muito alto é usado na produção do concreto, e este sendo curado em temperaturas de cura térmica elevadas, com temperaturas acima de 65°C. (Metha; Monteiro, 2008).

Uma ilustração típica do fenômeno é apresentada na figura 1.

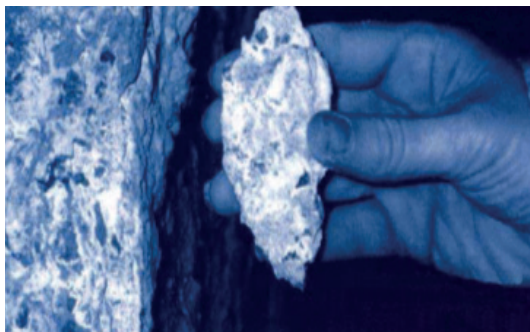
Figura 1 - Microfissura causada por formação de etringita (Coutinho, 2001).



Ataque por sulfatos com formação de Taumasita (TSA)

Neste caso não são os aluminatos cálcicos () que são atacados, mas sim os silicatos cálcicos (C-S-H). A substituição de C-S-H por taumasita é acompanhado pela redução das propriedades ligantes do concreto endurecido, com perda de resistência e transformação numa massa pastosa e sem coesão. As condições ideais para a formação de taumasita são: temperaturas entre 0 e 5°C, altos níveis de humidade (90 a 100% HR) e fonte de íons carbonato. O detalhe de uma peça que está afetada pela TSA é ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Concreto atacado por sulfatos com formação de taumasita (Wallace, 1999 *apud* Coutinho, 2001).



Álcalis

Ocorre sobretudo pela incorporação de agregados reativos aos hidróxidos alcalinos, normalmente provenientes do cimento. Esta reação é chamada de reação álcali-agregado (RAA) e possui como principal consequência a formação de um gel higroscópico que, na presença de umidade, é capaz de hidratar-se e aumentar de volume.

As tensões internas desenvolvidas pela expansão do gel alcalino podem ser da ordem de 40 até 140kg/cm², ou seja, muito maiores do que a resistência a tração do concreto (FAVA, 1961). O coeficiente de expansão térmica volumétrico do gel exsudado, determinado para uma variação de temperatura igual a 22°C, representou um valor da ordem de 3,5x10⁻³°C⁻¹ (Hasparyk, 2011).

As manifestações patológicas mais evidentes são, segundo descrito por Metha e Monteiro (2008), o pipocamento e a exsudação de um fluido viscoso sílico-alcalino na superfície. De acordo com Meseguer *et al.* (2009), a reação pode ainda provocar expansões na peça, mostrando um esquema de fissuração semelhante a um mapa (*map cracking*). Praticamente não existem mecanismos para deter as reações já iniciadas (Helene, 2007). A Figura 3 ilustra um bloco de fundação atacado pela RAA.

Figura 3 - Detalhe de fissuras mapeadas no topo de um bloco de fundação (Andrade, 2006).



Os agregados reativos

Os minerais constituídos por sílica pertencem a classe dos *tectosilicatos*. A estrutura cristalina básica destas rochas, assim como no caso dos demais silicatos, é um retículo constituído a partir de tetraedros SiO_4 , onde os átomos de silício (Si) são coordenados por quatro átomos de oxigênio (O), formando a unidade tetraédrica fundamental. Esta unidade constituirá, através de diferentes arranjos e interconexões com outras, diferentes composições dos minerais silícios (Goodman, 1993).

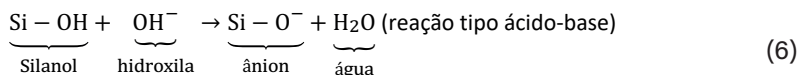
Entretanto, vale destacar que nem todos os agregados provenientes de rochas sílicas são reativos. A susceptibilidade a reatividade do agregado é estabelecida pela condição mineralógica deste. As estruturas amorfas representam estruturas ocas e oferecem maior superfície específica do que as cristalinas (estruturas fechadas). Resumidamente, tem-se que quanto mais desorganizada e instável a estrutura do mineral no agregado, mais reativa será a fase (Hasparyk, 2005).

A reação química entre agregados e cimento

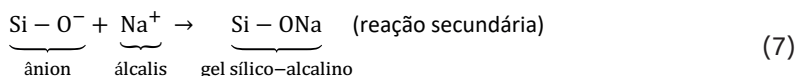
Segundo Prezzi *et al.* (1997), quando uma fase sólida entra em contato com uma fase líquida, há um acúmulo de cargas na superfície sólida. Quanto maior o pH do meio, maior a susceptibilidade da dissociação em água dos íons hidroxila na superfície do agregado (Hasparyk, 2011).

Segundo Glasser e Kataoka (1981), Carrillo e Perez (1984) e Hasparik (2005) *apud* Mizumoto (2009), a sílica (SiO_2) presente nas rochas e minerais reage quimicamente com estas hidroxilas (OH^-) devido, segundo Fava *et al.* (1961), uma despolimerização do complexo silício por ruptura das uniões oxigênio-silício.

Como consequência verifica-se a substituição do oxigênio por uma hidroxila, formando um composto do grupo silanol (Si-OH). Posteriormente, o grupo silanol (Si-OH) formado na superfície do agregado é rompido novamente pelos íons hidroxila em excesso, havendo liberação de água (Glasser; Kataoka, 1981 *apud* Silva, 2009), conforme descrito na Equação (6).



Os íons SiO^- liberados são atraídos pelos cátions alcalinos da solução dos poros, formando um gel sílico-alcalino, conforme apresentado na Equação (7).



Uma outra reação também ocorre simultaneamente entre as hidroxilas em excesso com as pontes de siloxano (Si-O-Si) existente na sílica amorfa. Este processo é semelhante ao apresentado na Equação (8). Em ambos os casos, o produto é um gel sílico-alcalino de forte caráter expansivo.

Tipos de ataque por álcalis

a) Reação álcali-sílica e álcali-silicato

São os tipos mais frequentes da reação álcali-agregado. Se processam através da reação em que participam a sílica reativa dos agregados e álcalis, na presença de hidróxido de cálcio $\text{Ca}(\text{OH})_2$, formando o gel expansivo. A reação álcali-silicato se processa mais lentamente do que a reação álcali-sílica (Silva, 2007).

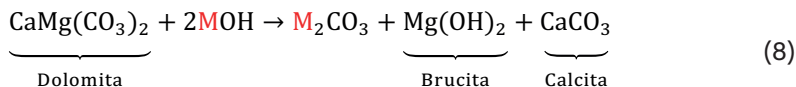
Os valores de umidade neste caso devem ser superiores a 80% (Moskvin, 1980; Hasparyk, 2005), embora Olafson (1986) *apud* Santos; Brito (2008) tenha observado valores de 70% de UR a 38°C. Constata-se que estas reações desenvolvem-se mais rapidamente a temperaturas elevadas. Em temperaturas menores, a reação torna-se mais lenta e a reação prolonga-se por mais tempo.

b) Reação álcali-carbonato

Participam do processo os álcalis e os agregados rochosos carbonáticos. A forma mais conhecida de deterioração desta RAA é devida a desdolomitização da rocha e o enfraquecimento da ligação pasta-agregado. O produto

da reação não forma o gel-alcalino expansivo, porém compostos cristalizados como a brucita, carbonatos alcalinos, carbonatos cálcios e silicato magnésiano.

A reação, em termos gerais, ocorre quando o constituinte dolomítico é quimicamente atacado pelos álcalis do cimento, conforme proposto pela Equação (8). Já a reação de regeneração do hidróxido é dada pela Equação (9), onde **M** representa os álcalis K ou Na.



ATAQUES QUÍMICOS AO CONCRETO ARMADO

Corrosão

A armadura do concreto não está susceptível a sofrer corrosão, a não ser que ocorra decomposição ou deterioração do concreto que a protege física e quimicamente. De acordo com Silva (2006), a alcalinidade do concreto provém do hidróxido de cálcio $\text{Ca}(\text{OH})_2$ formado durante a hidratação do cimento, principalmente dos componentes C_3S e C_2S .

Imersos neste meio alcalino, os produtos de ferro comum e aço normalmente são cobertos por uma fina película de Fe_3O_4 ou Fe_2O_3 , impermeável e fortemente aderida à superfície do aço. A película microscópica gerada é designada como produto passivador do aço, protegendo-o dos ataques químicos. Segundo Metha e Monteiro (2008), na ausência de íons cloreto, esta película protetora só é mantida estável em pH superiores a 11,5.

Quando agentes agressivos do meio externo alteram as condições do concreto (gerando fissuras, deslocamentos, aumento da porosidade, etc.), seu pH poderá se reduzir a níveis inferiores a 11,5, comprometendo o filme protetor em questão. Estando a barra despassivada, abre-se frente para a formação de uma célula de corrosão, na qual efetivamente se propaga o fenômeno eletroquímico (Figueiredo; Meira, 2011).

Como qualquer outra reação eletroquímica, a corrosão do aço envolve uma reação ânodo e outra de cátodo. A transformação do ferro metálico em produto de corrosão (ferrugem) é acompanhada por um aumento de volume

que pode ser da ordem de até 600% (Metha; Monteiro, 2008), exercendo uma pressão de expansão da ordem de 32MPa, fissurando o concreto.

Uma ilustração típica do fenômeno é observada na Figura 4, onde evidencia-se o deslocamento do concreto de cobertura devido processos expansivos de corrosão da armadura.

Figura 4 - Deterioração do concreto devido a corrosão da armadura (Mehta e Monteiro, 2008).



Carbonatação

A carbonatação é um processo físico-químico que consiste na reação do dióxido de carbono CO_2 presente no ar (dissolvido no interior da fase aquosa dos poros do concreto) com os hidróxidos constituintes do concreto hidratado. A reação ocorre sobretudo com hidróxido de cálcio Ca(OH)_2 , resultando no carbonato de cálcio CaCO_3 que acidifica o concreto (Helene; Pereira, 2007). A reação de carbonatação é apresentada pela Equação (10).



O concreto possui um pH da ordem de 12,5 devido principalmente ao Ca(OH)_2 (Silva, 1995). O desaparecimento do hidróxido de cálcio do interior dos poros da pasta de cimento hidratado e sua transformação em carbonato de cálcio faz baixar o pH da solução para 9,4.

O fenômeno da carbonatação pode ocorrer, além da dissolução do hidróxido de cálcio, através da decomposição do silicato de cálcio hidratado e das fases aluminato do concreto (Cascudo; Carasek, 2011; Silva, 1995). Porém, conforme Cascudo e Casarek (2011), a carbonatação mais relevante é a do hidróxido de cálcio, que é o mais solúvel dentre os produtos de hidratação do cimento e o que mais susceptível a reação com o CO_2 .

Para Silva (1995), os agentes quimicamente agressivos como o CO_2 não permitem a formação da película passivadora. Com a carbonatação o aço corrói como se estivesse simplesmente exposto à atmosfera sem qualquer proteção (i.e., cobrimento das armaduras), porém com o agravante da umidade existente no interior do concreto (Cascudo; Carasek, 2011).

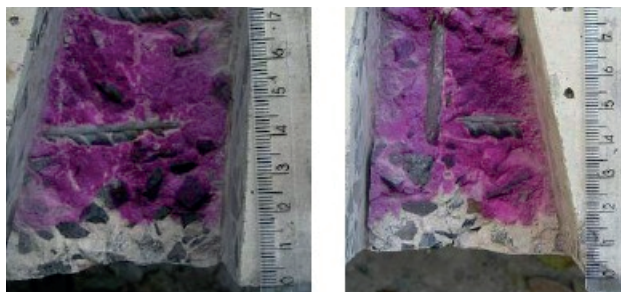
Verifica-se então que a água atua como fator essencial para a ocorrência do fenômeno, tanto na umidade relativa do ar quanto da umidade interna do concreto. Segundo Papadakis (1992) *apud* Cascudo e Carasek (2011), as maiores profundidades de carbonatação ocorreram em umidades do ambiente entre 50% e 65%.

Se o concreto possui todos os seus poros cheios de água, o gás carbônico não penetra. O concreto saturado é praticamente impermeável ao CO_2 , pois o gás é pouco solúvel na água (Silva, 1995). Ademais, a ação do anidrido carbônico depende também da temperatura e do teor CO_2 de presente no meio (Cascudo; Carasek, 2011).

De acordo com Cascudo e Carasek (2011) a carbonatação, uma vez iniciada, atenua-se com o tempo. Os autores explicam que este processo é devido a hidratação crescente do cimento, além dos próprios produtos de carbonatação (CaCO_3) que colmatam os poros superficiais, dificultando o acesso de CO_2 . Helene (2007) propõem que a velocidade desta reação ocorre a , sendo $t^{1/2}$ o tempo.

Visualmente é difícil – senão impossível – identificar um concreto carbonatado. Esta dedução pode ser realizada borrifando fenolftaleína ($\text{C}_{20}\text{H}_{14}\text{O}_4$) na superfície dele. O detalhe da espessura de carbonatação de um concreto, segundo a aplicação da fenolftaleína, é apresentado na Figura 5, onde a coloração magenta representa a região não carbonatada.

Figura 5 - Profundidade de carbonatação do concreto. (Tokudome, 2009).



As referências divergem se carbonatação é ou não prejudicial às estruturas de concreto. Enquanto uma corrente defende que a perda da alcalinidade do concreto desencadeia processos corrosivos, a outra acredita que este fenômeno eletroquímico não é capaz de propagar-se devido a colmatação dos poros proporcionado pelo CO_3 .

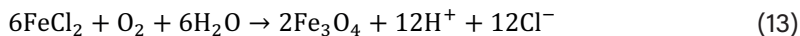
Cloretos

De acordo com Silva (2006), diferentemente da carbonatação ou da exposição a ambientes ácidos, o ataque por cloretos despassiva a armadura mesmo em condições de pH extremamente elevado. Há diferentes teorias que explicam a quebra da película passiva por cloretos, tal como a teoria do filme do óxido, a da adsorção e a do complexo transitório. Entretanto, há várias discussões sobre o assunto e muitos pesquisadores acreditam que o estabelecimento preciso deste mecanismo de despassivação ainda está por vir (Silva, 2006).

Quando quantidades grandes de cloretos estão presentes, o concreto tende a reter mais umidade, aumentando o risco de corrosão do aço integrante pela diminuição da resistividade elétrica do concreto (Metha; Monteiro, 2008).

Segundo Figueiredo *et al.* (2011), os parâmetros que influenciam a penetração dos íons cloreto no concreto são os mesmos da penetração de CO_2 , porém os mesmos nem sempre influenciam da mesma forma. São eles: tipo de cimento, relação água/cimento, grau de saturação dos poros, efeito do cátion que acompanha o íon cloreto, fissuras, carbonatação e temperatura.

A ação de cloretos sobre a armadura de aço se dá através das seguintes reações (11)-(12)-(13):



A corrosão das armaduras por cloretos é mais preocupante que a corrosão devido à carbonatação, pois estes não são consumidos nas reações, ficando novamente livres após as mesmas. Metha e Monteiro (2008) ressaltam que o

teor limite de cloretos para iniciar o processo de corrosão está entre 0,6 e 0,9 kg de Cl por m³ de concreto.

A norma ABNT NBR 12655 limita o teor de cloretos (% sobre a massa de cimento) em 0,05% para concreto protendido, 0,15% para concreto armado exposto a cloretos, 0,40% para concreto armado exposto a condições não severas e 0,30% para concreto armado sob outras exposições.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A performance de uma estrutura durante sua vida útil é fundamentalmente determinada pela qualidade do concreto que a compõe e pela intensidade do ataque químico que lhe é proporcionado. Em geral, acredita-se que quanto melhor a qualidade do concreto, isto é, quanto menor a sua porosidade e permeabilidade, mais forte será a resistência contra ataques químicos externos.

O gás carbônico e o cloreto, os principais agressores da armadura, não danificam diretamente o concreto. No entanto, os agentes prejudiciais ao concreto, tais como os ácidos, que resultam na diminuição do pH, e os sulfatos e álcalis, que se apresentam como trincas e fissuração, agem de maneira dupla, pois, além de prejudicarem o concreto em si, abrem caminho para ataques às armaduras internas da estrutura de concreto. Portanto, pode-se afirmar que os agentes prejudiciais ao concreto agem de forma dupla, primeiro danificando o concreto e depois a degradação do aço por expô-lo diretamente ao ambiente.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2024), **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2022), **ABNT NBR 12655**: Concreto de Cimento Portland – Preparo, controle e recebimento, Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2024), **ABNT NBR 15575-1**: Edifícios hab. de até 5 pavimentos/Desempenho parte 1: Requisitos gerais, Rio de Janeiro.

ANDRADE T. (2006), **Histórico de casos de RAA ocorridos recentemente em fundações de edifícios na região metropolitana do Recife-PE**, Simpósio sobre Reação Álcali-Agregado em estruturas de concreto, Rio de Janeiro, 1 CD-ROM.

CASCUDO O., CARASEK H. (2011), **Concreto: Ciência e Tecnologia**, v. 1, Ispis, São Paulo, cap. 24, p. 849-885.

COUTINHO J. (2001), **Ataque por Sulfatos**, Disponível em: http://civil.fe.up.pt/pub/apoio/Mestr_Estr/NovosMateriais/apontamentos/teorica/ATAKSulfato.pdf [Acesso em 28 de julho de 2012].

FAVA A., MANUELE R., COLINA J., CORTELEZZI C. (1961), **Estudios y experiencias realizadas en el LEMIT sobre la reacción que se produce entre el cemento y los agregados en el hormigón de cemento Portland**, LEMIT, La Plata, p.1-42.

FIGUEIREDO E., MEIRA G. (2011), **Concreto: Ciência e Tecnologia**, v. 1, Ispis, São Paulo, cap. 26, p. 903-931.

GOODMAN R. (1993), **Engineering Geology: rock in engineering construction**, John Wiley & Sons, New York, p. 1-387.

HASPARYK N. (2005), **Investigação de concretos afetados pela reação álcali-agregado e caracterização avançada do gel exsudado**, Tese de doutorado em Engenharia, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

HASPARYK N. (2011), **Concreto: Ciência e Tecnologia**, v. 2, Ispis, São Paulo, cap. 27, p.934-1001.

HELENE P. (2007), **Rehabilitación y Mantenimiento de Estructuras de Concreto**, Sika, São Paulo, p. 18-42.

HELENE P. (1997), **"Ídolo Útil das Estruturas de Concreto"**, IV Congresso Íbero Americano de Patologia das Construções e IV Congresso de Controle da Qualidade CONPAT-97, Porto Alegre, 1997, v. 1, p. 1-30.

HUSNI R., (2007), **Rehabilitación y Mantenimiento de Estructuras de Concreto**, Sika, São Paulo, cap. 1, p. 35-90.

MEDEIROS M., ANDRADE J., HELENE P. (2011), **Concreto: Ciência e Tecnologia**, v. 1, Ispis, São Paulo, cap. 16, p. 773-808.

MESEGUER A., CABRÉ F., PORTERO J. (2009), **Hormigón Armado**, 15. Ed., Gustavo Gili, Barcelona, p.1-629.

METHA P., MONTEIRO P. (2008), **Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais**, 3. Ed, Ibracon, São Paulo, p. 1-674.

MOSKVIN V., IVANOV F., ALEKSEYEV S. GUZEYEV E. (1980), **Concrete and Reinforced Concrete Deterioration and Protection**, Mir Publishers, Moscow, 1980, p.1-399.

MIZUMOTO C. (2009), **Investigação da Reação Álcali-Agregado (RAA) em testemunhos de concreto e agregados constituintes**, Dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.

SANTOS M., BRITO J. (2008), **O panorama nacional das reações álcalis-sílica em betões**, Disponível em: <http://www.civil.uminho.pt/revista/n32/Pag%2057.pdf> [Acesso em 10 de fevereiro de 2013].

SILVA C. (2009), **Análise de métodos de prevenção da reação álcali-agregado: análise petrográfica e método acelerado de barras de argamassa**, Dissertação de mestrado, Escola Politécnica, Universidade de Pernambuco, Recife.

SILVA F. (2006). **Estudo de concreto de alto desempenho frente à ação de cloretos**, Tese de doutorado, Departamento de ciência e eng. dos materiais, Universidade de S. Paulo, São Paulo.

SILVA P. (1995), **Durabilidade das estruturas de concreto aparente em atmosfera urbana**, PINI, São Paulo, p.1-166.

TOKUDOME N. (2009), **Carbonatação do concreto**, Disponível em: <http://www.cimentoitambe.com.br/carbonatacao-do-concreto/> [Acesso em 11 de junho de 2013].

ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA DE PLACAS POR MEIO DE SOLUÇÕES ANALÍTICAS

Thiago Rodrigues Carvalho
Universidade de São Paulo (USP)

RESUMO

A simplificação de um corpo tridimensional para uma superfície bidimensional geralmente pode ser realizada em estruturas com uma pequena espessura, ou de forma equivalente, em estruturas que possuem duas dimensões predominantes sobre a terceira. Nesse contexto, o trabalho objetiva comparar a proximidade entre os diversos modelos para análise de estruturas, abordando os aspectos espaciais (uni ou bidimensional) e as características geométricas (teoria linear e não linear). Toda estrutura é tridimensional, entretanto simplificações dimensionais levam a modelos matemáticos com soluções possíveis e com uma boa aproximação prática. Dessa forma, o trabalho busca avaliar os efeitos das diversas simplificações espaciais e geométricas, comparando os deslocamentos de estruturas reticuladas (vigas), estruturas planas (placas), lineares e não lineares. A partir dos resultados apresentados no capítulo 3 pode-se observar uma tendência de aproximação dos resultados de vigas (estruturas lineares) e placas (estruturas bidimensionais) quanto menor o coeficiente de Poisson. Dessa forma, na prática, vigas largas com coeficiente de Poisson menores (próximos de 0) podem ser modeladas pela teoria de vigas de Navier com maior exatidão matemática que vigas com coeficiente de Poisson próximos de 0,5. O coeficiente de Poisson do aço, conforme a NBR 8800:2014 é de 0,3. O coeficiente do concreto indicado pela NBR 6118:2014 é de 0,2 para o concreto. Dessa forma, a modelagem de vigas largas de concreto resulta em resultados mais próximos do modelo de placa, quando comparado com uma viga larga de aço, analisando a variação do coeficiente de Poisson.

Palavras-chave: estruturas; análise não linear; placas; Lévy; Navier.

CONTEXTUALIZAÇÃO

A teoria de placas e cascas estuda o comportamento mecânico de estruturas que permitem a análise em duas dimensões. A simplificação de um corpo tridimensional para uma superfície bidimensional geralmente pode ser realizada em estruturas com uma pequena espessura, ou de forma equivalente, em estruturas que possuem duas dimensões predominantes sobre a terceira.

A teoria de vigas permite analisar e desenvolver modelos matemáticos unidimensionais de estruturas sólidas, as quais são a priori tridimensionais. Nesse sentido, o modelo carrega uma simplificação espacial de duas dimensões do espaço, de forma a apresentar equações matemáticas com soluções práticas. Para fazer uso dessa teoria, é preciso que a estrutura em análise tenha uma dimensão muito maior que as demais.

Nesse contexto, o trabalho objetiva comparar a proximidade entre os diversos modelos para análise de estruturas, abordando os aspectos espaciais (uni ou bidimensional) e as características geométricas (teoria linear e não linear). Toda estrutura é tridimensional, entretanto simplificações dimensionais levam a modelos matemáticos com soluções possíveis e com uma boa aproximação prática. Dessa forma, o trabalho busca avaliar os efeitos das diversas simplificações espaciais e geométricas, comparando os deslocamentos de estruturas reticuladas (vigas), estruturas planas (placas), lineares e não lineares.

Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1987) apresentam diversas teorias de estruturas bidimensionais são desenvolvidas para flexão tanto para pequenas deflexões quanto para grandes. Algumas condições de contorno também são tratadas, como placas apoiadas, engastadas e sobre apoios elásticos. As superfícies também são desenvolvidas com diversas geometrias, como superfícies planas de placas retangulares ou placas circulares, e superfícies com eixos não retilíneos ortogonais, como cascas cilíndricas ou esférica.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Equações de Equilíbrio

Equação de Equilíbrio da Viga

Segundo Martha (2020), a teoria de vigas de Navier possui as seguintes hipóteses básicas:

1. Pequenos deslocamentos em relação às dimensões da seção transversal.
2. Desprezam-se as deformações por cisalhamento (barras longas).
3. Seções transversais permanecem planas e normais ao eixo da barra quando essa se deforma (superfície de deformação é plana).
4. O material tem comportamento elástico-linear (lei de Hooke).

A partir dessas hipóteses básicas é possível chegar-se à equação 2.1 ou equação de Navier para rigidez constante. A variável v trata-se do deslocamento da transversal na direção do eixo y . O termo $q(x)$ representa a força distribuída por unidade de distância ao longo do eixo x . O termo E representa o módulo de Young do material, ou seja, o módulo de rigidez longitudinal do material. O termo I representa o momento de inércia da seção transversal, o qual é uma propriedade geométrica da seção.

$$\frac{d^4v}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI} \quad (2.1)$$

Equação de Equilíbrio da Placa

Segundo Dias (2019), a teoria clássica de placas permite determinar tensões e deformações de placas em um plano cartesiano bidimensional com coordenadas x e y . Essa teoria também permite submeter a placa a forças e momentos que atuam no domínio tridimensional com coordenadas x , y e z . Para simplificação das relações matemáticas, as tensões normais ao eixo z são consideradas nulas.

A equação de equilíbrio da placa para pequenos deslocamentos permite desacoplar as influências entre as deformações transversais (flexão e torção) e as de superfície (esforços de membrana). Com essa hipótese chega-se à

equação 2.2 que é uma equação diferencial parcial, pois depende de duas variáveis independentes x e y . O termo ω representa o deslocamento transversal da placa em função das coordenadas x e y . O termo p_z representa o carregamento transversal sobre a placa, que pode ser, por exemplo, o peso próprio da laje, carga de pressão ou outras. O termo D representa a rigidez à flexão da placa.

$$\nabla^4 \omega = \frac{p_z}{D} \quad (2.2)$$

O operador ∇^4 permite compactar a equação diferencial parcial 2.3. Com a equação 2.3 fica explícito a dependência da variável deslocamento transversal (ω) das variáveis independentes x e y .

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{p_z}{D} \quad (2.3)$$

O termo D que representa a rigidez à flexão da placa é definido pela equação 2.4. O termo E representa o módulo de Young do material, ou seja, o módulo de rigidez longitudinal do material. O termo h trata-se da espessura da placa, ou de forma equivalente, a altura da seção da placa. O termo ν é o coeficiente de Poisson, o qual relaciona a deformação transversal com a longitudinal.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.4)$$

Soluções Lineares Das Equações De Equilíbrio

Solução da Equação de Equilíbrio da Viga: Solução de Navier

Para avaliação quantitativa dos deslocamentos transversais é preciso estabelecer as condições iniciais do problema. Nesse sentido, a equação diferencial ordinária (EDO) será resolvida para o caso de uma viga biapoada com carregamento constante. Essas condições serão posteriormente comparadas com a solução de uma placa biapoada.

Os deslocamentos e os momentos fletores serão nulos nos pontos em que a coordenada x for nula ou igual a l . Com essas condições fixadas é possível determinar as constantes de integração da EDO e equacionar os deslocamentos transversais em uma função de x .

A partir da equação de equilíbrio de Navier e das condições de contorno apresentadas na Figura 2.3 é possível obter a solução da equação diferencial ordinária aplicando integração simples e as condições iniciais. O resultado desse processo é a equação 2.5, a qual apresenta a função de deslocamentos transversais ($v(x)$) da viga em função da coordenada x . O termo q é o carregamento transversal. O termo l é o comprimento do vão da viga. O termo El_z representa a rigidez à flexão da seção transversal da viga.

$$v(x) = -\frac{1}{24} \frac{q x (l^3 - 2 l x^2 + x^3)}{E l_z} \quad (2.5)$$

Solução da Equação de Equilíbrio da Placa: Solução de Navier

A solução da equação diferencial de equilíbrio da placa é realizada por Navier para uma placa simplesmente apoiada. Para essa condição, resulta em momentos e deslocamentos nulos nas bordas da placa. Com essas condições de contorno é possível aproximar o campo de deslocamentos transversais por uma série dupla trigonométrica, conforme consta na equação 2.6.

$$\omega(x, y) = \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} W_{mn} \operatorname{sen}\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \quad (2.6)$$

Para obtenção da solução do campo de deslocamentos, a função de carregamento transversal também é aproximada por uma série dupla de senos, conforme apresentado na equação 2.7.

$$p(x, y) = \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} B_{mn} \operatorname{sen}\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \quad (2.7)$$

Aplicando as equações aproximadas 2.6 e 2.7 na equação de equilíbrio da placa retangular 2.3 pode-se obter os coeficientes da série dupla de Fourier para o campo de deslocamentos transversais, conforme consta na equação 2.8.

$$W_{mn} = \frac{B_{mn}}{D \pi^4 \left[\left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right) \right]^2} \quad (2.8)$$

Essa solução permite diversos tipos de carregamentos transversais, contudo para este trabalho será trabalhado o carregamento uniformemente distribuído para posterior comparação com a solução não linear por meio do método de Galerkin.

Solução da Equação de Equilíbrio da Placa: Solução de Lévy

A solução da equação diferencial da placa pelo método de Lévy permite uma solução rigorosa para o caso específico de duas bordas paralelas simplesmente apoiadas. As demais bordas podem ter outras condições de contorno. Além disso, o carregamento transversal deve ser simétrico em relação ao eixo que passa pelas bordas apoiadas. Mesmo essas condições sendo específicas, elas ainda são mais flexíveis que as impostas pelo método de Navier.

A solução final do método de Lévy é apresentada na equação 2.9. Sendo A_m , B_m , C_m e D_m termos a serem determinados em função das condições de contorno das outras duas bordas que podem ser apoiadas, livres, embutidas ou engastadas.

$$\begin{aligned} \omega(x, y) = & \sum_{m=1}^{+\infty} W_m \operatorname{sen}\left(\frac{m \pi x}{a}\right) + \\ & + \sum_{m=1}^{+\infty} \left[A_m \cosh\left(\frac{m \pi y}{a}\right) + B_m \frac{m \pi y}{a} \operatorname{senh}\left(\frac{m \pi y}{a}\right) \right. \\ & \left. + C_m \operatorname{senh}\left(\frac{m \pi y}{a}\right) + D_m \frac{m \pi y}{a} \cosh\left(\frac{m \pi y}{a}\right) \right] \operatorname{sen}\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

O carregamento considerado será uniformemente distribuído e as outras bordas serão consideradas livres. Com essas condições a placa ficará simplesmente apoiada em duas bordas e livre nas demais, podendo ser comparada com a solução da viga de Navier.

SOLUÇÃO NÃO LINEAR DA EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO

A teoria de grandes deslocamentos leva em consideração o desenvolvimento de tensões normais e cisalhantes no plano da placa (efeito de membrana),

pois para grandes deslocamentos os efeitos de membrana podem ser tão relevantes quanto os devidos à flexão.

A solução não linear da equação de equilíbrio de uma placa simplesmente apoiada pode ser obtida a partir da utilização da função de tensão de Airy, equações 2.10 a 2.12 e da equação de compatibilidade (equação 2.13).

$$\frac{\partial f_{,yy}}{\partial x} - \frac{\partial f_{,xy}}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$-\frac{\partial f_{,xy}}{\partial x} + \frac{\partial f_{,xx}}{\partial y} = 0 \quad (2.11)$$

$$D \nabla^4 \omega - (f_{,yy} \omega_{,xx} + 2f_{,xy} \omega_{,xy} + f_{,xx} \omega_{,yy}) = p_z \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{E h} \nabla^4 f = \omega_{,xy}^2 - \omega_{,xx} \omega_{,yy} \quad (2.13)$$

A solução dessas equações pelo método de Galerkin faz uso da aproximação do campo de deslocamento transversal por uma série de funções que satisfazem individualmente as condições de contorno do problema. Dessa forma, para poder aplicar o método de Galerkin é preciso a priori encontrar uma função que satisfaça as condições de contorno. A equação 2.14 apresenta uma função que satisfaz as condições de contorno para uma condição de placa retangular simplesmente apoiada.

$$\omega(x, y) = C_1 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi y}{b}\right) \quad (2.14)$$

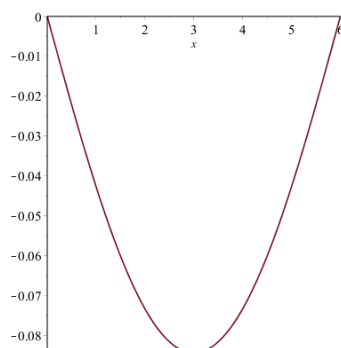
RESULTADOS E ANÁLISES

Resultados Dos Campos De Deslocamento

Equação de Deslocamentos Transversais da Viga de Navier

A Figura 3.1 ilustra um dos resultados obtidos para os deslocamentos transversais da viga de Navier. Aplicando valores para as propriedades da seção, carregamento e material à solução da EDO apresentada é possível chegar a esse resultado.

Figura 3.1 – Resultado da Deflexão da Viga de Navier.

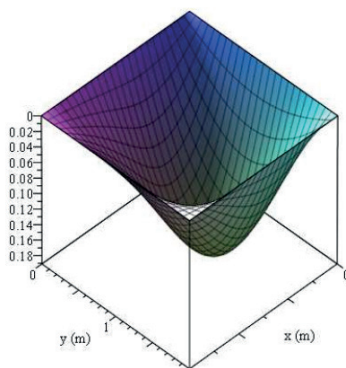


Fonte: AUTOR, 2022.

Campo de Deslocamentos Transversais da Placa de Navier

A Figura 3.2 ilustra um dos resultados obtidos para os campos de deslocamentos transversais das placas de Navier. Aplicando valores para as propriedades da seção, carregamento e material à solução da equação diferencial de equilíbrio da placa apresentada é possível chegar a esse resultado. Esse caso apresentado mostra a deflexão devido a um carregamento uniformemente distribuído até a metade do lado x da placa. Nessa placa, o parâmetro da carga foi variado de forma a obter uma relação entre a carga e os deslocamentos no centro da placa e comparar com o caso não linear.

Figura 3.2 – Resultado do Campo de Deslocamentos Transversais da Placa de Navier.

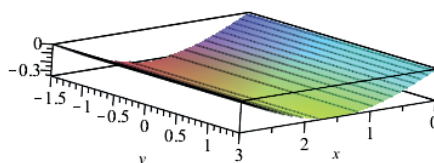


Fonte: AUTOR, 2022.

Campo de Deslocamentos Transversais da Placa de Lévy

A Figura 3.3 ilustra um dos resultados obtidos para o campo de deslocamento trasnversal da placa biapoiada em x e livre nas bordas y . Aplicando valores para as propriedades da seção, carregamento e material à solução da equação diferencial da placa apresentada é possível chegar a esse resultado.

Figura 3.3 – Resultado do Campo de Deslocamentos Transversais da Placa de Lévy.

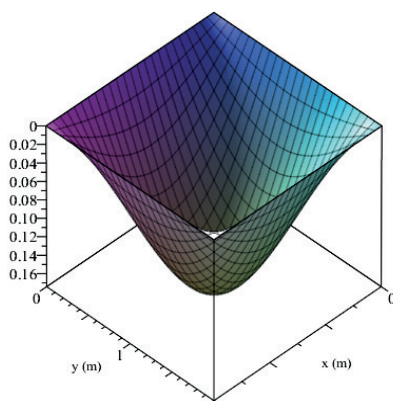


Fonte: AUTOR, 2022.

Campo de Deslocamentos Transversais Não Lineares

A Figura 3.4 ilustra um dos resultados obtidos para o campo de deslocamento trasnversal da placa não linear simplesmente apoiada. Aplicando valores para as propriedades da seção, carregamento e material à solução da equação diferencial da placa apresentada é possível chegar a esse resultado.

Figura 3.4 – Resultado do Campo de Deslocamentos Transversais da Placa Não Linear.



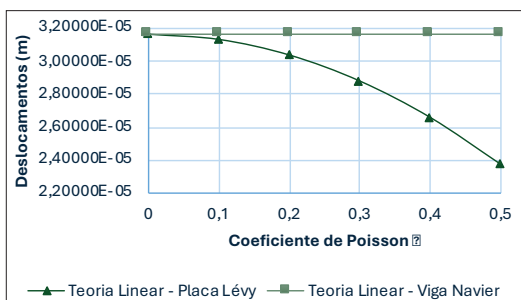
Fonte: AUTOR, 2022.

Análises Dos Resultados

Análise Comparativa: Estrutura Unidimensional e Bidimensional

A Figura 3.5 apresenta um gráfico que permite analisar as diferenças nos resultados dos deslocamentos transversais quando se adota a hipótese de uma estrutura unidimensional (viga de Navier) e quando se adota a hipótese bidimensional (placa de Lévy). Observa-se que quanto maior o coeficiente de Poisson, maior a divergência dos deslocamentos transversais dos modelos. Para coeficiente de Poisson próximo de zero, os resultados são bem próximos.

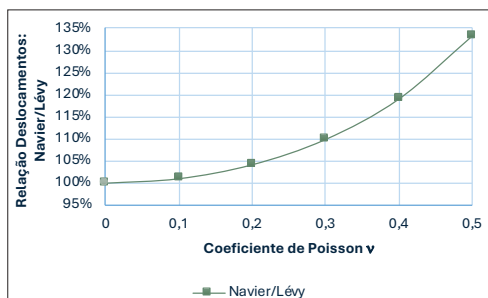
Figura 3.5 - Gráfico Analítico: Coeficiente de Poisson x Deslocamentos Transversais.



Fonte: AUTOR, 2022.

A Figura 3.6 apresenta um gráfico analítico complementar, que permite visualizar a tendência de convergência para 100% quando o coeficiente de Poisson tende a zero e a tendência de divergência quando o coeficiente de Poisson tende a 0,5.

Figura 3.6 - Gráfico Analítico: Coeficiente de Poisson x Relação (Deslocamentos Navier / Lévy).

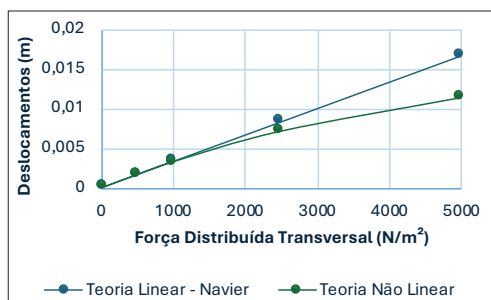


Fonte: AUTOR, 2022.

Análise Comparativa: Hipótese Linear e Não Linear

O gráfico da Figura 3.7 foi construído para uma outra condição de contorno para comparação entre a placa de Navier e teoria não linear de placas simplesmente apoiadas. A partir dessas duas teorias foi possível obter diversos campos de deslocamentos. E analisando o ponto médio da placa observa-se a tendência de divergência entre os resultados lineares e não lineares quanto maior o valor do carregamento. Isso provavelmente é devido aos maiores deslocamentos provocados, o que gera efeitos de membrana consideráveis. E como a teoria linear não considera os efeitos de membrana na flexão, os resultados divergem quando maiores os valores do carregamento.

Figura 3.7 – Gráfico Analítico: Força Distribuída Transversal x Deslocamentos Transversais.



Fonte: AUTOR, 2022.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho desenvolveu e apresentou as equações de equilíbrio de vigas e placas, lineares e não lineares com diversas condições de contorno. Esse desenvolvimento permitiu obter relações entre os deslocamentos dos diversos casos estudados. Também foram aplicadas funções de tensão de Airy para soluções analíticas não lineares de placas. Soluções analíticas são de baixo custo computacional quando implementadas computacionalmente, além disso fornecem uma base de verificação para modelos numéricos mais gerais, como o Método dos Elementos Finitos ou o Método dos Elementos de Contorno.

A partir dos resultados apresentados no capítulo 3 pode-se observar uma tendência de aproximação dos resultados de vigas (estruturas lineares) e placas (estruturas bidimensionais) quanto menor o coeficiente de Poisson. Dessa

forma, na prática, vigas largas com coeficiente de Poisson menores (próximos de 0) podem ser modeladas pela teoria de vigas de Navier com maior exatidão matemática que vigas com coeficiente de Poisson próximos de 0,5.

O coeficiente de Poisson do aço, conforme a NBR 8800:2008 é de 0,3. O coeficiente do concreto indicado pela NBR 6118:2014 é de 0,2 para o concreto. Dessa forma, a modelagem de vigas largas de concreto resulta em resultados mais próximos do modelo de placa, quando comparado com uma viga larga de aço, analisando a variação do coeficiente de Poisson.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**. 3 ed. Rio de Janeiro: Abnt, 2014. 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. 3 ed. Rio de Janeiro: Abnt, 2008. 237 p.

DIAS, N. L.. **A Teoria da Flexão de Placas Envolvendo a Equação Diferencial de Lagrange**. Rio Grande: Universidade Federal do Rio Grande - Furg, 2019.

MARTHA, L. F.. **Análise de Estruturas: Conceitos e Métodos Básicos**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2020. 534 p.

TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S.. **THEORY OF PLATES AND SHELLS**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1987.

REFORÇO ESTRUTURAL EM PILARES DE CONCRETO ARMADO COM RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO INFERIOR AO FCK

Melquisedec Ferreira Silva
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Luiz Antônio Melgaço Nunes
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Antônio Neves de Carvalho
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Heron Freitas Resende
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

RESUMO

A segurança das estruturas de concreto armado depende diretamente da qualidade dos materiais utilizados e da conformidade com os parâmetros de projeto. No entanto, é recorrente a constatação de resistências à compressão inferiores a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) especificado no projeto estrutural. Este estudo investigou essa problemática a partir de um caso real em um edifício de uso misto, onde ensaios indicaram resistência deficiente do concreto em diversos pilares. A pesquisa combinou análise de dados de controle tecnológico e modelagem estrutural para verificar o comportamento de um pilar crítico no Estado Limite Último (ELU). Com base nessa avaliação, foi projetado e executado um reforço por aumento de seção em uma das faces do pilar. Os resultados demonstraram a eficácia da intervenção, validando a técnica adotada e propondo um protocolo de avaliação e reforço aplicável a estruturas em condições semelhantes.

Palavras-chave: Controle Tecnológico; Capacidade Resistente; Concreto Armado; Pilares; Reforço Estrutural.

INTRODUÇÃO

Considerações iniciais

Os pilares são elementos estruturais verticais responsáveis por transmitir as cargas das lajes e vigas até as fundações, desempenhando papel fundamental na estabilidade global da edificação. Sua falha pode comprometer toda a estrutura, sendo o correto dimensionamento e execução indispensáveis à segurança.

Em estruturas de concreto armado, a resistência característica à compressão do concreto, representada por f_{ck} , é um parâmetro essencial utilizado nos projetos para garantir que os elementos atendam às exigências de resistência no Estado Limite Último. De acordo com a NBR 6118 (2023), f_{ck} é o valor que tem 95% de probabilidade de ser ultrapassado nos ensaios de compressão de corpos-de-prova moldados e curados sob condições controladas aos 28 dias. Este parâmetro define a “classe” do concreto (por exemplo, C30 para f_{ck} 30 MPa) e é usado nos cálculos estruturais para garantir que os elementos resistam às solicitações previstas.

Objetivo

Este trabalho tem por objetivo analisar a eficiência do reforço estrutural por aumento de seção transversal em pilares de concreto armado cuja resistência real aferida se mostrou inferior à do projeto (f_{ck}).

Justificativa

A justificativa do estudo, reside na necessidade de enfrentar esse problema crítico: pilares subdimensionados colocam em risco usuários e bens e exigem intervenções seguras. Além disso, o trabalho busca elaborar um protocolo sistematizado aplicável a casos semelhantes, fornecendo diretrizes técnicas para situações futuras de não conformidade estrutural.

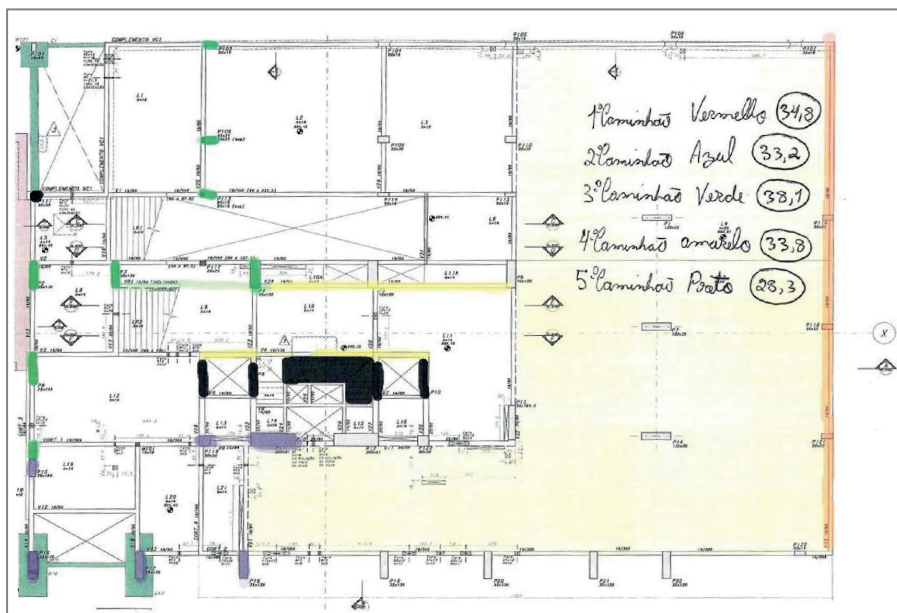
DESENVOLVIMENTO

O estudo teve como base os dados de concretagem de uma edificação de uso misto (comercial e residencial) cuja execução foi iniciada no quarto trimestre de 2024. Durante a fase de estrutura, os ensaios de compressão realizados em corpos de prova moldados in loco revelaram que diversas amostras apresentaram resistência à compressão inferior ao f_{ck} de projeto (35 MPa). Esse diagnóstico precoce foi possível graças ao controle tecnológico da obra, que permitiu rastrear os lotes de concretagem e associá-los às regiões estruturais afetadas.

Organização e análise do controle tecnológico

O estudo iniciou pela coleta dos resultados dos ensaios de compressão de corpos-de-prova obtidos no controle tecnológico da obra. Os dados reais de resistência aos 28 dias foram agrupados por pavimento e lote de concretagem (caminhões), conforme ilustrado na Figura 1. Essa organização permitiu mapear as resistências médias do concreto em cada piso. Constatou-se que vários valores ficaram abaixo dos 35 MPa especificados (f_{ck} do projeto), especialmente nos pavimentos iniciais, o que destacou a necessidade de investigação mais detalhada.

Figura 1 - Área de concretagem por caminhão.



Fonte: Acervo dos autores (2025).

Identificação de pilares com resistência insuficiente

Com os resultados dos ensaios em mãos, foram identificados os pilares mais críticos. No estudo de caso, selecionou-se o pilar P17, com seção de 35cm x 130cm para detalhamento porque seus primeiros três lances apresentaram desvios em relação à resistência esperada (Tabela 1).

Tabela 1 - Resistência real dos corpos de prova representativos do pilar P17.

Lance	Resistência real (MPa)
1º	33,2
2º	28,2
3º	24,5

Fonte: Acervo dos autores (2025).

Vale ressaltar que foram verificados todos os pilares cujo corpo de prova representativo apresentou uma resistência à compressão inferior ao f_{ck} , e aqueles

com capacidade de carga compressiva insuficiente foram reforçados utilizando um protocolo similar ao que será apresentado para o pilar P17.

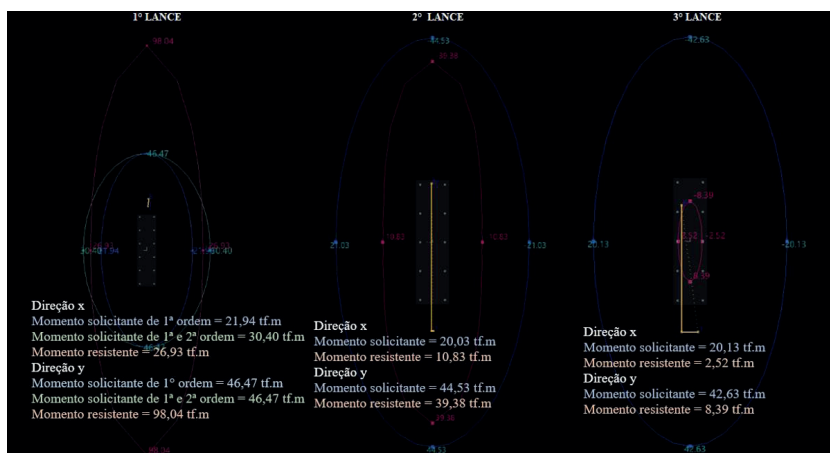
Avaliação estrutural via modelagem computacional

A edificação foi modelada integralmente no software de análise, dimensionamento e detalhamento estrutural TQS®. Esse modelo forneceu todos os esforços solicitantes nos pilares e demais elementos, permitindo compará-los com a capacidade resistente do concreto. Em particular, empregou-se a ferramenta “Pilares” do TQS® para calcular as envoltórias de momentos resistentes e solicitantes do pilar P17 através do método do pilar-padrão com rigidez aproximada.

Com isso pôde-se avaliar quantitativamente a discrepância entre carga solicitante e resistência real do concreto em cada direção. Essa análise numérica foi base para aferir o risco estrutural antes do reforço.

As envoltórias de momento mínimo (Figura 2) calculadas pelo TQS® revelaram que, em todos os lances do P17, o momento resistente inicial era menor do que o solicitante. Esse diagnóstico estruturou a necessidade de reforço: o pilar não atingia a capacidade requerida, confirmando a insuficiência.

Figura 2 - Envoltórias de momento (tf.m) resistente e solicitante para a seção inicial do pilar P17.



Fonte: Acervo dos autores (2025).

Foi verificado também que o pilar P17 com resistência à compressão de 33,2 MPa no primeiro lance, apresentava instabilidade devido ao momento

de segunda ordem, que pode ser justificada principalmente pela altura do lance (3,9 metros). Neste caso, o aumento de seção é essencial para reduzir a esbelteza do pilar.

Reforço estrutural

OPÇÕES DE REFORÇOS

Antes de definir a solução adotada, foi realizada uma revisão crítica de algumas das principais técnicas de reforço em pilares.

Confinamento com métodos passivos

Este tipo de reforço, usa camadas externas de polímeros reforçados com fibras (por exemplo, fibra de carbono) ou armaduras de aço para restringir deformações. Segundo Carrazedo (2002), esse reforço aumenta a resistência axial e a ductilidade do pilar. Contudo, como só atua após dilatação do concreto (Jianghao *et al.*, 2023), seu efeito é retardado e limitado sob cargas rápidas. A adesão no local de contato e a compatibilidade de deformações são críticos.

Confinamento com métodos ativos

O confinamento ativo envolve pré-tensão de cintas de aço ou enrolamento de ligas SMA (Shape Memory Alloy) em torno do pilar antes da carga. Essa pressão inicial impede a abertura de fissuras e posterga danos internos, elevando a resistência além do confinamento passivo. Pesquisas de Sajal *et al.* (2020) indicam melhor desempenho pós-pico e maior capacidade em regiões sísmicas. Porém, exige maquinário especializado (protensão) ou materiais avançados.

Encamisamento com perfis metálicos

O encamisamento com perfis metálicos consiste em “gaiolas” de perfis de aço (U, I ou ângulos) presa externamente ao pilar e preenchida com graute. Esse método combina a alta resistência e ductilidade do aço à intervenção

relativamente rápida, permitindo manter o edifício em operação. Souza & Ripper (1998) ressaltam que a preparação da superfície e a fixação (por chumbadores e injeção de resina epóxi) são fundamentais para garantir a solidariedade entre aço e concreto. Cánovas (1988) observa que, quando bem detalhado (ângulos nos cantos interligados), o encamisamento metálico transmite eficientemente os esforços e aumenta significativamente tanto a resistência axial quanto a rigidez inicial do pilar.

Aumento da seção de concreto

Adiciona novas camadas de concreto armado ao redor do pilar existente, normalmente usando graute para garantir monoliticidade e preencher vazios. Esse reforço eleva a área resistente e a rigidez do elemento. O aumento de seção costuma ser solução eficaz para aumentar substancialmente a capacidade de carga do pilar. Estudos experimentais de Mesquita *et al.* (2016) demonstraram que pilares com seção de 12cm x 25cm reforçados com aumento de seção de 3,5 cm, suportaram, em média, de 3,96 a 4,28 vezes a carga última dos originais, chegando a aproximadamente 94% da capacidade de um pilar monolítico equivalente.

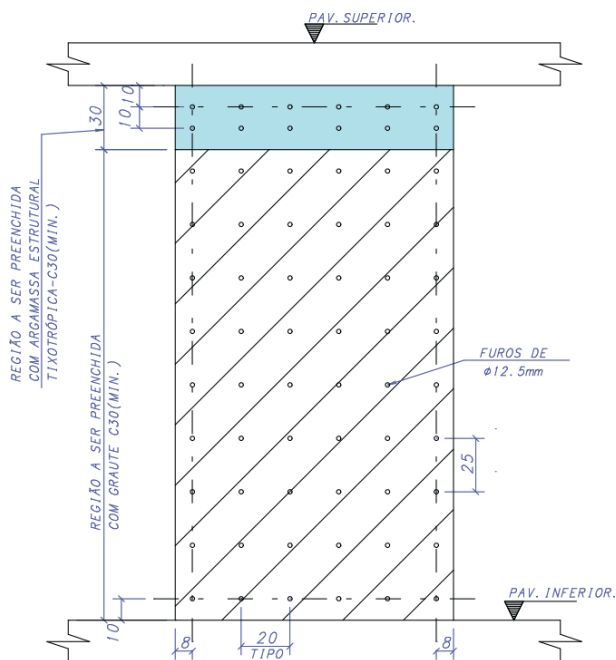
TÉCNICA DE REFORÇO ADOTADO

Na prática, a técnica de aumento de seção com concreto é amplamente utilizada devido à sua combinação de viabilidade técnica, simplicidade executiva e competitividade econômica. Por empregar materiais convencionais (como graute, argamassa estrutural e aço CA-50), trata-se de um método bem difundido entre projetistas e equipes de obra, o que reduz a complexidade da execução e facilita o controle de qualidade. Além disso, apresenta custo relativamente baixo quando comparado a soluções como o uso de fibras de carbono ou perfis metálicos, especialmente em situações onde há espaço disponível ao redor do elemento estrutural. Outro fator decisivo é a compatibilidade com o cronograma da obra: sendo uma técnica de rápida implementação, permite a continuidade da construção com ajustes pontuais, sem a necessidade de paralisações prolongadas ou aquisição de materiais especiais. Não é possível

afirmar com certeza qual fator foi determinante para a adoção dessa solução específica na obra estudada, mas é provável que tenha sido influenciada por um ou mais desses aspectos em conjunto.

Dada a técnica de reforço, para os pilares com resistência insuficiente, definiu-se que o reforço seria executado aumentando a seção transversal do pilar em apenas uma das faces. No modelo, considerou-se a seção reforçada como monolítica com a original, assumindo perfeita solidarização. O projeto executivo especificou um acréscimo de 10 cm de espessura na face ortogonal a menor dimensão do pilar (a nova seção do pilar é de 45cm x120 cm). Na prática, usou-se graute na porção inferior e argamassa estrutural tixotrópica nos 30 cm superiores do reforço para evitar escorrimento (Figura 3).

Figura 3 - Disposição dos furos de ancoragem e região de preenchimento graute/argamassa.



Fonte: Acervo dos autores (2025).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados apresentados na Figura 2, evidenciaram uma insuficiência generalizada da capacidade resistente nos três lances do pilar P17 analisados,

com os esforços atuantes ultrapassando, de forma recorrente, os limites de resistência em ambas as direções. No primeiro lance, a direção X apresentou uma solicitação cerca de 10% acima da resistência disponível. No segundo lance, a situação se tornou mais severa, com a direção X registrando uma solicitação 90% superior à resistência, e a direção Y também superando o limite em 10%. A condição mais crítica identificada na Figura 2, ocorre no terceiro lance, onde os esforços aplicados chegaram a ser oito vezes maiores que a resistência calculada na direção X e mais de cinco vezes superiores na direção Y, demonstrando a gravidade do quadro e a necessidade imediata de reforço. A Tabela 2 mostra a relação momento solicitante/resistente para este caso.

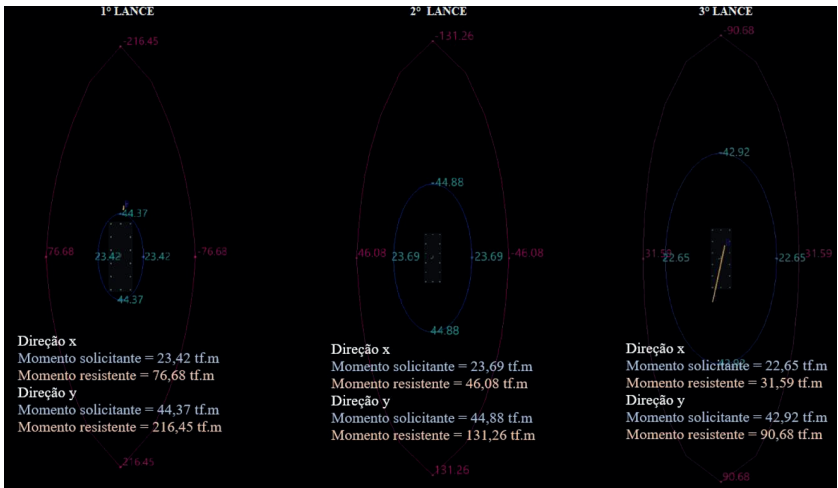
Tabela 2 - Valores de momento solicitante/resistente para a seção inicial do P17.

Lance	Direção X	Direção Y
1°	1,1	0,5
2°	1,9	1,1
3°	8,0	5,1

Fonte: Acervo dos autores (2025).

Entretanto, adotado o reforço, os problemas relativos a falta de resistência foram resolvidos para os três lances do pilar P17, neste caso, as envoltórias de momento resistente aumentaram significativamente seu domínio (Figura 4).

Figura 4 - Envoltórias de momento (tf.m) resistente e solicitante para a seção reforçada do pilar P17.



Fonte: Acervo dos autores (2025).

A partir do aumento da menor dimensão do pilar de 35 cm para 45 cm, houve uma melhora significativa do momento resistido pelo pilar, sendo que a pior situação verificada (no terceiro lance), mostrou que a solicitação do pilar é 70% da resistência (Tabela 3).

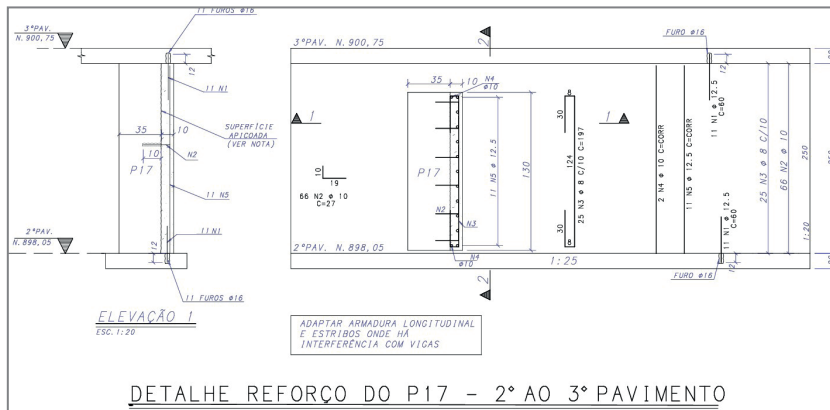
Tabela 3 - Valores de momento solicitante/resistente para a seção reforçada do P17.

Lance	Direção X	Direção Y
1º	0,3	0,2
2º	0,5	0,3
3º	0,7	0,5

Fonte: Acervo dos autores (2025).

A armadura da solução de reforço estrutural adotada pelo projetista para o pilar P17 (Figura 5), se deu com 11 barras longitudinais com diâmetro de 12,5 mm e barras transversais (estribos) de 8,0 mm de diâmetro a cada 10 centímetros, além das armaduras de ancoragem e ligação da estrutura existente com o reforço. Toda essa armadura visa garantir que o pilar trabalhe como uma seção monolítica, uma vez que o dimensionamento do reforço foi baseado nessa premissa.

Figura 5 - Detalhe de armadura do projeto de reforço.



Fonte: Acervo dos autores (2025).

Por fim, a Figura 6 apresenta um dos pilares reforçados in loco.

Figura 6 - Seção do pilar reforçada.



Fonte: Acervo dos autores (2025).

CONCLUSÕES

Neste estudo, evidenciou-se que os ensaios de compressão em corpos-de-prova revelaram resistências inferiores às especificadas em projeto, indicando falhas na concretagem. Esse diagnóstico precoce foi possível graças ao controle tecnológico rigoroso da obra. No pilar P17, cuja resistência dos corpos de prova equivalente estava abaixo do f_{ck} (entre 24,5 MPa e 33,2 MPa, Tabela 1), a análise estrutural mostrou que as cargas solicitantes superavam de forma alarmante a capacidade resistente inicial do pilar (chegando a até oito vezes no lance 3, Figura 2 e Tabela 2). Tal discrepância crítica confirma a gravidade da situação encontrada e reforça a necessidade urgente de intervenção estrutural nesse elemento.

Como solução para o pilar crítico, optou-se pelo aumento da seção transversal em uma de suas faces, acrescentando-se 10 cm de espessura com aplicação de graute na parte inferior e argamassa estrutural tixotrópica na parte superior (Figura 3), além da inclusão de armaduras longitudinais e transversais que asseguram o comportamento monolítico do reforço (Figura 5). Esse procedimento elevou substancialmente a capacidade resistente do pilar original, conforme previsto na literatura. De fato, a análise pós-reforço indicou ganho expressivo de resistência: as solicitações nos três lances do P17 passaram a ficar bem abaixo da capacidade (no pior caso em torno de 70%, Figura 4 e Tabela 3), eliminando também o risco de flambagem detectado anteriormente no primeiro lance.

Além disso, este trabalho tem importantes implicações práticas. O protocolo de avaliação adotado, integrando organização dos ensaios laboratoriais, e modelagem computacional, pode servir de modelo para intervenções em outras obras com condições análogas, oferecendo um roteiro sistemático para reabilitações. A técnica de aumento de seção empregou materiais convencionais e procedimentos executivos simples, conferindo viabilidade econômica e facilidade de implementação sem interromper significativamente o cronograma da obra. Em síntese, conclui-se que o reforço adotado foi eficaz em corrigir as deficiências do pilar exemplificado neste estudo, assim como dos que não foram detalhados, e que o protocolo apresentado pode ser replicado em outras edificações com falhas na resistência do concreto, contribuindo para a segurança e a durabilidade estrutural das obras.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro. 2023.

CÁNOVAS, M. F. **Patologia e terapia do concreto armado**. 1ª. ed. São Paulo: Pini, 1988.

CARRAZEDO, R. **Contribuição ao estudo do reforço de pilares de concreto armado com chapas metálicas**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

JIANGHAO, J. *et al.* Performance of concrete columns actively strengthened with hoop confinement: A state-of-the-art review. **Structures: Research Journal of the Institution of Structural Engineers**, Maio 2023. p. 462-477.

MESQUITA, A. *et al.* Análise experimental de reforço de pilares em concreto armado, com chumbadores metálicos. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, São Paulo, v. 9, n. 5, outubro 2016, p. 796-823.

SAJAL, D.; MONJUSHA, S.; ARJAN, D. Active confinement for strenght and ductility enhancement of concrete using Fe-SMA strips. **17th World Conference on Earthquake Engineering**, Sendai, Japão, Setembro. 2020.

SOUZA, C.; RIPPER, T. **Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. 2ª. ed. São Paulo: Pini, 2009.

MODELO ESTRUTURAL PARA A ANÁLISE DE LAJE EM PONTE DE CONCRETO: VIADUTO DA ENEL EM GOIÂNIA

Thiago Rodrigues Carvalho
Universidade de São Paulo (USP)

Zénon G. Del Prado
Universidade Federal de Goiás (UFG)

RESUMO

O estudo do comportamento dinâmico linear e não linear de estruturas é uma área da engenharia que tem recebido constante atenção nas últimas décadas, isso decorre da construção de estruturas cada vez mais leves e esbeltas, fazendo com que problemas de vibração devam ser levados em consideração durante o projeto. Estruturas sujeitas a massas móveis podem ser encontradas em várias áreas da engenharia, exemplos podem ser vistos em pontes, estradas ou estruturas aeroespaciais, onde constantemente há uma interação entre a estrutura em contato com massas móveis provocando diversos tipos de vibrações. Assim, o estudo desse tipo de problema dinâmico é uma motivação constante para engenheiros e cientistas. Nesse sentido, este trabalho busca estudar o comportamento dinâmico linear e não-linear de placas elásticas quando submetidas à ação de massas móveis. Para aplicação prática do modelo estrutural é analisada a laje de acesso do viaduto da Enel em Goiânia, o qual faz a ligação da rua 117 no setor Leste Universitário à Avenida Rio Preto no Jardim Novo Mundo. Esse modelo estrutural permite avaliar os efeitos dinâmicos de uma carga móvel de projeto que passe pelo viaduto. Além disso, o modelo permite considerar as condições de contorno do viaduto, como o fato de estar simplesmente apoiado em vigas nos contornos e possuir metade da estrutura da laje apoiada sobre um maciço de solo.

Palavras-chave: dinâmica não linear; placas elásticas; carga móvel; viaduto.

INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento dinâmico linear e não linear de estruturas é uma área da engenharia que tem recebido constante atenção nas últimas décadas, isso decorre da construção de estruturas cada vez mais leves e esbeltas, fazendo com que problemas de vibração devam ser levados em consideração durante o projeto. Muitas investigações têm sido desenvolvidas para tentar compreender a resposta não linear de sistemas estruturais, como elementos de placa submetidos ao carregamento de massa móvel.

Na literatura encontra-se vários trabalhos relacionados ao estudo de placas sob a ação de massas móveis, dentre eles pode-se mencionar o trabalho inicial de Gbadeyan e S.T. Oni (1995) que estudaram a resposta dinâmica de vigas e placas sob cargas móveis, mais recentemente Nikkhoo, F. R. Rofooei (2012) e Awodola, S. T. Oni (2013) fizeram um estudo paramétrico sobre a influência de massas móveis sob placas elásticas com e sem base elástica. Nos últimos anos, Foyouzat *et al.* (2018), Rofooei *et al.* (2017) e Seifoori *et al.* (2021) estudaram a resposta numérica e experimental de placas elásticas, viscoelásticas lineares e não lineares quando submetidas à ação de massas móveis, onde foi mostrada a importância do estudo de placas com massas móveis e ainda a necessidade de estudos mais aprofundados neste tema.

Nesse sentido, este trabalho busca estudar o comportamento dinâmico linear e não-linear de placas elásticas quando submetidas à ação de massas móveis. Para aplicação prática do modelo estrutural é analisada a laje de acesso do viaduto da Enel em Goiânia, o qual faz a ligação da rua 117 no setor Leste Universitário à Avenida Rio Preto no Jardim Novo Mundo. Esse modelo estrutural permite avaliar os efeitos dinâmicos de uma carga móvel de projeto que passe pelo viaduto. Além disso, o modelo permite considerar as condições de contorno do viaduto, como o fato de estar simplesmente apoiado em vigas nos contornos e possuir metade da estrutura da laje apoiada sobre um maciço de solo.

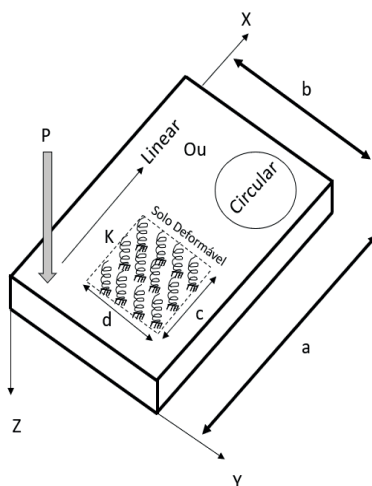
FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Esta seção apresenta a formulação matemática aplicada com base na teoria de placas elásticas, desenvolvida a partir das equações de equilíbrio dinâmico não linear considerando a teoria de Von Karmán e a solução por meio

da aplicação do método de Galerkin. A implementação computacional utiliza o programa de álgebra simbólica Maple, nessa implementação são considerados todos os termos referentes ao efeito das massas móveis com o intuito de avaliar a influência de cada termo na resposta geral da estrutura.

Considera-se uma placa simplesmente apoiada de dimensões a e b , espessura h , com módulo de elasticidade E , coeficiente de Poisson ν , densidade ρ e parcialmente apoiada sobre uma base elástica com rigidez K ao longo de uma região retangular de dimensão c e d . A placa está submetida a uma massa M que pode deslocar de forma retilínea com velocidade v ou de forma circular com velocidade angular ω . O campo de deslocamentos transversal da placa é $W(x,y,t)$. Na Figura 1 pode-se observar a descrição geral da placa.

Figura 1 – Modelo para Análise Dinâmica de Placas em Base Elástica: Carga Móvel com Trajetórias Retilínea e Circular.



A equação diferencial de equilíbrio dinâmico da placa é dada pela Eq. 1,

$$\begin{aligned}
 D \frac{\partial^4}{\partial x^4} W(x, y, t) + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} W(x, y, t) + \frac{\partial^4}{\partial y^4} W(x, y, t) \\
 + h \frac{\partial^2}{\partial t^2} W(x, y, t) - \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, y, t) + \frac{\partial^4}{\partial y^2 \partial t^2} W(x, y, t) \\
 + ch \frac{\partial}{\partial t} W(x, y, t) + KW(x, y, t)H1 - f(x, y, t) = 0
 \end{aligned} \quad (1)$$

onde $H1$ é um parâmetro definido em termos da função *Heaviside*.
 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ representa a rigidez à flexão da placa, a é o parâmetro de rigidez
e $f(x,y,t)$ é a carga externa.

A carga externa considera o efeito da massa móvel como sendo:

$$f(x,y,t) = -M(g + d_2)dxdy \quad (2)$$

$$\begin{aligned} d_2 = & \frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial x^2} \left(\frac{dX(t)}{dt} \right)^2 + \frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial y^2} \left(\frac{dY(t)}{dt} \right)^2 \\ & + 2 \frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial x \partial y} \frac{dX(t)}{dt} \frac{dY(t)}{dt} + 2 \frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial x \partial t} \frac{dX(t)}{dt} \\ & + 2 \frac{\partial^2 W(x,y,t)}{\partial x \partial t} \frac{dY(t)}{dt} + \frac{\partial W(x,y,t)}{\partial x} \frac{d^2 X(t)}{dt^2} \\ & + \frac{\partial W(x,y,t)}{\partial y} \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} \end{aligned} \quad (3)$$

Onde $X(t)$ e $Y(t)$ são a velocidade nas direções x e y , respectivamente.

As equações 4, 5 e 6 representam a trajetória circular da massa móvel, sendo T o período, ω a frequência angular, R é o raio da trajetória circular, ϕ é um percentual da frequência natural da placa para movimento circular, X_t e Y_t são as coordenadas cartesianas da trajetória da carga em função do tempo.

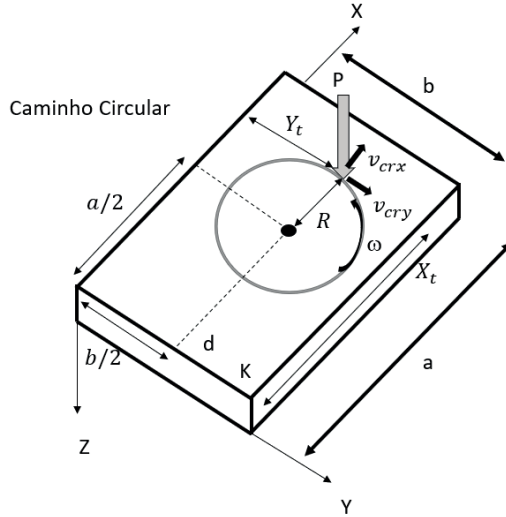
$$vcr_x = \frac{2a}{T} \quad vcr_y = \frac{2b}{T} \quad (4)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = \phi \omega_2 \quad (5)$$

$$X_t = R \cos(\omega t) + \frac{a}{2} \quad Y_t = R \sin(\omega t) + \frac{b}{2} \quad (6)$$

A Figura 2 ilustra o caso do modelo com trajetória circular. A partir desse modelo é possível determinar o ponto central da trajetória circular, o raio, as acelerações e as velocidades. Dessa forma, fica determinado por completo a trajetória da massa móvel para o caso de um movimento circular.

Figura 2 – Modelo para Trajetória Circular.



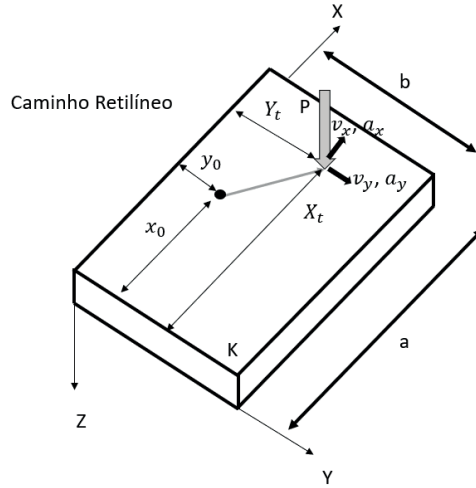
As equações da trajetória da massa móvel para movimento retilíneo são dadas pelas equações 7 e 8. Os termos v_x e v_y são as projeções do vetor velocidade nas direções dos eixos cartesianos x e y , respectivamente. Os termos V_x e V_y são percentuais da velocidade crítica nas direções dos eixos x e y , respectivamente. Os parâmetros v_{crx} e v_{cry} são as velocidades críticas. Os termos x_0 e y_0 referem-se às coordenadas iniciais da carga móvel retilínea. Os termos a_x e a_y são as acelerações do movimento retilíneo nas direções x e y , respectivamente. O termo t refere-se ao parâmetro tempo. E os termos X_t e Y_t referem-se às posições cartesianas da massa móvel em função do tempo.

$$v_x = V_x v_{crx} \quad v_y = V_y v_{cry} \quad (7)$$

$$X_t = x_0 + v_x t + \frac{a_x t^2}{2} \quad Y_t = y_0 + v_y t + \frac{a_y t^2}{2} \quad (8)$$

A Figura 3 apresenta a configuração do modelo estrutural da placa para o caso de trajetória retilínea. Nesse modelo é preciso especificar as coordenadas iniciais da carga móvel, bem como as velocidades e as acelerações nas direções dos eixos cartesianos.

Figura 3 – Modelo para Trajetória Retilínea.



O campo de deslocamentos transversal W pode ser aproximado por uma expansão em série de trigonométrica de senos, conforme apresentado na Equação 9 e que satisfaz as condições de contorno da placa.

$$W(x, y, t) = \sum_m^{NM} \sum_n^{NN} q_i(t) \text{sen}\left(\frac{(2m-1)\pi x}{a}\right) \text{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi y}{b}\right) \quad (8)$$

Aplicando o método de Galerkin, é possível encontrar um sistema de equações diferenciais ordinárias de equilíbrio dinâmico que representam o comportamento da placa e que foram resolvidas usando o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

RESULTADOS

Para aplicação prática do modelo estrutural é analisada a laje de acesso do viaduto da Enel em Goiânia, o qual faz a ligação da rua 117 no setor Leste Universitário à Avenida Rio Preto no Jardim Novo Mundo. A Figura 4 ilustra o contorno do problema em análise.

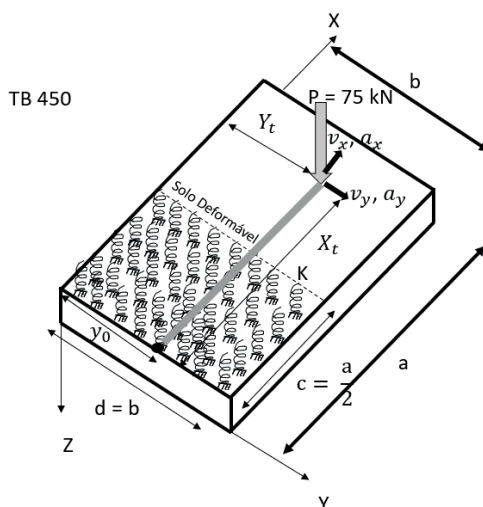
Figura 4 – Viaduto da Enel: ligação da rua 117 no setor Leste Universitário à Avenida Rio Preto no Jardim Novo Mundo.



Fonte: Adaptado Prefeitura de Goiânia (2022).

A partir dessa estrutura real foi construído o modelo matemático apresentado na Figura 5. Esse modelo estrutural permite avaliar os efeitos dinâmicos de uma carga móvel de projeto que passe pelo viaduto. Além disso, o modelo permite considerar as condições de contorno do viaduto, como o fato de estar simplesmente apoiado em vigas nos contornos e possuir metade da estrutura da laje apoiada sobre um maciço de solo. A fim de representar a reação do solo será considerado um apoio em molas, com coeficiente de elasticidade compatível com a deformação de solos argilosos.

Figura 5 – Modelo para Análise Dinâmica da Laje de Acesso do Viaduto.



A fim de representar a carga de projeto será considerado o veículo tipo da norma de pontes, o TB-450. Essa especificação define o trem tipo rodoviário brasileiro caracterizado pelo veículo de 450 kN, com seis rodas $P=75$ kN (7,5 tf). Aplicando esse carregamento e considerando os efeitos dinâmicos reais da carga em movimento é possível desenvolver diversas aplicações práticas a partir do modelo. As dimensões consideradas são $a = 15$ m, $b = 5$ m, $c = 7,5$ m, $d = 5$ m e a espessura da placa possui $h = 0,15$ m. O módulo de elasticidade longitudinal da placa de concreto é de 36 GPa. O coeficiente de Poisson é de 0,25. A constante K do solo foi estimada em 1×10^5 N/m². A Figura 6 (a) apresenta a trajetória retilínea do veículo ao longo da laje do viaduto. Para a consideração do movimento retilíneo na pista, considerou-se a velocidade constante na direção x , com magnitude de 90% da velocidade crítica. A Figura 6 (b) apresenta a trajetória circular do veículo dentro do viaduto. Essa situação será considerada com um raio de 1,5 m e com uma frequência de rotação de 10% da frequência natural da placa.

Figura 6 - (a) – Caminho do Veículo ao Longo da Laje do Viaduto: trajetória retilínea.

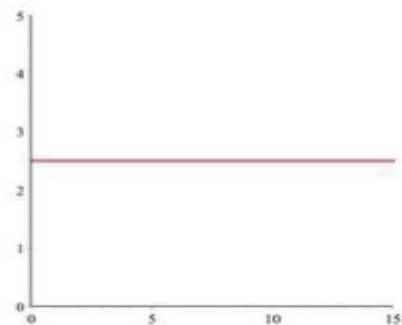
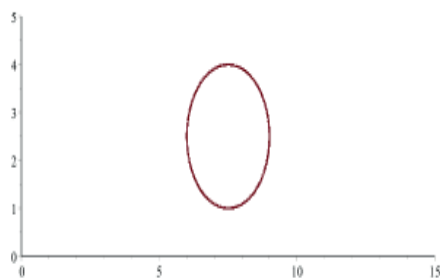


Figura 6 - (b) – Caminho do Veículo ao Longo da Laje do Viaduto: trajetória circular.



A partir da solução da equação de equilíbrio e das equações de contorno do problema, é possível determinar o campo de deslocamentos da estrutura da placa ao longo do tempo. A Figura 7 apresenta a animação do deslocamento da placa à medida que a massa móvel se desloca ao longo da placa. Como pode ser observado, a placa reage mostrando que a placa vai deslocando gradativamente com a trajetória da massa. A Figura 7 (a) ilustra o caso de trajetória retilínea e a (b) mostra o caso da trajetória circular.

Figura 7 (a) – Deslocamentos pela Análise Dinâmica: trajetória retilínea.

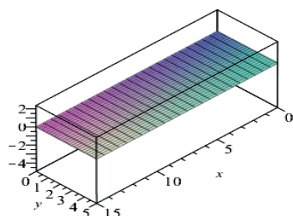


Figura 7 (b) – Deslocamentos pela Análise Dinâmica: trajetória circular.

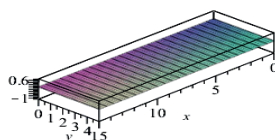


Figura 7 (a) – Deslocamentos pela Análise Dinâmica: trajetória retilínea.

Figura 7 (b) – Deslocamentos pela Análise Dinâmica: trajetória circular.

A Figura 8 apresenta os deslocamentos de pontos específicos da placa para o caso de movimento retilíneo, assim a Figura 8 (a) ilustra o deslocamento vertical do ponto médio da placa para o caso retilíneo e a Figura 8 (b) caracteriza o deslocamento vertical do ponto que acompanha a massa móvel para o caso de movimento retilíneo. Pode-se observar que o ponto médio apresenta deformação máxima maior que o ponto que acompanha a massa móvel.

Figura 8 (a) – Deformação do Ponto Médio da Placa: caminho retilíneo.

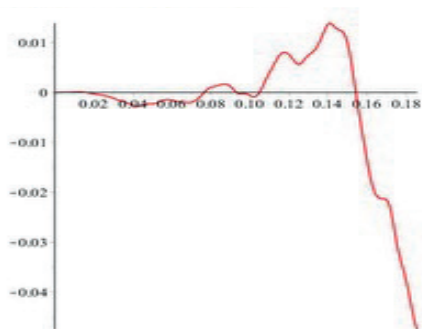
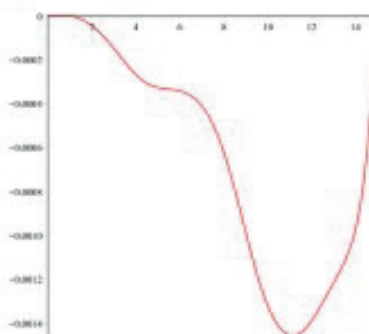


Figura 8 (b) – Deformação do Ponto da Massa Móvel: caminho retilíneo.



A Figura 9 apresenta os deslocamentos de pontos específicos da placa para o caso de trajetória circular, assim a Figura 9 (a) ilustra o deslocamento vertical do ponto médio da placa para o caso circular e a Figura 9 (b) caracteriza o deslocamento vertical do ponto que acompanha a massa móvel também para

o caso de movimento circular. Pode-se observar que os deslocamentos máximos para o caso circular são menores que para o caso retilíneo para este modelo.

Figura 9 (b) – Deformação do Ponto da Massa Móvel: caminho circular.

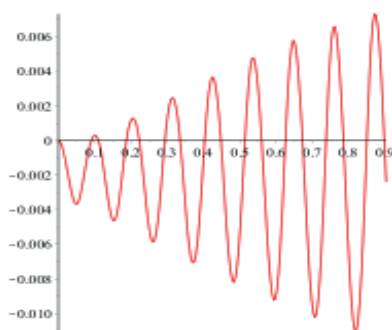
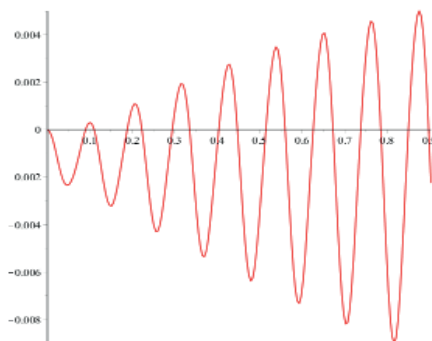


Figura 9 (b) – Deformação do Ponto da Massa Móvel: caminho circular.



Por fim, a partir do campo de deslocamentos e das propriedades da placa é possível determinar os esforços solicitantes da placa. A Figura 10 (a) apresenta a variação dos momentos fletores na placa para o caso de movimento retilíneo e Figura 10 (b) apresenta o mesmo esforço para o caso da trajetória circular. A partir desses momentos é possível desenvolver o dimensionamento da estrutura para o estado limite último. Pode-se observar que os momentos para a trajetória circular apresentam ponto de máximo maior que para o caso retilíneo.

Figura 10 (a) – Variação dos Momentos na Placa: trajetória retilínea.

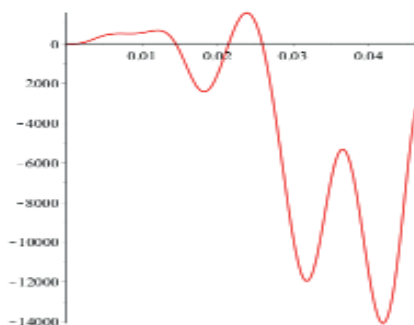
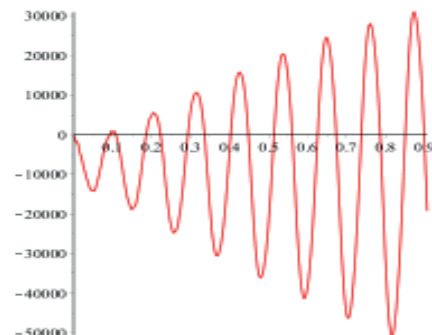


Figura 10 (b) – Variação dos Momentos na Placa: trajetória circular.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho estudou-se o comportamento dinâmico linear e não linear de placas elásticas quando submetidas à ação de massas móveis. Também, avaliou-se a influência de diferentes parâmetros como massa, velocidade, percurso e geometria da placa na resposta dinâmica do sistema.

Além disso, o trabalho permitiu avaliar um caso real de um viaduto de Goiânia submetido a um carregamento móvel. O modelo matemático permitiu considerar as diversas condições de contorno, tanto o apoio em molas para simular o comportamento do solo, quanto o movimento de cargas sobre o pavimento da laje estrutural. A partir da solução do modelo foi possível avaliar os campos de deslocamentos e deformação da placa, bem como analisar seus momentos fletores que podem ser utilizados para fins de dimensionamento estrutural.

Os resultados contribuem com o entendimento da ação de massas móveis na resposta dinâmica de placas elásticas considerando diversas massas, velocidade e condições de contorno das placas. Além disso, a pesquisa fornece bases para o projeto de placas sob diversas condições de massas móveis.

Para futuros trabalhos sugere-se a análise experimental, para a mesma faixa de grandeza estudada, de maneira a proporcionar a validação dos modelos computacionais e eventuais correções de coeficientes.

REFERÊNCIAS

- [1] M.A. Foyouzat, H.E. Estekanchi, M. Mofid. An analytical-numerical solution to assess the dynamic response of viscoelastic plates to a moving mass. *Applied Mathematical Modelling* (2018) 54, 670–696.
- [2] J. Gbadeyan e S.T. Oni. Dynamic behaviour of beams and rectangular plates under moving loads. *Journal of Sound and Vibration* (1995) 182(5), 667-695.
- [3] F. R. Rofooei, A. Enshaeian, A. Nikkhoo. Dynamic response of geometrically nonlinear, elastic rectangular plates under a moving mass loading by inclusion of all inertial components. *Journal of Sound and Vibration* (2017) 394, 497–514.
- [4] T. O. Awodola, S. T. Oni. Dynamic response to moving masses of rectangular plates with general boundary conditions and resting on variable winkler foundation. *Latin American Journal of Solids and Structures* (2013) 10, 301 – 322.

- [5] S. Seifoori, A. M. Parrany, S. Darvishinia. Experimental studies on the dynamic response of thin rectangular plates subjected to moving mass. *Journal of Vibration and Control* (2021), Vol. 27(5–6), 685–697.
- [6] Enshaeian, F. R. Rofooei. Geometrically nonlinear rectangular simply supported plates subjected to a moving mass. *Acta Mech* (2014) 225, 595–608.
- [7] Ali Nikkhoo, F. R. Rofooei. Parametric study of the dynamic response of thin rectangular plates traversed by a moving mass. *Acta Mech* (2012) 223, 15–27.
- [8] Taylor, John R. *Mecânica Clássica*. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SOBRE OS ORGANIZADORES

Matheus Barreto de Góes

Doutorando em Ambiente Construído e Patrimônio Sustentável pela Universidade Federal de Minas Gerais, Mestrado em Engenharia de Construções pela Universidade Federal de Ouro Preto, Especializações nas áreas de Engenharia de Segurança do Trabalho, Engenharia de Obras, Engenharia Elétrica, Educação Ambiental e Sustentabilidade. Atuação como professor pelo Centro Universitário UNA, nos cursos de graduação em Arquitetura e Urbanismo, e vários cursos de pós-graduação, atuação como professor pelo IF Sul de Minas, *Campus* Muzambinho nos cursos Técnico em Edificações e Técnico em Segurança do Trabalho.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0793670348344093>

Gleidson Martins Da Costa

É professor do Centro Territorial de Educação Profissional (CETEP II - SEC/BA), lecionando nos cursos Técnico de Edificações e Técnico de Desenho de Construção Civil. Foi professor substituto no curso Técnico em Edificações e na graduação em Engenharia Civil do Instituto Federal do Mato Grosso do Sul (IFMS). Possui mestrado em Engenharia Civil pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (PEC) da Escola Politécnica de Pernambuco -UPE/POLI, especialização em Docência na Educação Profissional pelo Instituto Federal de Alagoas (IFAL) e graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Foi bolsista do PET Engenharias (Programa de Educação Tutorial MEC/SESu), onde desenvolveu atividades de ensino, pesquisa e extensão. Participou do Programa Ciência sem Fronteiras, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), estudando na Universidade do Alabama (The University of Alabama, Tuscaloosa, EUA) durante o período de um ano e cinco meses. Tem experiência na área de Planejamento Urbano Sustentável, Avaliação Pós-ocupação em Habitação de Interesse Social, Conforto Ambiental e Desempenho Térmico em edificações, trabalhando com simulação termoenergética de edificações.

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/3947136250002631>

ÍNDICE REMISSIVO

A

Análise Dinâmica: 54, 58, 60

Análise Estrutural: 48

Análise não Linear: 24, 25

C

Capacidade Resistente: 38, 42, 45, 48, 49

Concreto Armado: 8, 9, 10, 18, 22, 37, 38, 39, 44, 49

Controle Tecnológico: 38, 40, 48

D

Durabilidade: 9, 10, 11, 24, 49

E

Estruturas: 8, 9, 10, 11, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 35, 36, 38, 39, 49, 50, 52, 53

Estruturas de Concreto: 8, 9, 10, 11, 21, 22, 23, 24, 38, 39, 49, 50

P

Pilares: 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 47, 49

Placas: 24, 25, 26, 27, 32, 35, 36, 52, 53, 54, 62

R

Reforço Estrutural: 37, 38, 39, 43, 47

S

Soluções Analíticas: 24, 35

T

Teoria de Placas: 26, 53

V

Vida Útil: 9, 10, 11, 22



científica digital



VENDA PROIBIDA - ACESSO LIVRE - OPEN ACCESS



www.cientificadigital.org | contato@cientificadigital.org