Sobre o que não há

o Zero, o Vazio e o Vácuo

Beatriz Rodrigues Morais | Maira Regiane Ventura Rocha | Naubert Mendes Silva | Raquel Anna Sapunaru
(Orgs.)

Por vivermos em uma época do coetâneo, onde espaço, tempo e lugar já não são mais entendidos como dicotomias, mas como expressões de uma singularidade – como as mônadas leibnizianianas –, colocar em um plano de problematização as "certezas" científicas engendrando Matemática e Física não apenas apresenta um original estudo contemporâneo como, também, expressa um modo de fazer filosofia. Neste livro, os autores constituem esse "modo de fazer filosofia" sem deixar de lado os "fatos" históricos, os axiomas matemáticos, as enunciações físicas e os conservadorismos filosóficos. No entanto, ao invés de afirma-los como verdades absolutas, os colocam no plano movediço da invenção, demonstrando, assim, uma entrada – a partir de uma epistemologia cosmológica – em um universo inacabado. As palavras que compõem o texto se distribuem em três hastes (ou filamentos): zero, vazio e vácuo. A falta, aqui, de um artigo definido não se trata de um "mero" erro gramatical, mas a afirmação desse plano movediço que os autores criam, pois dizer o zero e/ou o vazio é, tão somente, a invenção de um lugar, desse o identitário e unitário. Ao desejarem pensar zero, vazio e vácuo, expressam, neste livro, a potência das coisas inventarem lugares, espaços e tempos, afirmando, assim, uma coetaneidade e, portanto, expressam, com um artigo indefinido, um zero, um vazio e um vácuo, modos com os quais estes são operados na Ciência. Além de ser um estudo epistemológico destas ideias, este livro nos deixa múltiplas possibilidades de questionar os fundamentos científicos tradicionais operando, para além da reprodução de uma Ciência Axiomática, uma ciência problemática.

Prof. Diego de Matos Gondim

9 788556 963697

CC BY SA

editora fi
www.editorafi.org

Sobre o que não há

Reitor: Professor Gilciano Saraiva Nogueira

Vice-Reitor: Professor Cláudio Eduardo Rodrigues

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação: Professor Leandro Silva Marques

Diretor de Pesquisa: Professor André Rodrigo Rech

Sobre o que não há

O zero, o vazio e o vácuo

Organizadores:
Beatriz Rodrigues Morais
Maira Regiane Ventura Rocha
Naubert Mendes Silva
Raquel Anna Sapunaru

φ editora fi

Diagramação: Marcelo A. S. Alves
Capa: Carole Kümmecke - https://www.behance.net/CaroleKummecke
Revisão linguística e normativa: Nárllen Dayane Advíncula Miguel
Arte da capa: Lorena Souza e Silva

O padrão ortográfico e o sistema de citações e referências bibliográficas são prerrogativas de cada autor. Da mesma forma, o conteúdo de cada capítulo é de inteira e exclusiva responsabilidade de seu respectivo autor.

Todos os livros publicados pela Editora Fi
estão sob os direitos da Creative Commons 4.0
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pt_BR

http://www.abecbrasil.org.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

MORAIS, Beatriz Rodrigues; ROCHA, Maira Regiane Ventura; SILVA, Naubert Mendes; SAPUNARU, Raquel Anna (Orgs.)

Sobre o que não há: o zero, o vazio e o vácuo [recurso eletrônico] / Beatriz Rodrigues Morais; Maira Regiane Ventura Rocha; Naubert Mendes Silva; Raquel Anna Sapunaru (Orgs.) -- Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2018.

105 p.

ISBN - 978-85-5696-369-7

Disponível em: http://www.editorafi.org

1. Filosofia; 2. Ontologia; 3. Epistemologia; 4. Metafísica; I. Título

CDD: 100

Índices para catálogo sistemático:
1. Filosofia 100

Agradecimentos

Dizer que foi fácil ser co-autora desse livro é estar mentido. Foi um trabalho que ampliou meus horizontes na Filosofia, área que, mesmo que seja bem complexa de entender, é encantadora! Para superar todas essas dificuldades, contei com o apoio da minha mãe que sempre estava ao meu lado para ouvir as minhas reclamações e me dar apoio moral nas horas que eu mais precisava. Agradeço também à professora Raquel pela orientação e puxões de orelha nas horas certas. Agradeço a todos que me ajudaram direta ou indiretamente, e aos meus colegas de projeto, Filipe e Naubert, que trabalharam comigo nesse um ano de produção do livro.

Beatriz Rodrigues Morais

Agradeço a minha avó pelas primeiras palavras, a minha mãe pelo prazer em sonhar e a minha irmã por me ensinar a fazer tudo com amor. E em especial, à minha professora Raquel por acreditar em mim e me colocar neste projeto maravilhoso.

Maira Regiane Ventura Rocha

Agradeço aos meus pais, familiares e amigos por toda força e incentivo. Sou grato também a professora Raquel Anna Sapunaru, responsável pela elaboração e organização deste projeto, pela oportunidade de fazer parte do mesmo e ao CNPq pela bolsa de Iniciação Científica.

Naubert Mendes Silva

Agradeço ao CNPq pela bolsa de Iniciação Científica do discente e autor Naubert Mendes Silva, à PROACE pela bolsa Integração da discente e autora Beatriz Rodrigues Morais, à discente e autora Maira Regiane Ventura Rocha, ao professor Douglas Frederico Guimarães Santiago pelas diversas colaborações, à revisora professora Nárllen Dayane Advíncula Miguel e ao parceiro de outras publicações, colaborações diversas e pela 4ª capa professor Diego de Matos Gondim.

Raquel Anna Sapunaru

“Nada vem do nada.”
Lucrécio

Sumário

Apresentação **13**
Raquel Anna Sapunaru

Introdução **15**
Raquel Anna Sapunaru

1. O Zero **21**
Beatriz R. Morais; Naubert M. Silva; Raquel A. Sapunaru; Kayque L. C. Dias

2. O Vazio **45**
Beatriz R. Morais; Naubert M. Silva; Raquel A. Sapunaru; Filipe B. Brant

3. O Vácuo **77**
Beatriz R. Morais; Maíra R. V. Rocha; Naubert M. Silva; Raquel A. Sapunaru

Anexo **97**
Raquel Anna Sapunaru; Douglas Frederico Guimarães Santiago

Biografias **105**

Apresentação

Raquel Anna Sapunaru

Este livro é o resultado de um projeto de pesquisa do Instituto de Ciência e Tecnologia, da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, que contou com uma bolsa do CNPq para o discente/autor Naubert Mendes Silva.

Apesar de modesto, o livro reflete a importância do investimento em pesquisas em Filosofia, pois é através destas que os discentes que participaram do projeto puderam desenvolver tanto a escrita filosófica, quanto a de divulgação científica e aprimorar o pensamento crítico, racional e sistemático característicos da própria Filosofia.

A pesquisa realizada girou em torno de estudos ontológicos e epistemológicos sobre o zero, o vazio e o vácuo. Além disso, é quase certo que os resultados obtidos poderão servir de base para outros estudos, mas principalmente para mudar completamente a maneira de pensar de todos os discentes envolvidos.

Por fim, a proposta, ou melhor dizendo, o desafio a que este projeto se propôs a encarar, a saber, adquirir o conhecimento sobre um nada, que tanto representa, foi mais do que cumprido.

Introdução

Raquel Anna Sapunaru

"Nada vem do nada", disse Epicuro. O que disse mesmo Epicuro? Que "o nada" teve sus origem "no nada"? Ou que "o nada" não pode ter sua origem "no nada"? Eis aí uma reflexão e tanto!

***

Em seu polêmico artigo "Sobre o que há", Quine formula de maneira simples e direta uma questão de derradeira complexidade, expressa aqui sem rodeios, a saber: O que realmente existe em todo universo? Ao propor um problema ontológico dessa monta, nessas bases, quase que despreocupadamente, Quine acabou por gerar uma rede intrincada de contradições dadas as respostas possíveis. Existe tudo, existe de tudo uma parte ou um pouco e por mais incrível que possa parecer, nada existe! Todas, são respostas plausíveis, mas aí está o problema.

Para começar, seria possível estabelecer algum tipo de compromisso ontológico com o que existe? Colocando o problema sob outra luz, dizer que uma coisa é diferente da outra, é dizer também que uma das coisas existe e a outra não? Toma-se como exemplo dois tipos de chaves de fenda, com duas pontas diferentes. Uma servirá para apertar um determinado tipo de parafuso, parafuso tipo 'a', e a outra um outro tipo, parafuso tipo 'b'. Poderia haver algum tipo de entendimento do tipo "a chave de fenda que aperta o parafuso do tipo 'a' não existirá para o parafuso do tipo 'b'. Aristóteles, por exemplo, foi um deles, com sua ideia de causa final, isto é, as coisas tem que ter um propósito para sua própria existência.

Uma outra questão interessante que envolve o "nada" é "Como seria possível falar daquilo que não existe?" De acordo com Quine é

possível admitir a existência de certas categorias de coisas, por exemplo, seres mitológicos. Vou tomar a liberdade de utilizar como exemplo o meu favorito: o "grifo". Esse ser seria um híbrido, composto de partes de vários animais, de várias espécies. Os gregos antigos acreditavam que o "grifo" colocaria ovos de ouro, em ninhos de ouro. Particularmente, consegue-se pensar nele com certa facilidade, capturando imagens reais do mundo real para formá-lo, sem precisar atribuir sua existência completa, física, ao mundo real. Os seres mitológicos transitam perfeitamente bem nas mentes humanas. O "grifo" pode muito bem existir em uma obra de arte, por exemplo. Colocando a questão de outro modo, o grifo existiria enquanto uma ideia e isto está perfeitamente de acordo com a resposta "existe tudo", já que uma ideia faz parte do tudo. Todavia, Quine deixa claro em seu texto que não gosta muito dessa solução, visto que o "grifo" não se encontra no espaço-tempo, ou seja, no mundo físico.

Esse é o ponto de partida. O estudo de três coisas que, a principio representam o nada, o não-ser, a não-existência, como preferir, é, no mínimo instigante. Trata-se de um desafio.

O zero, representa uma espécie de não-ser dos objetos matemáticos? Heidegger em seu livro *Que é uma coisa?*, baseado em um curso de inverno no início do século XX, ministrado pelo próprio na Universidade de Friburgo, ao refletir sobre os números de uma forma geral, afirma:

> O número é qualquer coisa que, em sentido próprio, se pode aprender um $\mu\alpha\vartheta\eta'\mu\alpha\tau\alpha$, quer dizer, qualquer coisa de matemático. Para conhecer o três enquanto tal, quer dizer, a triplicidade, as coisas não nos são de nenhum auxílio. O três – que é isso verdadeiramente? O número que, na série natural dos números, se encontra em terceiro lugar. Em <<terceiro>>! O número três existe porque o três existe. E <<lugar>> - de onde vêm os lugares? O três não é o terceiro número, mas o primeiro número, embora não venha em primeiro lugar. (HEIDEGGER, 2002, p.80-81).

A reflexão de Heidegger se aplicaria ao zero? Se sim, de que forma? Qual o lugar que o zero ocuparia? Essas perguntas remetem a próxima coisa, o vazio, a coisa que é tanto física quanto matemática.

Feynman exemplifica essa ideia ao problematizar um aspecto da teoria de cordas, ao dizer que "[...] se nós tentamos calcular até a *distância nula* [vazia], as equações irrompem na figura e nos dão respostas absurdas – coisas como o infinito." (FEYNMAN apud SEIFE, 2001, p.240) (*grifo meu*). Como dito anteriormente, o vazio pode assumir feições matemáticas ou físicas dependendo do substantivo que o precede. Assim, por exemplo, há o conjunto vazio, ou o espaço vetorial matemático vazio, ou a sentença lógica vazia; e o espaço vazio. Sobre a matemática do vazio, Schwartzman, em seu dicionário *The Words of Mathematics*, define o vazio "[...] do Latim *nullus*, composto de *ne* "não" e *ullus* "algum". *Ullus*, por sua vez, vem de um suposto *unulus*, o diminutivo de *unus*, significando o mesmo que seu correlato Inglês um. Então, o nulo do Latim significa literalmente 'nem [sequer] um pequeno um' [...]" (SCHWARTZMAN, 1994, p.147).

Por último, mas não menos importante, tem-se o vácuo. De acordo com o dicionário *Houaiss de Física*, de Roditi, o verbete *vácuo*, do latim *vacuus* está definido como uma "Região espacial que não contém matéria. Na prática, é uma região de gás muito rarefeito e de baixíssima pressão. Na terminologia usual um alto-vácuo significa baixo valor de pressão, tipicamente da ordem de 10^4 Pa a 10^6 Pa [...]" (RODITI, 2005, p.233). Marquardt, em seu livro *Introduction to the Principles of Vacuum Physics*, diz que na terminologia atual, o vácuo pode ser entendido como aquilo que resta quando você remove tudo o que existe de uma região do espaço. Assim, uma região do espaço compreende o vácuo se ele estiver livre de todos os diferentes tipos de partículas e radiação conhecidas. Além disso, o físico afirma que esse vazio na prática não é absoluto, deve-se entender como um vazio parcial ou vácuo parcial. Então, há dois tipos de vácuo: o relativo e o absoluto. O

vácuo relativo, mais comum, é uma pressão negativa medida em relação à pressão atmosférica, considerando esta zero. É mais empregado em aplicações comuns industriais ou quotidianas; e, o vácuo absoluto, mais preciso, é medido como uma pressão positiva em relação à pressão zero absoluta, mas nunca maior que a pressão atmosférica. Esta referência é mais empregada em aplicações onde a ausência quase total de gases e pressão é necessária. Na prática o vácuo absoluto é virtualmente impossível de atingir, tanto em termos de recursos como de tempo necessário para obtê-lo, então sempre entende-se vácuo absoluto como pressão tendendo a zero.

Há quem diga que o ato de pensar exercita o cérebro. Caso isso seja mesmo verdade, o pensar filosófico, por analogia, seria um tipo de musculação para o cérebro, dado seu peso e os resultados visíveis para os que têm por hábito praticá-lo. O pensamento filosófico tem também como objetivo causar um novo entendimento e/ou uma mudança de atitude, muitas vezes radical, frente ao objeto do pensamento.

Historicamente, o pensamento filosófico foi inaugurado na Grécia, por volta de 700 a.C. e tinha como característica principal explicar o mundo natural a partir de uma razoabilidade que admitia a pluralidade de ideias, além de estabelecer novos conhecimentos. Assim, esse tipo de pensamento pode proporcionar diferentes visões e/ou explicações para uma mesma coisa, ou seja, um verdadeiro exercício cerebral.

Referências

HEIDEGGER, M. **Que é uma coisa?** Lisboa: Edições 70, 2002.

MARQUARDT, N. **Introduction to the Principles of Vacuum Physics.** In: **CAS – CERN Accelerator School Vacuum Technology**, Snekersten, Denmark, 28 May - 3 Jun 1999, p.1-24 (CERN-1999-005).

QUINE, W. O. **Sobre o que há**. Tradução Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Abril Cultural, 1975. Coleção Os Pensadores.

RODITI, I. **Dicionário Houaiss de Física**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2005.

SEIFE, C. **Zero:** A Biografia de uma Ideia Perigosa. Lisboa: Gradiva, 2001.

SCHWARTZMAN, S. **The words of mathematics**: an etymological dictionary of mathematical terms used in English. Washington, DC: Mathematical Association of America, 1994.

Bibliografia Consultada:

RUSSELL, B. **História da Filosofia Ocidental**. Tradução Jaimir Conte. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 1957.

_____. **Os Problemas da Filosofia**. Tradução Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 2005.

1

O Zero

Beatriz Rodrigues Morais
Naubert Mendes Silva
Raquel Anna Sapunaru
Kayque Lourenço Cassimiro Dias

Analisando de uma maneira superficial, é fácil compreender o conceito de "nada" e de "não ter nada neste lugar", mas, no tempo cronológico da matemática, o entendimento do zero, enquanto um número, apareceu de forma bastante tardia. As coisas pareciam ter um valor qualquer a elas associado, ou seja, um número que as representava. Sendo assim, o zero não parecia se adequar, pois este nada representa. A transformação da ausência de qualquer coisa em zero, um número por direito próprio, é considerada um dos maiores avanços na história da matemática e fundamental para torná-la prática. Embora atualmente esse número seja usado naturalmente, sua invenção ou criação é controversa e enigmática. Para o matemático Stewart,

> Muitos livros de história dizem que a ideia chave aqui foi a invenção de símbolo para o "nada". Isto pode ter sido a chave para tornar a aritmética prática; mas para a matemática a ideia importante era o conceito de um novo tipo de número, que *representava* a ideia concreta de "nada". (STEWART, 2013, p.34).

Desde os primórdios tempos, os números são palavras que se referem a coleções de objetos. A ideia de número propriamente dito

tornou-se cada vez mais abstrata, possibilitando considerar a existência de números como o zero, os negativos... Esses números não surgem como propriedades de coleções de objetos. No que tange particularmente ao zero, é muito difícil relacioná-lo a alguma coisa concreta. As histórias sobre o zero não são fáceis de serem contadas, pois não aconteceu de alguém inventá-lo ou criá-lo e, em seguida, todos começarem a usá-lo. Por essa razão, parece ser minimamente razoável, pensar que a representação do zero, como valor-local, foi inventado ou descoberto de maneira independente nas diversas civilizações do planeta. Também é justo dizer que o número zero está longe de ser um conceito intuitivo, visto que, historicamente, os problemas matemáticos começaram como problemas "reais" e não abstratos. Os números nas civilizações antigas foram pensados concretamente; nada parecido com os conceitos abstratos dos números de hoje. Assim, há um salto mental gigantesco de 7 bois para 7 "coisas", e depois para a ideia abstrata de "sete".

Peculiarmente sobre o zero, os matemáticos e historiadores da matemática trilharam caminhos distintos quando se trata da origem desse número. Apesar de parecer estranho que tal coisa aconteça, não é, pois se trata de um tipo de arqueologia inédita. Há uma certa nebulosidade causada pela falta ou pelo excesso de confiança depositada nas análises das evidências materiais existentes. Uma das vertentes afirma que o zero foi concebido pelos sumérios, na Mesopotâmia, entre 4.000 a.C. e 5.000 a.C. Inicialmente, eles teriam utilizado espaços em branco que denotava um valor para o zero, mas esse método seria a indicação para a falta de um número e não realmente para um número em si. Essa vertente histórica acredita também que os babilônicos herdaram os conhecimentos dos sumérios, mas nunca teriam desenvolvido a ideia de zero como um número. O milenar sistema babilônico, por sua vez, teria antecedido o sistema greco-romano de números baseados em letras.

É razoável pensar na existência do sistema numérico de valor-lugar e, neste, o zero seria um indicador de lugar vazio. Essa ideia parece necessária, mas os babilônicos tiveram um sistema numérico

de valor-lugar sem esse recurso por mais de mil anos. Os babilônicos escreveram em tábuas de barro não cozido, usando escrita cuneiforme. Os símbolos foram pressionados em tábuas de argila macia, usando-se um tipo de caneta com a borda inclinada que se parecia com uma cunha. Daí o nome escrita cuneiforme. Por exemplo, inicialmente, eles não distinguiriam entre 3107 e 317. Somente através do contexto, seria possível saber de qual número se tratava. Por volta de 400 a.C., os babilônicos colocaram dois símbolos de cunha no lugar onde se coloca zero para distinguir 3107 e 31”7. A representação era mais ou menos assim: 3107 e 31”7. Contudo, as duas cunhas não foram a única notação usada para substituir o zero, pois, em outra tábua encontrada, datada do mesmo período, os estudiosos observaram três cunhas. Apesar de diferentes, as duas notações representavam a mesma coisa e nunca ocorriam no final dos dígitos, mas sempre entre estes, ou seja, encontrou-se 31”7, mas nunca 317”. Além disso, a representação numérica babilônica era bem diferente da atual, pois não era decimal, mas, sim, sexagesimal.

Outros afirmam que o zero, como um conceito matemático, seria original da Índia, observado pela primeira vez no manuscrito de Bakhshali. O símbolo de um ponto simples nesse manuscrito seria o primeiro uso registrado do zero. O documento teria sido um manual de treinamento para os comerciantes e inclui exercícios aritméticos. O manuscrito de Bakhshali foi descoberto no século XIX, enterrado em uma aldeia indiana chamada Bakhshali, agora localizada no Paquistão. Os indianos também teriam usado um sistema de valor-local e o zero foi utilizado para denotar um lugar vazio. Aryabhata, um sábio indiano, teria inventado um sistema numérico de valor-local que não possuía zeros. Ele usou a palavra *kha* para o valor-local e esta seria usada posteriormente como o nome do zero.

Essa hipótese contempla também que o trabalho dos matemáticos indianos teria sido transmitido aos matemáticos árabes mais a oeste, por exemplo, Irã, Iraque, ... O esforço indiano teria chegado em um estágio inicial para Al-Khwarizmi, que

escreveu *Al-Khwarizmi sobre a Arte Hindu de Reconhecimento*. Nessa obra, o matemático descreveu um sistema de numerais baseado em 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Esse trabalho foi o primeiro a usar o algarismo 0 como um espaço reservado na notação valor-local. Já no século XII, Ibn-Ezra escreveu outros três tratados sobre números que ajudariam a levar os símbolos e as ideias indianas de frações decimais à atenção de algumas das pessoas instruídas na Europa. Em outras palavras, Ibn-Ezra descreveu o sistema decimal para números inteiros com valor-local da esquerda para a direita, utilizando o zero que ele chama de *galgal*, palavra também usada para "roda" ou "círculo".

A terceira linha de pesquisa parece não priorizar a primeira utilização ou representação do zero. Apenas ressalta que sua mais importante aparição foi obra do matemático indiano Brahmagupta, no século VII. Ele teria escrito uma primeira explicação de como o zero funcionava, afirmando que, ao adicioná-lo ou subtraí-lo de um número, nada aconteceria com este número; e mais: quando um número qualquer fosse multiplicado por zero, este tornar-se-ia igual a zero. Outra descoberta desse matemático envolve os números inteiros. Para ele, ao subtrair-se do zero um número positivo, resultaria em um número negativo e o contrário, ou seja, subtraindo-se um número negativo do zero, obter-se-ia um número positivo. Essas foram as primeiras operações realizadas para determinar como o zero funcionava em relação aos outros números. Assim, foi apenas uma questão de tempo para que o reconhecimento do significado do zero chegasse até outras culturas.

No entanto, foi no sistema numeral arábico que o zero tomou a forma de um vazio oval, sendo chamado pelos matemáticos árabes de *sifr*, em português "cifra"[1], podendo ser

[1] De acordo com o *Dicionário Online de Etimologia*, "[...] símbolo aritmético para zero, do antigo francês cifre 'nada, zero', medieval latino cifra, que, com espanhol e italiano cifra, em última análise, é da sifr árabe 'zero', literalmente 'vazio, nada', do safara 'estar vazio'; uma tradução emprestada do sânscrito sunya-s 'vazia'. [...] o chiffre do francês moderno é a cifra italiana. A palavra chegou à Europa com números arábicos. De 'zero', passou a significar 'qualquer numeral' [...]". (HARPER, 2001).

utilizado na álgebra e nos algoritmos. Logo em seguida, o zero espalhou-se pela África, mas, na Europa, tornou-se um problema. Por exemplo, na Itália, o pequeno vazio oval foi visto como uma representação demoníaca, associada à cultura árabe e seu uso foi prontamente proibido. Contudo, os comerciantes, reconhecendo a utilidade do zero, incluíram-no em segredo em seus livros-caixa. Paralelamente, do outro lado do mundo, os matemáticos chineses Shin Shiu Shao e Zhu Shijie escreveram tratados matemáticos que utilizavam o símbolo "O" para representar o zero. De qualquer modo, observa-se que o uso do zero para denotar um valor-local não é realmente utilizá-lo como um número. Trata-se somente do uso de algum tipo de sinal de pontuação para que os números tivessem a interpretação correta.

Agora, os antigos gregos começaram suas contribuições para a matemática na época em que zero estava sendo usado na matemática babilônica como indicador de um valor-local vazio. Os antigos gregos, no entanto, não adotaram um sistema de numeração valor-local, porque suas realizações matemáticas foram baseadas na geometria. Embora os *Elementos* de Euclides contenham um livro sobre "Teoria dos Números", este tem como expoente a geometria. Em outras palavras, esses matemáticos não precisavam nomear seus números, pois trabalhavam com comprimentos de linhas. Os números que precisavam ser nomeados para registros eram usados por mercadores, não por matemáticos. Portanto, nenhuma notação inteligente era necessária. Contudo, havia exceções, pois os matemáticos envolvidos no registro de dados astronômicos começaram a usar o símbolo "O". Existem muitas teorias sobre o porquê dessa notação em particular ter sido usada. Alguns historiadores favorecem a explicação de que se tratava do *omicron*, a primeira letra da palavra grega para "nada", *ouden*. Outra explicação oferecida inclui o *obol*, uma moeda de quase nenhum valor, que surgiu a partir dos contadores construídos em quadros de areia, pois, quando um contador fosse removido para deixar uma coluna de areia vazia, este imprimia sobre ela uma depressão parecida com o

símbolo “O”. Todavia, o primeiro estudo sistemático de números como abstrações é geralmente creditado aos filósofos gregos Pitágoras e Arquimedes.

O sistema romano precedeu o sistema numérico atual e permaneceu em uso na Europa até o século XIII, tendo sido abandonado lentamente. Esse sistema empregava letras latinas para quantidades: I para 1, V para 5, X para 10, L para 50, C para 100, M para 1000. Essas letras tinham que ser repetidas. Por exemplo, para escrever o número 3374 a representação romana é MMMCCCLXXIV. Cabe notar que, no sistema numérico atual, o mesmo numeral 3 poderia ser usado em quatro lugares diferentes, no caso do número 3333, permitindo economia e facilidade notacional, enquanto que nenhuma das letras latinas poderia ser repetida em posições diferentes. O zero, portanto, permite que o sistema numérico moderno funcione bem. Assim, um 6 na posição da unidade é um 6, mas o mesmo símbolo seguido de um zero se encontrará na posição das dezenas, fazendo com que seja um 60.

No século II, Ptolomeu, em seu livro *Almagesto*, utilizou o sistema sexagesimal combinado com o símbolo “O”. Nessa altura, Ptolomeu já estaria utilizando esse símbolo tanto entre dígitos, quanto no final de um número. Porém, apenas alguns poucos astrônomos utilizaram essa notação. O símbolo “O” cairia em desuso várias vezes antes de finalmente se estabelecer.

O zero também foi usado como um número, brevemente, no cálculo medieval da data da Páscoa, começando com Dionysius Exiguus no século VI, sem uma representação numérica, já que os algarismos romanos padrão não possuíam um símbolo para o zero. Em vez disso, *nulla* ou a forma genitiva *nullae*, de *nullus*, palavra latina para “nenhum”, foi empregada para denotar um valor zero.

Fibonacci, no século XIII, foi um dos principais matemáticos a utilizar novas ideias sobre o sistema numérico na Europa. Em sua obra *Liber Abaci*, ele descreveu os nove símbolos indianos junto com o sinal 0, mas sua ideia não foi muito utilizada. É significativo apontar que Fibonacci não tenha sido ousado o

suficiente para tratar o zero da mesma maneira que tratou os outros números $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, já que ele se referiu a um sinal 0, enquanto os outros símbolos foram chamados por ele de números. Embora trazer claramente os numerais indianos para a Europa tenha sido de grande importância, em seu tratamento do zero, ele não alcançou a sofisticação encontrada pelos matemáticos indianos ou árabes.

Poder-se-ia pensar que o progresso dos sistemas numéricos, em geral, e do zero, em especial, teria se estabilizado a partir desse momento. No entanto, isso estava longe de ser o caso. Na Europa do século XVI, o matemático Cardano resolveu equações cúbicas e quárticas sem utilizar o número zero. Ele teria facilitado seu trabalho se tivesse levado em conta o zero, mas este não fazia parte de sua matemática. Somente no século XVII que o zero começou a ser utilizado de forma generalizada, mas, ainda assim, encontrou muita resistência.

Modernamente, o símbolo 0 é peça fundamental na maioria dos sistemas de numeração existentes e alguns destes são bastante utilizados em linguagens computacionais. O sistema decimal é o mais conhecido e consiste em dez algarismos indo-arábicos: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$; dependendo de seu posicionamento, podem representar unidades, dezenas, centenas, milhares... Nesse sistema, o símbolo 0, quando posicionado à esquerda do número escrito, não altera seu valor, ou seja, 1 , 01 , 001 ou 0001 representam a mesma grandeza, neste caso, uma unidade. No entanto, quando o zero é colocado à direita, a grandeza em questão é multiplicada por dez.

A seu turno, o sistema binário é bastante utilizado na computação e baseia-se em dois símbolos, 0 e 1. É possível, através desses símbolos, representar de uma maneira simples números e caracteres, fazer operações lógicas e aritméticas, utilizando apenas dois estados, o sim e o não, o falso e o verdadeiro, o tudo ou o nada, o ligado e o desligado... Por exemplo, o número 13, no sistema decimal, pode ser escrito por 1101 no sistema binário.

A história do sistema dos números binários é muito interessante. Esse sistema foi estudado na Europa entre os séculos XVI e XVII, mas já havia aparecido em outras culturas, incluindo o antigo Egito, a China e a Índia. Os escribas do antigo Egito usavam dois sistemas diferentes para suas frações, a saber: as egípcias, não relacionadas ao sistema numérico binário; e as *Horus-Eye*, assim batizadas porque muitos historiadores da matemática acreditavam que os símbolos usados para esse sistema poderiam ter sido organizados para formar um conhecido símbolo egípcio chamado "Olho de Hórus". As frações *Horus-Eye* são um sistema de numeração binária para quantidades fracionais de grãos, líquidos..., nas quais uma fração de um *hekat* era expressa como a soma de frações binárias. As primeiras formas desse sistema podem ser encontradas há aproximadamente 2400 a.C. e sua forma hieroglífica, totalmente desenvolvida, data de aproximadamente 1200 a.C. O método usado para a multiplicação egípcia antiga também está intimamente relacionado aos números binários. Nesse método, a multiplicação de dois números era realizada por uma sequência de etapas na qual um valor, inicialmente o primeiro dos dois números, era dobrado ou o primeiro número era adicionado a si mesmo. A ordem em que essas etapas deveriam ser executadas era dada pela representação binária do segundo número.

Já na China, o I Ching data de 900 a.C., aproximadamente. A notação binária no I Ching era usada para interpretar sua técnica de divisão quaternária. Essa filosofia matemática, por assim dizer, baseia-se na dualidade taoista do *yin* e do *yang*. Desde a dinastia Zhou da China antiga, oito trigramas e um conjunto de sessenta e quatro hexagramas, análogos aos numerais binários de três e seis bits, estavam em uso. Um erudito dessa dinastia, Shao Yong, no século I, rearranjou os hexagramas em um formato que se assemelha aos números binários modernos, embora ele não pretendesse que seu arranjo fosse usado matematicamente. Visualizando o *bit* menos significativo no topo de hexagramas

simples no quadrado de Shao Yong e lendo ao longo das linhas da direita inferior para a esquerda superior, tomando as linhas sólidas por 0 e as linhas quebradas por 1, ou da esquerda superior para a direita inferior, tomando as linhas sólidas por 1 e as linhas quebradas por 0, os hexagramas podiam ser interpretados como sequência de 0 a 63.

Na Índia, o estudioso Pingala, por volta de 200 a.C., desenvolveu um sistema binário para descrever a correta acentuação das palavras, tomando como padrão a língua considerada culta, no caso, o hindu. Ele usou números binários na forma de sílabas curtas e longas, criando algo semelhante ao moderno código Morse. As representações binárias no sistema de Pingala aumentavam para a direita e não para a esquerda, como nos números binários da moderna notação posicional ocidental.

Há também a versão do binário dos moradores da ilha de Mangareva, na Polinésia Francesa. Eles usavam um sistema híbrido, decimal-binário, antes do século XV. Além disso, os tambores de fenda com tons binários eram usados para codificar mensagens na África e na Ásia. Os conjuntos de combinações binárias, semelhantes ao I Ching, também foram utilizados em sistemas africanos tradicionais de adivinhação, por exemplo, o *Ifá*, bem como na técnica divinatória baseada na observação dos desenhos formados a partir de pedras ou terra atiradas sobre uma superfície plana.

Porém, foi Leibniz quem fez um estudo relevante sobre o sistema binário no início do século XVIII. Esse estudo apareceu em seu artigo *Explicação sobre a aritmética binária, que usa os únicos caracteres O e I com observações sobre sua utilidade e o que dá o significado das antigas figuras chinesas de Fohy*, publicado em 1703; e, posteriormente, em 1716, em uma correspondência intitulada *Carte de M. G. G. de Leibniz sobre a filosofia chinesa para M. Rémond*, traduzida em um livro como *Discurso sobre a teologia natural dos chineses*. O sistema de Leibniz usa 0 e 1, como

o sistema binário atual. Um exemplo do sistema binário de Leibniz pode ser observado em suas próprias tabelas:

0	0	10001	17
1	1	10010	18
10	2	10011	19
11	3	10100	20
100	4	10101	21
101	5	10110	22
110	6	10111	23
111	7	11000	24
1000	8	11001	25
1001	9	11010	26
1010	10	11011	27
1011	11	11100	28
1100	12	11101	29
1101	13	11110	30
1110	14	11111	31
1111	15	100000	32
10000	16	etc.	etc.

(LEIBNIZ, 1991, p. 88).

e

```
     1
    .1
  ----
    10
     1
  ----
    11
   ..1
  ----
   100
     1
  ----
   101
    .1
  ----
   110
     1
  ----
   111
   ..1
  ----
  1000
```

(LEIBNIZ, 1991, p. 89).

Nessas tabelas, os '.' "[...] marcam a unidade que no cálculo comum se retém na memória". (CARDOSO, 1991, p. 89).

Em se tratando de Leibniz, o homem que inventou os Cálculos Diferencial e Integral juntamente com Newton, amparado por muitos atores (des)conhecidos, é de grande importância explorar seu sistema binário, usando como referência o artigo *Explicação sobre a aritmética binária, que usa os únicos caracteres 0 e 1 com observações sobre sua utilidade e o que dá o significado das antigas figuras chinesas de Fohy*, cuja tradução se encontra no Apêndice.

Leibniz, juntamente com o Padre Bouvet, descobriu o sentido verdadeiro dos caracteres de Fohy, os quais consistem apenas na combinação de linhas inteiras e quebradas. No livro chamado *Ye Kim*, "Livro das Variações", há sessenta e quatro figuras, nas quais, durante séculos, inúmeros imperadores e filósofos procuraram mistérios filosóficos e quiseram tirar deles até mesmo uma geomância. Pelo que Bouvet e Leibniz descobriram, esses símbolos se tratavam da aritmética binária, na qual é possível escrever qualquer número apenas utilizado 0 e 1. Os chineses que se sucederam chamaram esses caracteres de hieróglifos por desconhecer o seus verdadeiros significados.

Assim sendo, para continuar montando essa tabela, não é preciso cálculo: basta notar que cada coluna é periódica, com os períodos recorrendo ao infinito. A primeira coluna contém 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, etc.; a segunda 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, etc.; a terceira 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, etc.; a quarta 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, etc. e assim todas as outras colunas.

As operações aritméticas funcionam do seguinte modo:

> Quanto à *Adição*, ela apenas se faz contando e apontando quando há números a acrescentar conjuntamente. Façam a adição de cada coluna à ordinária, o que se fará assim: contem as unidades da coluna; se elas são por exemplo 29, vejam como este número

> está escrito na tábua, a saber, por 11101. Assim escreverão 1 na coluna e colocarão pontos sobre a segunda, terceira e quarta coluna depois. Estes pontos marcam que é preciso contar depois uma unidade mais na coluna.
> A *Subtração* apenas pode ser muito fácil. A *Multiplicação* reduz-se a simples adições e não precisa da tábua pitagórica; basta saber que 0 vezes 0 é 0, que 0 vezes 1 é 0, que 1 vezes 0 é 0 e que 1 vezes 1 é 1.
> A *Divisão* não precisa que nos aflijamos como no cálculo ordinário. É preciso unicamente ver se o divisor é maior ou menor que o resíduo precedente. No primeiro caso, a nota do quociente é 0, no segundo caso ele é 1 e o divisor deve ser retirado do resíduo precedente para ter novo. (LEIBNIZ, 1991, p. 89-90).

Leibniz interpretou os hexagramas do I Ching como evidência do cálculo binário e notou com fascinação como estes correspondiam aos números binários de 0 a 111111, concluindo que esse mapeamento representava uma evidência de grandes realizações chinesas no tipo de matemática filosófica que ele tanto admirava. Ele foi apresentado pela primeira vez ao I Ching através do contato com o jesuíta francês Bouvet, o qual visitou a China no século XVII como missionário. Os hexagramas do I Ching foram interpretados por Leibniz como uma afirmação da universalidade de suas próprias crenças religiosas como um cristão. Assim, os números binários foram fundamentais para o desenvolvimento da teologia leibniziana. Ele acreditava que os números binários eram símbolos da ideia cristã de *creatio ex nihilo* ou "criação a partir do nada", algo que não pode ocorrer a partir do mundo físico, mas, sim, do mundo espiritual, divino e matemático. Esse conceito não seria fácil de transmitir aos pagãos, como os chineses eram vistos, pois implicaria em aceitar o poder onipotente de Deus. Portanto, pode-se dizer que nada no mundo apresenta e demonstra melhor o poder divino do que a origem dos números, como na apresentação simples e sem adornos do 0 e do 1, do nada ou do tudo.

Fechando as curiosidades sobre o sistema binário, no século XIX, o matemático britânico Boole publicou um artigo baseado nos 0 e 1, detalhando um sistema algébrico-lógico que se tornaria

conhecido como “álgebra booleana”. Seu cálculo lógico tornou-se fundamental para o projeto de circuitos.

Retomando a questão do zero de uma forma geral, uma outra veia histórico-filosófica interessante encontra-se na “Teoria de Conjuntos”. Essa teoria é um ramo da lógica matemática que estuda conjuntos, informalmente entendidos como “conjuntos de objetos”. Embora qualquer tipo de objeto possa ser classificado em um conjunto, a “Teoria de Conjuntos” é aplicada com mais frequência em objetos que são relevantes para a matemática. Além disso, a “Teoria de Conjuntos” é um ramo da matemática, cujas pesquisas vão desde o conjunto dos números naturais, representado matematicamente por N, possuindo um número infinito de elementos, passando pela estrutura da linha de números reais, até a consistência dos grandes cardinais, entre outros temas. Os números naturais são aqueles usados para contar, como em “Eu comi duas maçãs”; e, ordenar, como em “Esta é a terceira casa verde desta rua”. Na linguagem comum, as palavras usadas para a contagem são os “números cardinais” e as palavras usadas para ordenação são “números ordinais”.

Alguns matemáticos consideram o zero como o primeiro dos números naturais, enquanto outros atribuem essa posição ao um. Os números naturais são a base a partir da qual muitos outros conjuntos numéricos podem ser construídos por extensão. Por exemplo, os números inteiros, incluindo o elemento neutro 0, ou seja, nem negativo, nem positivo, um elemento positivo (n), seu inverso (-n) para cada número natural diferente de 0; os números racionais, incluindo (1/n), seu um inverso (-1/n) para cada n natural diferente de 0, apesar deste se colocar na mesma posição que ocupa no conjunto dos números inteiros; os números reais, incluindo junto com os números racionais, os limites das sequências cauchianas convergentes [2] destes; os números

[2] Em linhas gerais, as sequências cauchianas convergentes são sequências tal que as distâncias entre seus termos vão se aproximando de zero. Intuitivamente, é uma sequência onde seus termos vão ficando cada vez mais próximos uns dos outros.

complexos, incluindo, com os números reais, a raiz quadrada de menos um; e assim por diante. Essas cadeias de extensões tornam os números naturais canonicamente incorporados e identificados nos outros sistemas numéricos. Em linguagem comum, por exemplo, na escola primária, os números naturais podem ser chamados de "números para contar". Intuitivamente, exclui-se os inteiros negativos e o zero, assim como os números reais.

Vale ressaltar que, na Europa do século XIX, houve discussões matemáticas e filosóficas sobre a real natureza dos números naturais. Uma escola naturalista afirmou que os números naturais eram uma consequência direta da psique humana. O matemático francês Poincaré foi um dos seus defensores, assim como Krönecker, que, segundo o matemático alemão Weber, em um artigo intitulado *Leopold Krönecker*, afirmou que "Deus fez os inteiros, tudo o mais é obra do homem." (KRÖNECKER apud WEBER, 1893, p. 15). Em oposição aos naturalistas, os construtivistas viram a necessidade de melhorar o rigor lógico nos fundamentos da matemática. O matemático Grassmann sugeriu uma definição recursiva para os números naturais, afirmando que estes não eram realmente naturais, mas uma consequência de definições. Mais tarde, duas classes de tais definições formais foram construídas e mostraram-se equivalentes na maioria das aplicações práticas.

As definições teóricas dos números naturais foram iniciadas por Frege, que, em um primeiro momento, definiu um número natural como a classe de todos os conjuntos que estão em correspondência um-para-um com um conjunto particular, mas essa definição acabou levando a paradoxos, incluindo o paradoxo de Russell. Portanto, esse formalismo foi modificado para que um número natural seja definido como um conjunto particular, e qualquer conjunto que possa ser colocado em correspondência um-a-um, com esse conjunto, é dito ter este número de elementos. A segunda classe de definições foi introduzida por Peirce, aperfeiçoada por Dedekind e posteriormente explorada por Peano. Essa abordagem é agora chamada de "Aritmética de Peano".

Baseia-se em uma axiomatização das propriedades dos números ordinais e resumidamente afirma que cada número natural tem um sucessor e, se este for diferente de zero, terá um predecessor único. O matemático Lima et al. explica:

> N é um conjunto, cujos elementos são chamados *números naturais*. A essência da caracterização de N reside na palavra "sucessor". Intuitivamente, quando $n, n' \in N$, dizer que n' é o *sucessor* de n significa que n' vem logo depois de n, não havendo outros números naturais entre n e n'. Evidentemente, esta explicação apenas substitui "sucessor" por "logo depois", portanto não é uma definição. O termo primitivo "sucessor" não é definido explicitamente. Seu uso e suas propriedades são regidos por algumas regras abaixo enumeradas:
>
> a) Todo número natural tem um único sucessor;
>
> b) Números naturais diferentes têm sucessores diferentes;
>
> c) Existe um único número natural, chama um e representado pelo símbolo 1, que não é sucessor de nenhum outro;
>
> d) Seja X um conjunto de números naturais (isto é $X \subset N$). Se $1 \in X$ e se, além disso, o sucessor de todo elemento X ainda pertence a X, então $X = N$.
>
> As afirmações a), b), c) e d) acima são conhecidas como *os axiomas de Peano*. Tudo o que se sabe sobre os números naturais pode ser demonstrado como consequência desses axiomas. (LIMA et al., 2006, p. 31).

Levando-se em conta essas definições, é conveniente incluir o zero no conjunto dos números naturais. Trata-se de uma convenção comum entre os teóricos da "Teoria de Conjuntos" e dos lógicos. Outros matemáticos também incluem o zero no conjunto dos números naturais, embora muitos tenham mantido a tradição mais antiga e considerem o 1 como o primeiro número natural. Os cientistas da computação geralmente começam com o zero ao enumerar itens como contadores de *loop* e elementos de *string*[3].

[3] Segundo o *Dicionário Prático de Informática da Microsoft*, *loop* significa: "1. *Ciclo s.m.* Num programa, designa um conjunto de instruções que é executado repetidamente um determinado número de vezes fixo ou até que uma determinada condição seja verdadeira ou falsa." (MICROSOFT, 2000, p. 203), e *string* é

Contudo, alguns matemáticos alegam ser uma preferência pessoal incluir ou não o 0 no conjunto N. Eles alegam que, no estudo da álgebra, encontra-se $N = \{0,1,2,3 \dots\}$ e, no da análise, $N = \{1,2,3, \dots\}$. Considerando-se como principal objeto de interesse da álgebra o estudo das operações, é mais adequado para o autor de um livro de álgebra admitir o 0 como um número natural, pois este será um elemento neutro para a adição, $x + y$, possibilitando que a diferença, $x - y$, seja uma operação cujos valores encontram-se todos em N. Além disso, o resultado da operação de subtração entre dois números naturais, caso $x = y$, tem que resultar necessariamente em um número natural; logo, o o precisa ser um número natural.

Em contrapartida, na análise, os números naturais são utilizados constantemente como índices de termos numa sequência. Por exemplo, para denotar o "n-ésimo termo" da sequência, emprega-se x_n, onde $n \epsilon N$. Consequentemente, a notação $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ é aquela utilizada para representar a sequência. Ao considerar $N = \{0,1,2,3, \dots\}$ tal sequência se inicia em x_0. Portanto, x_n seria o "$(n+1)$ −ésimo termo" e, para evitar tal discordância, é mais adequado adotar o conjunto dos números naturais como $N = \{1,2,3, \dots\}$. Por essa razão, recomenda-se que não se dê tanta importância quanto ao assunto do 0 ser ou não incluído nos números naturais, por afirmar ser evidente se tratar de uma questão de preferência.

Porém, as operações que envolvem o zero podem não ser uma questão de preferência e mereceriam uma atenção especial: adicionar o zero a um número não altera o número; subtrair o zero a um número não altera o número; multiplicar o zero por um número aniquila o número; dividir o zero por um número que não seja ele próprio aniquila o número. Todavia, os casos mais

---

uma "*cadeia s.f.* Estrutura de dados composta por uma sequência de caracteres que normalmente representa texto legível por seres humanos." (MICROSOFT, 2000, p. 317).

intrigantes encontram-se na divisão de um número por zero e, na exponenciação, em que o expoente é o zero.

De modo geral, qualquer número pode ser dividido por qualquer outro número, exceto o zero. Partindo-se de uma hipótese absurda, por exemplo, que $1/0 = 42$, pela regra da aritmética, na qual a multiplicação é a operação inversa da divisão, então $42\ x\ 0 = 1$. Ora, esse resultado é falso, porque $42\ x\ 0 = 0$. Se o resultado da divisão de 8 por 4 é 2, significa que 2 e somente 2, multiplicado por 4, resulta em 8. Assim, as operações desse tipo são "logicamente equivalentes". Como 2 é o único número que funciona nesse cálculo, $8/4$ não possui ambiguidades, ou seja, é unívoco. Observa-se igualmente que não há problema algum em dividir o zero por alguma coisa. Por exemplo, $0/2 = 0$, pois, se nada tenho para dividir por duas pessoas, cada uma receberá nada.

Então, chega-se ao grande problema de dividir um número qualquer por 0. Um número x qualquer dividido por 0 resulta em um número y qualquer, que, multiplicado por 0, resulta no número x. Porém, todos os números multiplicado por 0 resultam em 0. Nesse caso, não tem como se obter x, enquanto um resultado válido. A exceção à regra é quando $x = 0$, ou seja, em $0/0$. Normalmente, um número dividido por si mesmo, resulta em 1. Logo, poder-se-ia definir que $0/0 = 1$. Agora, $1\ x\ 0 = 0$. Nesse caso, a relação com a multiplicação está em perfeita sintonia com a regra que não funciona para o denominador zero. Ainda assim, os matemáticos insistem na ideia de que $0/0$ não faz sentido. O motivo da preocupação é uma outra regra da aritmética. Supõe-se que $0/0 = 1$. Então, $2 = 2\,.\,1 = 2\,.\,(0/0) = (2\,.\,0)/0 = 0/0 = 1$. Se um número $z\,.\,0 = 0$, deduz-se que $0/0$ também pode ser qualquer outro número. Novamente, se as regras da divisão funcionam e a divisão é o oposto da multiplicação, então $0/0$ pode assumir qualquer valor numérico, mas não um valor único.

Uma explicação matemática mais acurada para essa situação envolve funções, limites e definições. Basicamente, $0/0$ é

indeterminado, porque há vários exemplos de funções que se encaixam nessa forma e cujo limite podem ser qualquer, isto é, o fato de existir o caso de um limite de uma função que cai em alguma dessas formas não determina qual será o limite, diferentemente da forma $0/y$, que será sempre 0. Seguem dois exemplos que representam limites da forma o/o: 1) $\lim_{x\to 0} x^2/x = 0$ e 2) $\lim_{x\to 0^+} {}^{x}/_{x^2} = +\infty$

Outra preciosidade envolvendo o zero aparece na exponenciação. Qualquer número elevado a zero é sempre igual a um. Os livros de cálculo costumam provar essa curiosidade do seguinte modo: a) diz-se para qualquer $a > 0$, definir o que é a^0, para $r = (m/n)$, uma fração; b) a partir de 1, provar que existe uma única função contínua f(x), tal que $f(r) = a^r$; c) logo em seguida, denota-se essa função por $f(x) = a^x$; d) depois, deve-se provar que, para funções desse tipo, vale a propriedade $a^{(x+y)} = a^x . a^y$ para quaisquer x e y; e e) para ser consistente com a propriedade 3, é necessário que $a^0 = 1$, pois para qualquer x, tem-se pela propriedade que $a^x = a^{(0+x)} = a^0 . a^x$; assim, dividindo por a^x, tem-se que $a^0 = 1$. Trata-se, pois, de uma prova simples que garante matematicamente algo mais sobre o zero, tomando como base a precisão. Já para a forma 0^0: 1) $\lim_{x\to 0^+} x^x = 1$ e 2) $\lim_{x\to 0^+} \left(e^{\frac{-1}{x}}\right)^x = 1/e$. Vale lembrar que x^0 não é uma forma indeterminada para $x \neq 0$. As formas indeterminadas envolvendo potências desse tipo são somente 0^0 e 1^0.

Filosoficamente, a matemática é considerada a ciência mais próxima daquilo que se denomina necessidade. Essa palavra carrega em si um conceito habitualmente usado na filosofia para demonstrar algo que não possui contradição ou que esteja próximo da verdade. Porém, a matemática possui algumas inconsistências, especialmente em casos envolvendo o número zero, por exemplo, numa relação multiplicativa. Para o professor Costa,

> [...] a chamada aritmética não consegue explicar porque um determinado número natural, a saber, zero, quando se envolve numa relação multiplicativa com outros números ou com o próprio zero cria algo, por um tipo de condição de prova, anômalo ou não explicativo, o que não ocorre com os demais números denominados de naturais. E foi por perceber esse estado anômalo que procuramos, pela via da filosofia e não da matemática, questionar esse talvez provisório problema [...] (COSTA, 2015, p. 25-26).

Apesar da matemática gozar de um status de ciência racional, no que tange a suas relações, seus critérios nem sempre são amparados pela razão. Aceita-se que $1 \,.\, 0 = 0$ seja uma relação que resulta numa verdade absoluta e incontestável. Entretanto, encontram-se enormes dificuldades para justificar tal verdade por critérios racionais. Na tentativa de esclarecer um pouco mais sobre o 0, utiliza-se o método do quadrado dos opostos, um artifício para indicar relações lógicas fundamentais, o qual se apresenta como: a) universal afirmativo e b) particular negativo. Costa explica:

> Pelo quadrado dos opostos, somos informados pelas suas regras que (o) coloca-se em contradição com A. Sendo assim, tomamos como proposição universal para (a) Toda aritmética é necessária e (o) Alguma aritmética não é necessária. Nesse sentido, podemos dizer que quando a razão não consegue justificar racionalmente por que $1 \, x \, 0 = 0$, devemos alocá-la em (o) – numa sentença particular que irá contraditar a universalidade de sua necessidade. (COSTA, 2015, p. 46).

Embasando-se em justificativas lógicas, tem-se a condição da prova que $1 \,.\, 0 = 0$, se e somente se $\frac{0}{0} = 1$, afetaria também o "Princípio da Não-Contradição", interpretado de maneira não ortodoxa, ou seja: as coisas que se autodestroem são aquelas que, ao mesmo tempo e na mesma relação, negam-se a si mesmas. Assim sendo, tal expressão é uma contradição nas relações matemáticas. Por essa razão, são diversos os questionamentos quanto às relações matemáticas envolvendo o número zero. Entre

eles, tem-se a universalidade da causação. Sabe-se que $2 . 3$ é a causa de 6, bem como $\frac{12}{2}$, $\frac{24}{4}$, $5 + 1$, ... No entanto, há uma dificuldade em se evidenciar a causa do zero, pois sua casualidade se dá sob forma de razão. Isso se deve às suas relações matemáticas com os outros números. Mesmo que $1 . 0 = 0$, $2 . 0 = 0, 3 . 0 = 0$..., ao se aplicar tais equações na condição de prova, a contradição é patente. Portanto, mesmo sob a luz da filosofia, o zero ainda guarda seus mistérios.

Referências

CARDOSO, A. **Discurso sobre a teologia natural dos chineses.** Introdução. Lisboa: Colibri, 1991.

COSTA, W. L. **O Problema do Paradoxo do Zero & Miscelâneas da Contemporaneidade**. Dez. 2015. Disponível em: <https://issuu.com/oparadoxodozero/docs/oproblemadoparadoxodozeroemi>. Acesso: 7 nov. 2017.

HARPER, D. **Online Etymology Dictionary**. 2001. Disponível em: <https://www.etymonline.com/>. Acesso: 17 abr. 2018.

LEIBNIZ, G. W. **Discurso sobre a teologia natural dos chineses**. Tradução e notas de Adelino Cardoso. Lisboa: Colibri, 1991.

_____. **Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères O et I avec des remarques sur son utilité et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures chinoises de Fohy**. Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie Royale des Sciences. Académie Royale des Sciences, 1703. HAL Id: ads-00104781. Out. 2006. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/ads-00104781>. Acesso: 17 abr. 2018.

LIMA, E. L.; et al. Temas e Problemas Elementares. **Coleção PROFMAT**. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.

MICROSOFT. **Dicionário Prático de Informática**. Portugal: McGraw-Hill, 2000.

SERRA, Y. Le manuscript 'De Progressione Dyadica' de Leibniz. In: **Bibnum**. Disponível em: <http://www.bibnum.education.fr/sites/default/files/69-analysis-leibniz.pdf>. Acesso: 17 abr. 2018.

STEWART, I. Os Números da Natureza. Rio de Janeiro: Rocco, 1996.

WEBER, H. M. Leopold Krönecker. 1893. In: **Mathematische Annalen**. Kollektion Mathematica. 2012. Niedersächsische Staats und Universitätsbibliothek Göttingen Id: PPN2351816840043. Disponível em: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN2351816840043>. Acesso: 17 abr. 2018.

Bibliografia Consultada:

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

ASSIS, J. R. O. **A origem dos números**. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP: Campinas, 2006.

BACON, F. Cypher System. 1604. In: FRIEDMAN, W. **Six Lectures on Cryptology**. 1965. Disponível em: <https://www.nsa.gov/news-features/declassified-documents/friedman-documents/assets/files/publications/ACC15281/41785109082412.pdf>. Acesso: 17 abr. 2018.

BOGOMOLNY, A. **Cut the Knot**. 1996. Disponível em: <https://www.cut-the-knot.org>. Acesso: 17 abr. 2018.

BORNHEIM, G. **Os Filósofos Pré-Socráticos**. São Paulo: Cultrix, 1977.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blucher e Universidade de São Paulo, 1976.

DEDEKIND, R. **Essays on the Theory of Numbers**. Disponível em: <http://www.gutenberg.org/files/21016/21016-pdf.pdf?sessionid=d2c2d2ca202511394aba6f5015062abfe47bf934>. Acesso: 17 abr. 2018.

ENCYCLOPEDIA OF MATHEMATICS. 2012. Springer. **European Mathematical Society**. Disponível em: <https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/MainPage>. Acesso: 17 abr. 2018.

EUCLIDES. **Os Elementos**. São Paulo: UNESP, 2009.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Higyno H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

GAUKROGER, S. **Descartes**: Uma Biografia Intelectual. Rio de Janeiro: EdUERJ e Contraponto, 1999.

KAPLAN, R. **The Nothing That Is**: a Natural History of Zero. Nova York: Oxford University Press, 2000.

KARLSON, P. **A magia dos números**. Porto Alegre: Editoda Globo, ?.

KATZ, V. J. **História da Matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

METAMATH. Disponível em: <http://us.metamath.org/index.html>. Acesso: 23 abr. 2018.

PLANETMATH. University of Waterloo Faculty of Mathematics. Disponível em: <http://planetmath.org/?op=getobj&from=objects&id=317>. Acesso: 23 abr. 2018.

PISKUNOV, N. **Differential and Integral Calculus**. Moscou: Mir Publishers, 1969.

RUSSELL, B. **Introdução à Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1966.

_____. **História da Filosofia Ocidental**. Tradução Jaimir Conte. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 1957.

_____. **Os Problemas da Filosofia**. Tradução Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 2005.

SCHWARTZMAN, S. **The words of mathematics**: an etymological dictionary of mathematical terms used in English. Washington: Mathematical Association of America, 1994.

SEIFE, C. **Zéro**: la biographie d'une idée dangereuse. Tradução do inglês de Catherine Coqueret. Paris: Pluriel, 2014.

STANFORD ENCYCLOPEDIA OF PHILOSOPHY. 2016. Stanford University. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/index.html>. Acesso: 17 abr. 2018.

TEGMARK, M. Is "the theory of everything" merely the ultimate ensemble theory? **Annals of Physics**, 270, 1-51 (1998).

WARUSFEL, A. **Dictionnaire Raisonné de Mathématiques: des Mathématiques Classiques a la Mathématiques Moderne**. 3ª. Edição. Paris: SEUIL, 1961

WEISSTEIN, E. **WolframMathWorld**. Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/>. Acesso: 23 abr. 2018.

WOJCIK, M. S.; WOJCIK, M. R. **ProvenMath**. Disponível em: <https://www.apronus.com>. Acesso: 17 abr. 2018.

2

O Vazio

Beatriz Rodrigues Morais
Naubert Mendes Silva
Raquel Anna Sapunaru
Filipe Bruzinga Brant

De acordo com o *Centre Nacional de Ressources Textuelles e Lexicales* (CNRTL) e o *Dictionnaire Raisonné de Mathématiques: des Mathématiques Classiques a la Mathématiques Moderne*, o vazio, na sua interpretação matemática, limita-se ao conjunto vazio, ou seja, um conjunto que não possui qualquer elemento. Contudo, há outras definições de vazio, o humano, o físico que, de certo modo, remetem ao vazio matemático ou acabam se confundindo com este.

Existe uma área que trata do vazio humano, explorada por muitos filósofos, incluindo Nietzsche, na *Genealogia da Moral*. Nessa obra, o filósofo discorre sobre o vazio da existência e experiência humana. Uma das questões mais cosmogônicas e mais fundamentais é: Onde as coisas começaram a ser o que são? A resposta "nada" ou *nihil* é tentadora, especialmente se a cosmogonia é concebida como uma estrita teoria *ex-nihilo* da criação. Se o *nihil* estiver em vigor, se houver uma pedra inteiramente limpa antes do momento da criação, não pode haver parâmetro para começar. Desse modo, não há lugar para que as coisas criadas sejam localizadas. Em vez de ser uma noção

meramente nula, o vazio aqui desempenha o papel positivo e bastante econômico de satisfazer uma demanda de teorização *ex-nihilo*.

Essa teorização tem duas premissas operacionais. Primeiro, o universo das coisas não é permanente ou eterno. Houve um tempo em que as coisas que se conhece não existiram. Como consequência, uma força criativa separada teve que levar as coisas à existência: *ex nihilo nihil fit*. Em segundo lugar, houve um estado de condição correspondente ao estritamente vazio de qualquer coisa, que pode ser descrito apenas como uma condição de "não-lugar". Para progredir desse estado inicial de "nada" e de "não-lugar" para o estado de existência criada, os atos cosmicamente criados, que possuem uma temporalidade sequencial dentro da qual a transição do vazio para o pleno pode ocorrer, são convocados. A história dessa transição é a narrativa da criação cósmica, da própria cosmogonia. Essa narrativa não envolve, nem expressa em palavras o movimento da inexperiência para uma existência plena de lugares, esta é parte do processo cósmico criativo e inseparável dele: "No início era a Palavra". Essa afirmação não se limita de modo algum ao Velho Testamento. Porém, a "palavra" é o *logos*, ou seja, o "conhecimento". Isso pensava Nietzsche.

A criação a partir do nada remete à insubstancialidade do caos e sua confusão elementar. Isso é o que dá origem ao terror ocasionado pelo lugar nenhum. Sem um elemento fluido que induza a vida e especialmente sem a separação entre a Terra e o céu, chega-se à extremidade do vazio que parece ser uma condição *sine qua non* para as cosmologias aporéticas em que a criação deve se originar do "nada". Sobre essa origem, esse ponto zero, é preciso perguntar se há aqui um vazio tão radical que não pode oferecer um lugar em algum sentido.

Aristóteles, em sua *Física*, faz uma afirmação mais intrigante: "Além disso, os pensadores que afirmam a existência do 'vazio' concordam com todos os outros em reconhecer a existência do

'lugar', para o 'vazio' é suposto ser o 'lugar sem nada nele.'" (ARISTÓTELES, 208b25-26, 2005). Se Aristóteles está certo, o vazio possui um lugar. Porém, o vazio em um sentido mais estrito estaria mesmo relacionado com o lugar? No mínimo, o vazio pode possuir certas propriedades do lugar residual: por exemplo, "desprovido de corpo". Ser destituído de corpo é, no entanto, ser capaz de conter um corpo, mesmo que o corpo em questão ainda não exista ou não exista mais. Aristóteles aqui diferencia o "vazio" do "lugar", mas não nega que eles partilhem de alguma coisa, por exemplo, onde está ou poderia estar um corpo.

O vazio e o lugar compartilhados têm propriedades comuns, como as de serem a arena para o aparecimento dos corpos, logo, para os eventos dos quais os órgãos fazem parte. No entanto, enquanto um lugar é a arena imediata para tal afiguração, um corpo aparece precisamente em um lugar particular: o vazio é a cena para esse tipo de lugar. Como uma entidade pré-criacionista, o vazio está vazio, tanto do lugar, quanto dos corpos. Assim, é preciso emendar o dito de Aristóteles: não é meramente vazio o lugar desprovido de corpo, mas o vazio é desprovido de lugar que é privado do corpo. O vazio é duplamente destituído. É um estágio vazio que ainda não foi especificado quanto a lugares ou corpos.

Todavia, antes mesmo de Aristóteles, outros discorreram sobre esse assunto. Os pré-socráticos atomistas Leucipo e Demócrito, ambos de Abdera, justificavam o fato de o espaço ser infinito, com o número infinito de átomos existente. A primeira concepção atomista da realidade física de espaço caracteriza-o como uma extensão vazia e sem influência sobre o movimento da matéria. Bornheim (1977) afirma que "Segundo Aristóteles, Leucipo seria o criador da teoria dos átomos, doutrina posteriormente elaborada por Demócrito. Atribui-se-lhe um livro, A Grande Ordem do Mundo [...]" (1977, p. 103). Além disso, comentador cita alguns fragmentos de Demócrito:

> 7 - [...] em realidade, nada sabemos de nada, mas opinião de cada um consiste na afluência (dos átomos ou imagens da percepção).
> 9 - Em verdade, nada aprendemos que seja infalível, mas somente o que nos vem através da disposição momentânea do nosso corpo e dos (átomos) que nos atingem ou se lhe opõem.
> 10 - Não aprendemos o que, na realidade, cada coisa é ou não é; demonstramos isto diversas vezes. (DEMÓCRITO apud BORNHEIM, 1977, p. 107).

Demócrito continua e expressa toda sua desconfiança com relação aos sentidos e diz:

> 125 - (Demócrito, após exprimir a sua desconfiança nas impressões dos sentidos na seguinte frase:) conforme a convenção dos homens existem a cor, o doce, o amargo; em verdade, contudo, só existem os átomos e o vazio; (deixa falar sentidos contra razão:) Pobre razão! De nós tomaste argumentos e com eles querem no derrubar. A vitória será a desgraça. (DEMÓCRITO apud BORNHEIM, 1977, p. 112).

E termina com "156 - O nada existe tanto quanto o 'alguma coisa'." (DEMÓCRITO apud BORNHEIM, 1977, p. 113).

A seu turno, o "receptáculo", termo utilizado por Platão, não é um vazio. Seus principais opositores são os antigos atomistas, que sustentaram que a cosmogênese, ou seja, o nascimento do cosmos, ocorre pela interação de partes discretas da matéria dentro de um espaço vazio circunjacente. O espaço vazio em si não possui rotas predeterminadas, suas qualidades são próprias. Também não possui lugares ou regiões: é o que se pode chamar de vazio puro, onde não há lugar. Em contraste com este, o "receptáculo" possui bordas que formam figuras regulares. Assim, fora deste há o vazio e dentro há o vazio puro.

Já para Aristóteles, o lugar tem um papel indispensável dentro do mundo físico. Para ele, o lugar "[...] tem precedência de todas as outras coisas [...]" (ARISTÓTELES, 208b35, 2006). Em particular, Aristóteles assume prioridade sobre o infinito, o vazio e o tempo. O lugar é necessário mesmo para verificar a própria

mudança com a qual o estudo da física está sempre preocupado, pois "o tipo mais geral e básico [de] mudança é mudança em relação ao lugar, que chama-se de locomoção". Locomoção, afinal, é o movimento de um lugar para outro. Na visão de Aristóteles, simplesmente não se pode estudar o mundo físico sem ter em conta o "conhecimento sobre o lugar" (ARISTÓTELES, 208a27, 2006). Para onde quer que se vá no universo conhecido, fora do qual não há "nem lugar, nem vazio, nem tempo" (ARISTÓTELES, 279a18, 2014), encontra-se um lugar moldando qualquer movimento que se possa desejar. Lembre-se de que mesmo um vazio, se fosse existir, seria um "lugar desprovido de corpo" (ARISTÓTELES, 208b26, 2006).

Dada essa percepção da omnipresença do lugar, não é surpreendente encontrar Aristóteles oferecendo sua própria versão do argumento arquetípico de Arquitas para o primado do lugar, um argumento cujos outros defensores incluem Zenão, Parmênides e Platão. Aristóteles coloca desta maneira: "Para aqueles, supõe que as coisas que existem estão em algum lugar, porque o que não está, não está em lugar algum - onde, por exemplo, está um veado ou uma esfinge?" (ARISTÓTELES, 208a29-31, 2006).

Foram as ideias de Aristóteles que deram margem a questões como: Deus não poderia empurrar o nosso mundo no espaço, movendo-o para um novo lugar e deixando um lugar vazio para trás? Questões como essas atacaram as condenações medievais, que tentavam, em um último suspiro, reintegrar a onipotência de Deus no mundo físico, cuja descrição final não deveria ser deixada às mãos de um filósofo pagão como Aristóteles. As implicações de tais especulações resultam em um espaço compartilhado, infinito em extensão. Esse espaço estaria dotado de um vazio, exceto onde fosse ocupado por mundos dados, como conclui Oresme apud Porto e Porto (2008). Um segundo caminho para a infinitude espacial surge da ideia de que Deus não poderia mover o mundo, com um movimento retilíneo, pois isso geraria

um vazio. Aqui encontra-se a questão: o que aconteceria se o mundo fosse movido, mesmo que ligeiramente, em uma direção lateral ao longo de uma linha imaginária? Ao passar da posição A para a posição B, não desocuparia a posição A, deixando-a estritamente vazia? Não se moveria para a posição B, que deveria estar vazia, para que ele fosse ocupada por esse movimento? Estendendo as apostas mais adiante, como os teólogos costumam fazer, dado o desejo de fazer justiça aos poderes ilimitados de Deus, os homens não seriam levados a perguntar: não é tão vazio em princípio, se é verdade que Deus poderia mover o mundo para qualquer lugar?

Ponderando sobre a situação imaginada na qual Deus poderia destruir tudo dentro do mundo sublunar aristotélico, deixando uma grande extensão e um espaço vazio, observa-se que tal situação certamente pode ser imaginada e é definitivamente possível, embora não possa surgir de causas naturais puras, como Aristóteles pensava. Por extensão, o espaço infinito é uma questão sobre o que pode ser imaginado, sobre o que poderia ser: o espaço finito é uma questão real. Assim, para Buridan apud Porto e Porto (2008), mesmo que Deus pudesse realmente criar espaços e substâncias corporais além do mundo e em qualquer grau que Ele quisesse, isso não significa que realmente tivesse feito isso.

É um fato notável que nenhum pensador medieval afirmou que Deus cria um espaço vazio infinito separado de Si. O motivo é que tal espaço, existente além de Deus, faria deste um rival e limitaria a espacialidade infinita de Deus. É mais plausível sustentar que, se houver um espaço vazio infinito, este teria um Deus permeando-o, ou seja, Deus e o espaço seriam o mesmo. Novamente, a divindade do pensamento humano foi um tema aristotélico ignorado na Alta Idade Média em favor da divindade superior de Deus. Por isso, é a presença divina e não o "intelecto ativo" humano, que se acreditava preencher qualquer possível espaço infinito ou vazio.

Este último e importante passo foi dado por Bradwardine que estabelece cinco corolários cruciais.

> 1. Primeiro, que essencialmente e em presença, Deus é necessariamente em todo o mundo e todas as suas partes;
> 2. E também além do mundo real em um lugar, ou em um vazio infinito imaginário.
> 3. E, de forma verdadeira, ele pode ser chamado de imenso e ilimitado.
> 4. E então uma resposta parece emergir para as velhas questões dos gentios e dos hereges, "Aqui está o seu Deus?" E "Onde foi Deus antes da [criação do] Mundo?"
> 5. E também parece óbvio que um vazio pode existir sem corpo, mas de nenhuma maneira pode existir sem Deus. (BRADWARDINE apud CASEY, 1998, p.112)

Bradwardine apud Casey (1998) apresenta uma visão pouco ortodoxa, mas imaculada do vazio. A "[...] presença de Deus ... necessariamente em todos os lugares [...]" (BRADWARDINE apud CASEY, 1998, p.112) converte o vazio de uma entidade puramente negativa e imaginária para outros pensadores em algo de vez em vez positivo e real: positivo na medida em que não é simplesmente uma forma de não-ser, real na medida em que é preenchido com o ser de Deus, o ser o mais real. Oresme apud Porto e Porto (2008) atribuiu a realidade ao vazio unicamente com base em um objeto de razão ou compreensão, puramente racional, em oposição à sensação ou percepção, Bradwardine apud Casey (1998) não hesita em sua convicção de que a realidade de qualquer vazio extramundano se deriva exclusivamente da realidade *a posteriori* de Deus. Não decorre de atributos quase físicos, como extensão ou dimensionalidade. De fato, o vazio em questão pode até ter falta de extensão ou dimensão, mas a imanência de Deus nele é completamente real.

Do mesmo jeito, no entanto, pode-se perguntar: um vazio é vazio de tudo, exceto de Deus? Talvez esse vasto vazio não seja dimensional ou estendido precisamente, porque nada mais existe

senão Deus, considerado como sem dimensão e sem extensão por Bradwardine, Oresme e outros teólogos do século XIV. No entanto, se assim o for, talvez esse novo vazio seja literalmente Deus *ex machina*, invocado apenas para garantir que tenha um lugar apropriado para existir. O vazio seria então um lugar que, precisamente ao acomodar Deus como imenso e ilimitado, deve ser um espaço infinito. A existência desse espaço seria meramente tautológica em status, uma redundância conceitual, parte da definição de Deus. Isso parece sugerido pelo quinto corolário de Bradwardine: se o vazio não poderia "[...] de forma alguma existir sem Deus [...]" (BRADWARDINE apud CASEY, 1998, p.113), pelo mesmo fato, o espaço teria que ser vazio, ou seja, não poderia conter coisa alguma. Esse não é um modelo adequado para o universo conhecido, preenchido como está com coisas inumeráveis e diversas.

Então, Bradwardine apud Casey (1998) destaca três aspectos em que o vazio é mais que uma cena para a residência de Deus. Primeiro, o vazio possui partes, que não são necessariamente idênticas às partes de Deus e que podem pertencer a outras coisas além de Deus. Em segundo lugar, o vazio tem lugares, que mais uma vez não são necessariamente aqueles do próprio Deus, como Bradwardine afirma. Em terceiro, diz que Deus está além do mundo real em um lugar, ou em um vazio infinito imaginário, é uma linguagem codificada para um compromisso de retorno com a questão de se Deus pode mover o mundo *motu recto*. O lugar além do mundo é o lugar ao qual Deus move este mundo. Como Deus pode mover o mundo para um número infinito de lugares extramundanos, ele o move em um "vazio infinito imaginário", que é todo o espaço em que tais movimentos são possíveis. O deslocamento indefinido implica um espaçamento interminável. Como Bradwardine costuma colocar, se Deus move o mundo do lugar A para o lugar B, então Ele já estava em B ou não. Se Ele não estivesse, então sua omnipresença está comprometida. Se Ele estivesse, então estaria necessariamente em todos os lugares, *ad*

infinitum. Os pontos de vista de Bradwardine, embora esquecidos em detalhes, explicaram toda uma maneira de pensar sobre o espaço vazio e infinito. Outras visões, relacionando Deus, espaço e vazio, surgiram na Idade Média, mas as condenações almejando restaurar a fé nos poderes desinibidos de Deus relegaram essas ideias a um segundo plano.

Entre o infinito de Deus completo, mas não-espacial, e o lugar das coisas físicas, ou seja, o vazio mais preciso, encontra-se o estado ilimitado, o infinito espacial do universo. Isso graças a um espírito novo, o espírito do Renascimento, que respira o trabalho do Cardeal De Cusa e seus seguidores. Bruno, profundamente influenciado por De Cusa apud Porto e Porto (2008), diferia dele em dois assuntos básicos. Por um lado, a infinidade do universo físico era, para Bruno apud Porto e Porto (2008), não menos digno que a infinitude de Deus. Como Ele amplia a infinidade espacial deste mundo para todos os mundos, mundos que são infinitos em número. Uma terceira forma de infinito, a de mundos em sua inumerabilidade, é assim adicionada aos infinitos espaciais e divinos que se distinguem por de Cusa. A proposta de mundos infinitos decorre do seguinte princípio: tendo em vista que existe uma razão pela qual algum bem finito tem que existir, a perfeição limitada também tem que existir. Há uma razão ainda maior para a qual um bem infinito existe: sua absoluta necessidade. É de suma importância para a tese de mundos infinitos a existência de um princípio de plenitude, como é explicitado no universo e nos mundos infinitos de Bruno: as coisas e os mundos, que não preenchem um vazio preexistente, eliminam a necessidade de presumir a existência de tal vazio, uma vez que sua presença dá ao espaço uma heterogeneidade distinta e qualitativa, totalmente desprovida de qualquer forma. O único espaço que existe é qualificado, descrito por Bruno como razoável e inevitável, não como um horror. Como Bruno diz explicitamente, não há distinção qualitativa entre mundos. O autor concorda com de Cusa sobre a ideia de que um mundo rigorosamente delimitado postula um

espaço extramundano vazio, cujo papel é o de ser ocupado por algum mundo possível. Todavia, Deus entende que todo mundo possível se tornará verdadeiro e, portanto, esse espaço é ocioso. Além disso, acreditar que um determinado mundo ocupa um espaço vazio preexistente é exigir uma razão pela qual ele ocupa esse espaço particular em vez de algum outro.

Ao insistir em um universo finito, não se pode escapar do vazio. Por quê? Suponha que, neste espaço infinito, foi colocado o universo atual, seja por acaso ou por necessidade. Esse espaço, que de fato contém o mundo atual, está melhor preparado para fazê-lo do que um outro espaço qualquer? A resposta é que não há resposta. Não há como demonstrar de forma convincente que um espaço qualquer é um local melhor para um mundo do que outro igualmente disponível. Bruno continua a abraçar o infinito espaço sem identificar esse infinito com Deus. O espaço infinito é o espaço do universo, que, em alguns momentos, o autor distingue do mundo, rejeitando a ideia de um espaço para o mundo, pois o espaço do universo seria vazio e sem qualidades. Bruno exige, no entanto, um espaço compartilhado por todos os mundos: tal é o espaço próprio do universo. Dessa forma, ele evita a escolha medieval anterior entre espaços dentro de e entre mundos, o que implica a existência, ou pelo menos a possibilidade real do vazio. O espaço que mais interessa não é um espaço que é simplesmente ocupado, assumido por infinitos mundos. Em vez disso, é um espaço que se caracteriza por esses mundos. O espaço infinito não é meramente ilimitado, não é apenas negativo: este tem o caráter positivo que lhe é conferido pelos mundos infinitos que o compõem.

A origem de tal espaço infinito reside na própria natureza de Deus: Ele seria deficiente se sua criação fosse meramente finita em forma. Por que deveria ou como se pode supor que a potência divina esteja ociosa? Em suma, para conter esses inúmeros corpos, é necessário um espaço infinito. É necessário um espaço para abraçar e abrigar, se não precisamente, um infinito para localizar

ou simplesmente subjugar os mundos que constituem o universo completo da criação de Deus.

Foi explorando a extensão do espaço, sua aparente limitação, sua infinidade, que os estudos sobre o espaço vazio encorparam. Isso não significa dizer que o interesse sobre o lugar foi simplesmente colocado de lado. O interesse continuou face ao emergente interesse pelo espaço. Porém, ao final do século XVI, início do século XVII, uma grande atenção foi dada ao espaço, e o lugar passa a ser considerado algo secundário. Até mesmo Gilbert insinua isso claramente. O lugar só pode representar uma comparação invejosa para com o espaço absoluto ou infinito. O efeito é o de uma série complementar: quanto mais de absoluto, menos infinito. A coabitação dá lugar à ocupação individual à medida que a era do espaço é definitivamente estabelecida, com o lugar destituído de sua primazia anterior e colocado em suspenso. Uma das ironias permanentes da situação é dos primeiros pensadores modernos insinuando uma escolha forçada entre lugar e espaço, e, depois, entre determinações absolutas e relativas do próprio espaço, afastaram o que havia sido edificado de forma construtiva e não problemática no pensamento anterior.

Apesar de seus tratamentos dramaticamente diferentes, Platão e Aristóteles consideraram o lugar como uma reunião de traços absolutistas e relativistas, de modo que antecipem noções posteriores de espaço. Algumas dessas ideias são mantidas rigidamente, separadas no período pós-renascentista. Da mesma forma, Bruno apud Porto e Porto (2008) defende o absolutismo e o relativismo em suas concepções de espaço, e o lugar deve ser unicamente relativo, um lugar particular é uma parte do espaço e o espaço é infinito. Somente no transcendental de Kant, ao final do século XVIII, haverá um esforço expresso para recombinar as direções divergentes do absolutismo e do relativismo em uma estrutura coerente, mas um preço tremendo deve ser pago por esse ato de recombinação: o espaço não está situado no mundo físico, mas na subjetividade da mente humana que molda formalmente

este mundo e, como reflexo direto desse transcendental, qualquer sentido residual desse lugar é importante. A parte do espaço terá desaparecido, com o resultado de que o lugar não é considerado atentamente, na verdade, quase não é mencionado na *Crítica da Razão Pura*.

No caso de uma localização simples, o lugar passa a ser inteiramente absorvido pelo espaço: a concretude do primeiro é totalmente deslocada para o espaço. Ao lugar foi negado qualquer presença efetiva em uma imensidão espacial sem compromissos. Uma coisa é postular o espaço como extremamente infinito, como fizeram Bradwardine e Bruno, mas é outra coisa afirmar que esse espaço é vazio não apenas das coisas, mas do próprio lugar. Essa última afirmação é o cumprimento específico da física do século XVII, segundo a qual o lugar não interfere na natureza das coisas e não tem relação com o fato destas estarem em repouso ou em movimento. De acordo com a nova física, o espaço é algo autosuficiente e totalmente independente daquilo que nele possa estar, incluindo lugares particulares. O espaço é, portanto, um conceito independente, despojado de todas as diferenciações ou forças internas. Tal emancipação se torna evidente na obra de Gassendi, no século XVII, proponente de um atomismo neo-epicurista que defendia a prioridade do espaço sobre a matéria e a realidade de um vazio idêntico a um espaço matemático, ou seja, abstrato, homogêneo e infinito, semelhante ao da geometria euclidiana. Considerado como um fundamento indispensável da cinemática, esse espaço abstrato puramente vazio é, ao mesmo tempo, absoluto e infinito. A mensurabilidade implica na pura homogeneidade do espaço, sua estrita regularidade como isométrica e isotrópica. Gassendi está, portanto, mantendo não apenas o que se pode pensar em um espaço independentemente da matéria, mas caso isso seja assumido como verdadeiro, este se apresenta como tendo sua própria dimensionalidade e homogeneidade. Quanto ao seu infinito, é preciso reconhecer que não há limite efetivo para o vazio.

Em contraste com a ênfase de Aristóteles nos aspectos qualitativos do lugar, por exemplo, a direccionalidade, em cima e em baixo, Gassendi propõe que o lugar é uma quantidade, ou algum tipo de extensão, isto é, o espaço ou intervalo composto pelas três dimensões: comprimento, largura e profundidade, onde é possível manter um corpo. Contudo, o espaço é mensurável, dimensional, mas não é corpóreo. Por isso, torna-se extremamente difícil distinguir o espaço de um termo que conota um meio infinito e homogêneo. Para Gassendi, o lugar não era nada além de um espaço vazio, um intervalo, um espaço incorpóreo ou quantidade incorpórea. Daí conclui-se que espaço e tempo devem ser considerados coisas reais ou entidades reais.

Já Descartes estava convencido de que não existiria um espaço totalmente vazio. Não haveria um espaço sem corpo. A noção de uma extensão espacial pura, como no pensamento de Gassendi e que futuramente reapareceria na física newtoniana, é aqui rejeitada em favor de uma extensão apenas corporal. É essa extensão que caracteriza o espaço de Descartes. No entanto, o que é, então, o espaço? A fundação da física e metafísica cartesiana está em uma identificação insistente do espaço com a matéria, isto é, com corpos físicos que possuem magnitude e forma. Ao fazer esse movimento, Descartes distingue-se imediatamente de Gassendi, como atomistas recrudescentes e de anti-atomistas como Bruno, que procuraram absolutizar o espaço às custas da matéria, recorrendo a um vazio inteligível ou a um Deus onipresente. A esse respeito, Descartes se alinha a Platão e a Aristóteles em sua rejeição concertada do vazio de Demócrito e em seu esforço comum para tornar a matéria de algum modo co-extensiva com o espaço. Em outros aspectos, no entanto, Descartes antecede especialmente Leibniz em termos de uma relativização radical do espaço. Todavia, tomando essa última direção, Descartes ironicamente chega à mesma conclusão de seus próprios críticos absolutistas, Gassendi e posteriormente Newton: o lugar não tem um status independente, além daquele do espaço universal ao qual ele pertence. Porém, isso

é para ficar à frente da história, cujo capítulo mais revelador continua sendo o que trata da extensão.

A extensão é o conceito central da visão de espaço de Descartes. Não é apenas a essência comum do espaço e da matéria. Esta determina a natureza da quantidade e da dimensão e, portanto, de toda a medida da distância também. Em seus primeiros trabalhos, Descartes escreve que, por extensão, entende-se tudo o que tem comprimento, largura e profundidade, mas não pergunta se isso é um corpo físico ou apenas um espaço. O caminho pode fazer parecer que a extensão é algo que pode existir à revelia daquilo que é *extensum*. Entretanto, não é possível imaginar qualquer corpo que não seja estendido ou qualquer extensão que não seja corporal. Isso significa, por sua vez, que não se pode considerar a extensão como um campo vazio ou um mero conjunto de dimensões que passa a ser ocupado, total ou parcialmente, por corpos físicos como Newton supõe ser o caso. A matéria estendida constitui um contínuo sem limites determinados, muito menos finais. Nenhum vazio pode existir. Assim como a infinitude de Deus implicava um espaço vazio infinito para os teólogos do século XIV, também a extensão indefinida do mundo requer um espaço preenchido sem lacunas nos olhos de Descartes. Descartes rejeita a ideia de vazio ainda mais veementemente que Aristóteles, pois a própria ideia de vazio é uma contradição, em termos, se é de fato verdade que matéria e espaço são a mesma coisa. Toda vez que há espaço, haverá matéria que o preencha.

Um vazio não pode ser parte da natureza se esta existir apenas como extensa. Por mais extensa que seja, a natureza será inteiramente preenchida com uma substância material: um *plenum*. O cerne da questão é a matéria em si, pois a negação do vazio segue estritamente a questão da extensão. Descartes deixa isso claro ao dizer que não pode haver nenhum espaço vazio completo, isto é, espaço que não contenha matéria, porque não se pode conceber tal espaço sem também conceber nele três dimensões e a matéria. Na avaliação amarga de Descartes, o vazio é

uma questão de que nada há e sempre há alguma outra coisa, alguma matéria, apenas a quantidade certa de matéria para tomar o seu lugar. O lugar é uma característica subordinada da matéria e do espaço. A noção de lugar já estava implícita quando a afirmação foi feita anteriormente à ideia da unidade genérica de extensão. Essa unidade permanece a mesma depois que um dado corpo foi retirado dela: quando um tijolo foi removido do espaço ou lugar em que estava, julga-se que a extensão desse lugar em que o tijolo estava permanece e é o mesmo, embora o lugar do tijolo possa agora ser ocupado por madeira, ou água, ou ar, ou qualquer outro corpo.

O lugar desempenha um papel importante na cosmologia de Newton, como absoluto que ocupa e estrutura o vazio antes de qualquer ocupação por corpos ou forças. Um corolário do compromisso de Newton com o espaço absoluto é a aceitação de um vazio estrito e universal. Não só é o caso de que os espaços celestes são livres de quaisquer resistências, pois não possuem sequer o éter material encontrado no reino sublunar, mas há vazio no próprio reino sublunar. Newton simplesmente equaciona "o vazio" com "o espaço vazio". Para Newton, "Lugar é a parte do espaço que o corpo ocupa, e esta é, dependendo do espaço, ou absoluto ou relativo." (NEWTON, 1999, p. 409). Para Newton, mesmo sem corpos, o espaço não é um vazio, uma vez que há algo no espaço, ou seja, partes do espaço. Uma parte de um espaço absoluto é um lugar absoluto. Tais lugares, apesar de seus status radicalmente reduzidos, são pelo menos o conteúdo apropriado do vazio que é o espaço absoluto. De acordo com Newton, Deus não seria apenas um lugar, pois, se fosse um lugar, teria que ser muito abrangente, ou seja, equivalente ao espaço infinito. Assim, Newton chamou Deus pelo seu verdadeiro nome "não-vazio" de sua física: "espaço absoluto". Isso deixa uma pergunta sem resposta: Se Deus é uma "extensão infinita", isso não significa que Ele é uma entidade estendida, isto é, uma entidade tendo dimensões físicas reais? Sua imensidão seria material e não apenas espiritual?

Newton, que se aproxima perigosamente dessa posição herética, recua habilmente quando diz que Deus é um ser totalmente espiritual.

Mesmo sendo relativo, de acordo com Leibniz, o lugar é necessário como uma matriz tridimensional que estabelece uma posição única para a geração de extensão. Então o próprio lugar requer um corpo. Esse corpo expressa um lugar em si: seu ponto de vista não é outro senão a perspectiva que o lugar traz consigo. Assim, embora todo sujeito inteligente ou a mônada leibniziana que exprime o universo inteiro, ele o faz apenas quando o universo é visto daquele lugar único que o corpo traz consigo. O resultado é uma percepção de materiais pictóricos, um repertório de imagens do universo, em outras palavras, uma visão traçada de um lugar único, em contraste com o levantamento da ciência da organização do espaço de Deus sobre tudo o que pertence à ordem da extensão. Segundo Leibniz, Deus sendo incorpóreo, também é sem lugar e fora do espaço. Leibniz não apenas permite que o espaço seja concebido em termos de um nexo de posições abstratamente coordenadas, mas também sucumbe a uma visão do lugar como paralela à posição e subordinada a ela. Um lugar expressa a si mesmo. Ele também sustenta que a posição do lugar e a quantidade, como número e proporção, são meras relações e resultam de outras coisas que, por si mesmas, constituem ou terminam uma mudança. No entanto, matematicamente falando, é possível conceber a ideia de um lugar vazio, se este é representado por uma coordenada, por exemplo. Leibniz não deixa claro se um ponto matemático não pode de modo algum existir enquanto somente um ponto.

Isso leva à versão matemática do vazio, que remete imediatamente ao conjunto vazio. No capítulo anterior, tratou-se um pouco desse assunto. O conjunto vazio não é a mesma coisa que nada, em vez disso, é um conjunto sem nada dentro, mas um conjunto é sempre alguma coisa. Dito de outro modo, o vazio matemático é uma representação do nada na matemática. Este

apresenta-se principalmente na “Teoria de Conjuntos” e é nela que a significância do vazio matemático pode ser demonstrada com mais clareza. Se um conjunto expressa uma coleção ou agrupamento de certos elementos, é possível definir o conjunto vazio como aquele no qual os elementos que o compõem não existem. Seguem-se alguns exemplos: seja A um conjunto de números primos e ímpares $\{1, 3, 5, 7\}$ e B um conjunto de números pares sem o zero $\{2, 4, 6, 8\}$. Dados esses conjuntos, pode-se afirmar que a intercessão entre estes representa um conjunto vazio, pois não há um elemento que pertença a ambos os conjuntos simultaneamente. É válido lembrar que na matemática o conjunto vazio é representado de forma semelhante a letra Φ do alfabeto grego, isto é, como $\emptyset$. Além disso, $\emptyset$ é um subconjunto de qualquer conjunto dado, ou seja, $\forall\, X, \emptyset \in X$. Cabe notar que $\emptyset$ possui características próprias, a saber: a) não possui qualquer elementos, $\emptyset$; b) é um subconjunto de si próprio; e c) é diferente de um conjunto contendo o vazio, ou seja, $\emptyset \neq \{\emptyset\}$.

Vale salientar que $\emptyset$ é diferente do valor numérico zero (0), pois sua significância física já não é aplicável à “Teoria de Conjunto”. Por essa razão, tal teoria apresenta alguns conceitos fundamentais para o entendimento do $\emptyset$ e do papel que este desempenha: a) Notação, X é um conjunto qualquer e b é um elemento desse conjunto, logo $(b \in X)$; b) Axiomas, um conjunto é completamente determinado pelos seus elementos; c) Operações, as operações entre conjuntos podem levar a formação de um novo conjunto; d) Subconjuntos, seja X e Y dois conjuntos quaisquer, em que X é um subconjunto de Y, então cada elemento de X é também um elemento de Y, $(X \subseteq Y)$; e) União é o conjunto dos elementos que pertencem a pelo menos um destes conjuntos, $X \cup Y = \{ f \in U | f \in X \text{ ou } f \in Y\}$; e f) Intercessão é o conjunto de elementos que pertencem simultaneamente aos dois conjuntos, $X \cap Y = \{ f \in U | f \in X \, e \, f \in Y\}$. Por fim, a prova que $\emptyset \subset X$ pode ser dada negando essa afirmativa. Suponha que $\emptyset \not\subset X$, ou seja, o conjunto vazio não pertença ao conjunto X. Dessa forma, é

necessário que exista um elemento que esteja no conjunto vazio e que não esteja em X. Como por definição, o vazio não tem qualquer elemento, logo, o vazio tem que estar contido em X.

O vazio matemático pode ser visto também na formulação dos cálculos diferencial e integral de Leibniz e Newton, e de alguns nomes menos citados que contribuíram para o seu estabelecimento. Esses cálculos, hoje, lidam com sistemas infinitesimais através da técnica de limites. Porém, nem sempre foi assim. Ambos os matemáticos percorreram um longo caminho até chegar a uma forma que pudesse servir de base para outros matemáticos que os sucederam.

Leibniz descobriu, primeiramente, o seu teorema da transmutação e a quadratura aritmética do círculo e, nos dois anos seguintes, descobriu também toda a base para o seu cálculo diferencial, contando com a ajuda de alguns outros matemáticos que o antecederam. No entanto, foi apenas nove anos mais tarde que publicou seus resultados no periódico *Acta Eruditorum Lipsienium*, por meio do artigo *Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemquem para Tangentibus, quae nec Fractas nec Irrationales Quantitates Moratur et Singulare pro Illis Calculi Genius*. Nesse artigo, Leibniz utiliza os resultados algébricos de *A Geometria*, de Descartes, como um segmento de reta arbitrário e finito, sendo y a ordenada de uma curva qualquer na qual x é a abscissa, e τ a tangente à curva em um ponto sendo t a subtangente, então dy seria definido como uma reta, tal que $dy{:}\,dx = y{:}\,t$. Ele definiu algumas regras básicas de operação: sendo a constante, então $da = 0$; $d(v \pm y) = dv \pm dy$; $d(vw) = v\,dw + w\,dv$; e $d(v/y) = (\pm v dy \mp y dv)/y^2$. As regras do quociente e do produto foram definidas juntamente um ano depois do teorema da transmutação. Para provar a sua regra do produto, Leibniz deu um exemplo no qual $y = z^2 + bz$ e $x = cz + d$. Primeiro, ele calcula dy como a diferença dos y valores entre $z + dz$ e z. Seguidamente, $dy = (z + dz)^2 + b(z + dz) - z^2 - bz = (2z + b)dz + c$. Como $(dz)^2$ é infinitamente menor

do que dz, ele conclui que $dy = (2z + b)dz$. Da mesma maneira, $dx = c\,dz$ e $dx\,dy = (2z + b)c(dz)^2$.

Leibniz se equivoca ao afirmar, em um de seus manuscritos, que $dx\,dy = d(xy)$. Ao perceber seu erro, alguns dias depois, realiza uma demonstração simples: "$d(xy)$ é a mesma coisa do que a diferença entre dois xy sucessivos; sendo um deles xy, e o outro $(x + dx)(y + dy)$; então tem-se $d(xy) = (x + dx)(y + dy) - xy = x\,dy + y\,dx + dxdy$. Omitindo a quantidade $dxdy$, que é infinitamente pequena em comparação com o resto,... obtém-se $x\,dy + y\,dx$" (LEIBNIZ apud KATZ, 2010, p. 669-670). Da mesma maneira prova-se a regra do quociente.

Para demonstrar a utilidade do seu cálculo, Leibniz discute como determinar os máximos e os mínimos. Ele nota que dv será positivo quando v for crescente e negativo quando v for decrescente. Assim, torna-se claro que $dv = 0$ quando v não for nem crescente, nem decrescente. Nesse ponto, a ordenada será um máximo, se a curva tiver concavidade para baixo, ou um mínimo, se a curva tiver concavidade para cima. Ele nota também que a concavidade da curva é determinada pela segunda diferença $d\,dv$:

> Quando lidamos com ordenadas crescentes v e os seus incrementos ou diferenças dv também são crescentes (isto é, quando dv é positivo, $d\,dv$, a diferença das diferenças, também é positiva, e quando dv é negativo, $d\,dv$ também é negativo), então a curva é [côncava para cima], no outro caso [côncava para baixo]. Onde o incremento é máximo ou mínimo, ou onde os incrementos decrescentes se tornam crescentes, ou o oposto, há um *ponto de inflexão*. (LEIBNIZ apud KATZ, 2010, p. 670).

Ou seja, quando $d\,dv = 0$.

Já para Newton, as séries teriam a base do cálculo. Ele as utilizava para lidar com qualquer relação algébrica que não fosse fácil de expressar, como um polinômio em uma variável. Segundo Newton, as ideias básicas do cálculo tinham a ver com movimento, considerando toda variável em uma equação, pelo menos

implicitamente, como dependente do tempo: “Considero as quantidades como se fossem geradas por aumento contínuo no modo de um espaço juntamente com um objecto em movimento descreve o seu percurso.” (NEWTON apud KATZ, 2010, p. 645). Porém, como Leibniz, Newton também contou com uma “ajudinha” de brilhantes matemáticos do século XVII. Assim, Newton definiu o conceito de fluxão do seguinte modo: a fluxão $\dot{x}$ de uma quantidade de x dependente do tempo, chamada *fluente*, era a velocidade com a qual x aumentava através do seu movimento gerador. Em sua segunda carta a Leibniz, Newton apresentou dois aspectos básicos do cálculo, a saber:

> 1 - Dando-se o comprimento do espaço continuamente [isto é em todos os momentos], para descobrir a velocidade de movimento em qualquer momento proposto. 2 - Dando-se a velocidade do movimento continuamente para descobrir o comprimento do espaço descrito em qualquer momento proposto. (NEWTON apud KATZ, 2010, p. 645).

Newton (1671) continua explicando como resolveu o problema 1, utilizando um algoritmo que relacionava as fluxões $\dot{x}$ e $\dot{y}$ dos fluentes x e y através de uma equação da forma $f(x, y) = 0$:

> Componha-se a equação pela qual a relação dada expressa de acordo com as dimensões de uma qualquer quantidade fluente, digamos x, e multiplique-se os seus termos por qualquer progressão aritmética e depois por $\frac{\dot{x}}{x}$. Leve-se a cabo esta operação separadamente para cada uma das quantidades fluentes e depois coloque-se a soma de todos os produtos igual a nada, e tem se a equação desejada. (NEWTON apud KATZ, 2010, p. 645).

Em seu livro *De motu corporumin gyram*, Newton usou argumentos semelhantes ao limite, do mesmo modo que os usou no desenvolvimento das fluxões. Contudo, foi apenas em seu livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* que ele conseguiu

desenvolver com precisão esse conceito. Newton sabia intuitivamente o que um *ratio* limite devia ser. Tanto que ele usou esse conceito para desenvolver o seu trabalho sobre as fluxões, duas décadas antes de escrever no *Principia* a sua noção de velocidade instantânea, que era um *ratio* de distância pelo tempo em que as duas quantidades esvanecem. Ele sabia o que estava fazendo ao usar os "limites" para o cálculo das fluxões, sabia que poderia lidar com *ratios* de quantidades envolvendo o seu evanescente o e finalmente fazer com que esse o fosse zero. Frequentemente, afirmava-se que Newton havia desenvolvido o cálculo de forma a realizar o seu sistema do mundo no *Principia*. Todavia, ficou evidenciado, por meio de seus muitos manuscritos, que seu cálculo foi desenvolvido muito antes de sua física, desenvolvendo e refinando resultados já existentes. A prova disso encontra-se no seguinte fato: em seus argumentos sobre as fluxões, ele utiliza as mesmas três etapas usadas em seus argumentos físicos, baseados na geometria. Primeiro ele procura um resultado utilizando quantidades finitas, seguidamente declara que também é válido para algumas quantidades infinitamente pequenas e finalmente aplica o novo resultado a uma situação finita.

Porém, para os cálculos de Leibniz e Newton funcionarem, era preciso ignorar as descontinuidades, os vazios. Desse modo, o problema do infinitamente pequeno, do quase zero, do quase vazio associado aos cálculos deu muito o que falar nos séculos XVII e XVIII. Nem todos viam, na nova matemática, no novo método, algo útil. Um dos mais ferozes opositores dos cálculos de Leibniz e Newton foi o empirista inglês Berkeley. Seu principal ataque à matemática concentra-se na noção de infinito. De acordo com a matemática, uma reta de comprimento finito pode ser subdividida em um número infinito de segmentos infinitamente pequenos. Os cálculos diferencial e integral, descobertos recentemente por Leibniz e Newton, eram baseados nesse princípio. Berkeley argumentava que a ideia de uma reta de comprimento finito e infinitamente divisível era contraditória em si mesma. A divisão da

reta deve continuar indefinidamente para que consista de segmentos infinitamente pequenos, mas, concomitantemente, deve também parar abruptamente, porque a reta chega a um fim. Logo, não era possível ter os dois. Ele também introduziu na consideração "o como zero" o "o sendo uma representação do nada", contrariando o método de Newton que ora considera $0 * x$ sendo algo, ora torna essa expressão um sistema nulo. A conclusão dessa crítica não poderia ter sido mais aguda. Para Berkeley, nos cálculos de Leibniz e Newton, o zero pode representar o vazio de acordo com a finalidade da operação aplicada e a natureza dos métodos utilizados. Portanto, conclui-se que o vazio matemático pode ser representado de diversas maneiras, basta que o sistema seja adequado à metodologia da solução do problema.

As investigações de Berkeley sobre filosofia da matemática começaram muito cedo. Ele escreveu os *Comentários Filosóficos,* no qual critica os cálculos diferencial e integral de Newton. Em suas reflexões filosóficas, Berkeley não poupou a matemática de sua época com relação à própria verdade matemática ao rigor das demonstrações, à aplicabilidade desta ao mundo empírico, à abrangência e aos limites do conhecimento matemático. Posteriormente, em *Um tratado sobre os princípios do conhecimento humano*, Berkeley estende suas críticas a ideias abstratas em geral, rejeitando a noção de linhas infinitamente divisíveis e criticando a doutrina dos infinitésimos, retornando esses comentários em *O Analista*. Nessa obra, Berkeley ataca fortemente o método das fluxões, argumentando que o infinitésimo de Newton era autocontraditório, ou seja, uma quantidade tratada inicialmente como grandeza finita e, posteriormente, como vazia. No método das fluxões, as quantidades variáveis x são chamados *fluentes* e o conceito de derivada é obtido a partir da noção de *fluxão* (denotado por $\dot{x}$): $\dot{x}$ é a fluxão de x e, inversamente, $\acute{x}$ é o fluente do qual x é a fluxão. O momento de um fluente x é definido como o acréscimo ocorrido

em x em um período indefinidamente pequeno de tempo. As fluxões dos fluentes correspondem às taxas nas quais cada fluente varia num intervalo de tempo. Ainda, em *O Analista*, Berkeley chama a atenção sobre a inconsistência do método de fluxões de duas formas diferentes: uma relativa à fluxão de uma potência e outra, à de um produto de fluxões. Em sua crítica, ele trabalha com a função $z = ax^m$:

$$z + 0y = ax^m + amx^{m-1} + \frac{am(m-1)}{2!}x^{m-2}(0x)^2 + \cdots$$

Até esse ponto, o momento é considerado como uma grandeza, mas, a partir daí, Newton o considera com zero, de modo a produzir a fluxão:

$$y = amx^{m-1}$$

Ou seja, todo incremento de x deixa de existir sem qualquer justificativa adequada. De acordo com Berkeley, esse resultado não pode ser válido, porque Newton chega a ele, supondo inicialmente que zero era "alguma coisa". Quanto ao método para obtenção da fluxão de um produto de funções, ou seja:

$$h(x) = (f \cdot g)(x)$$
com
$$\dot{h} = f(x)\dot{g} + g(x)\dot{f},$$

Berkeley mostra que qualquer numero de resultados distintos poderia ser obtido.

Por outro lado, filosoficamente, o vazio pode ser entendido como noções infinitesimais associadas às propriedades do contínuo. Porém, é válido lembrar que os infinitésimos são caracterizados como uma magnitude não nula, menor que qualquer outra magnitude não nula da mesma classe. Essa definição, remete

indiretamente à significância de um conjunto vazio que é aquele que está contido em todos os outros conjuntos. Assim, um olhar mais atento pode notar a semelhança entres tais definições. A busca do entendimento do vazio levou grandes matemáticos e físicos a utilizarem os métodos infinitesimais para solução de dados problemas, como Kepler, que utilizava essa metodologia no cálculo de inúmeros sólidos de revolução, e Galileu que usava em métodos cinemáticos. Além deles, é válido lembrar que Descartes foi um dos grandes precursores dos métodos diferenciais e integrais. Essas são as formas mais hábeis de se lidar com grandezas infinitesimais.

Outras compreensões físico-matemáticas tangíveis ao olho humano são os eventos que acontecem no plano espacial, como o buraco negro, uma entidade física dotada de nada e que pode ser pensada como uma certa maneira de referir-se ao vazio. O vazio representa um sistema na física, em que todos os experimentos relacionados ao tempo e ao movimentos são testados, justamente por não conterem interferências externas. Assim, é possível entender o vazio físico como uma ligação direta entre os métodos infinitesimais e o vazio em si, ou seja, são formas relativas que descrevem um meio neutro adequado às leis da física. Inicialmente, os vazios espaciais eram necessários para garantir o caráter discreto dos números individuais na geometrização pitagórica destes. Nessa etapa, o espaço ainda não tem significação física, exceto na função de servir de agente que delimita corpos diferentes. Um outro exemplo encontra-se na física moderna em geral, que deixa de lado certas teorias relativistas, qualifica o espaço como contínuo, isotópico, homogêneo, finito ou infinito, quando não o considera um puro sistema de relações.

Atualmente, muitos acreditam que uma propriedade característica do espaço é que todas as coisas estão no espaço, mas o espaço nunca está em outra coisa, pois o que o cerca é o vazio infinito. Esta não é uma ideia nova, tampouco unânime, mas é perfeitamente aceitável. Por outro lado, outros pensam que o

espaço tem a propriedade física de estabelecer fronteiras ou limites para os corpos que lá estão e, graças a esse poder restritivo do espaço, o universo como um todo ocupa um lugar finito.

Para Penrose (1991), no artigo *Black Holes*, editado em *The world treasury of physics, astronomy, and mathematics*, por Ferris e Fadiman, um buraco negro é algo que se comporta como um corpo material de pequenas dimensões, mas com uma massa altamente condensada. Penrose ressalta que um buraco negro não é de fato um corpo material como se conhece, pois não possui uma superfície bem definida. Um buraco negro estaria mais para uma região vazia do espaço, embora estranhamente distorcida, que atua como um centro de atração gravitacional. Porém, um corpo material já esteve lá e implodiu, isto é, colapsou para dentro, devido à sua própria atração gravitacional. Vale lembrar que, quanto maior o corpo e sua massa, maior é a sua atração gravitacional e, quanto mais este se concentra, mais forte seu campo gravitacional se torna. Além do mais, em um certo limite do espaço que sofre influência de um buraco negro, existe um ponto de não-retorno que, quando atingido, captura o corpo que o atinge. Essa região do espaço de onde não se pode escapar é denominada de horizonte de eventos. Dito de outro modo, um buraco negro é:

> [Uma] Região do espaço-tempo dotada de um campo gravitacional de tal modo intenso que dela nenhuma partícula ou radiação podem escapar. Acredita-se que os buracos negros se formem a partir de um corpo de massa tão grande que sua própria atração gravitacional o tenha feito colapsar. Tudo que ocorre no interior de uma dada região delimitada pelo chamado horizonte do buraco negro não pode ser detectado. Fora do horizonte, é possível escapar de sua força gravitacional. Atualmente, há evidências que indicam a existência desses objetos celestes, em particular no núcleo de certas galáxias e em sistemas de estrelas binárias. (RODITI, 2005, p. 31).

Hawking (1991), em seu artigo, *Black Holes Ain't So Black*, editado em *The world treasury of physics, astronomy, and*

mathematics, por Ferris e Fadiman, questiona como seria possível um buraco negro dar a impressão de estar emitindo partículas, quando se sabe que nada pode escapar do seu horizonte de eventos. Segundo ele, a resposta baseada na teoria quântica diz que as partículas não vêm de dentro do buraco negro, mas do espaço vazio, ou seja, apenas de fora do horizonte de eventos do buraco negro. Pode-se entender a teoria de Hawking da seguinte maneira: a ideia que se tem do espaço vazio não pode ser analisada como um vazio total, porque isso significaria que todos os campos, como campos gravitacionais e eletromagnéticos, teriam que ser exatamente iguais a zero. No entanto, o valor de um campo e sua taxa de variação com o tempo são como a posição e a velocidade de uma partícula. O "Princípio da Incerteza" implica que, quanto mais precisamente se conhece uma dessas quantidades, com menos precisão pode se conhecer a outra. Em outras palavras, "[O] princípio da incerteza de Heisenberg [é um] Princípio da mecânica quântica segundo o qual não é possível realizar a medição simultânea do momento p $[m.v]$ e da posição x de uma partícula." (RODITI, 2005, p. 183). Assim, no espaço vazio, o campo não pode ser corrigido exatamente no zero, visto que teria um valor preciso igual a zero e uma taxa de variação igualmente precisa, ou seja, também igual a zero. Deve haver uma certa quantidade mínima de incerteza, ou flutuações quânticas, no valor do campo. Pode-se pensar nessas flutuações como pares de partículas de luz ou gravidade que aparecem juntas em algum momento, mas depois se separam e se reúnem novamente para finalmente se aniquilarem. Essas partículas são partículas virtuais, como as partículas que carregam a força gravitacional do Sol: ao contrário das partículas reais, aquelas não podem ser observadas diretamente com um detector de partículas. No entanto, seus efeitos indiretos, como pequenas mudanças na energia das órbitas eletrônicas em átomos, podem ser medidos e concordam com as previsões teóricas com um grau notável de precisão. O "Princípio da Incerteza" também prevê que haverá pares virtuais semelhantes de partículas de

matéria, como elétrons ou quarks. Nesse caso, no entanto, um membro do par será uma partícula e o outro uma antipartícula.

Referências:

ARISTÓTELES. **Física**. Livro IV. London: Loeb Classical Library, 2006.

_____. **Do Céu**. São Paulo: EDIPRO, 2014

BORNHEIM, G. **Os Filósofos Pré-Socráticos**. São Paulo: Cultrix, 1977.

CASEY, E. S. **The fate of place**. Los Angeles: California University Press, 1998.

KATZ, V. J. **História da Matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

NEWTON, I. **The Principia (Mathematical Principles of Natural Philosophy)** Los Angeles: University of California Press, 1999.

PORTO, C. M.; PORTO, M. B. D. S. M. A Evolução do Pensamento Cosmológico e o Nascimento da Ciência Moderna. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 30, n. 4, 4601 (2008).

RODITI, I. **Dicionário Houaiss de Física**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2005.

Bibliografia Citada ou Referenciada:

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

D'OTTAVIANO, I. M.; BERTATO, F. M. George Berkeley e os Fundamentos do Cálculo Diferencial e Integral. **Cad. Hist. Fil. Ci.** Campinas, Série 4, v. 1, n.1, p. 33-73, jan.-jun. 2015.

FERRIS, T.; FADIMAN, C. **The world treasury of physics, astronomy, and mathematics.** 1991.

JENSEN, R. B. On the Consistency of a Slight (?) Modification of Quine's 'New Foundations'. **Synthese**. Springer. 19 (1/2): 250–264. December. 1968.

BOGOMOLNY, A. **Cut the Knot**. 1996. Disponível em: <https://www.cut-the-knot.org>. Acesso: 17 abr. 2018.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blucher e Universidade de São Paulo, 1976.

BRETT, G. S. **The philosophy of Gassendi**. Disponível em: <https://archive.org/download/philosophyofgassoobret/philosophyofgassoobret.epub>. Acesso: 30 abr. 2018.

BROUWER, L. E. J.; BETH, E. W.; HEYTING, A. **Studies in Logic and the Foundation of Mathematics:** Abstract Set Theory. 2ª. Edição. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1961.

CARVALHO, T. F.; D'OTTAVIANO, I. L. Sobre Leibniz, Newton e infinitésimos, das origens do cálculo infinitesimal aos fundamentos do cálculo diferencial paraconsistente. **Educação. Matemática. Pesquisa.** São Paulo, v. 8, n. 1, p.13-43, 2006.

CENTRE NACIONAL DE RESSOURCES TEXTUELLES E LEXICALES (CNRTL). Disponível em: < http://www.cnrtl.fr/>. Acesso: 17 abr. 2018.

CLAGETT, M. **The science of mechanics in the middle ages**. Madison: The University of Wisconsin Press, 1979.

ENCYCLOPEDIA OF MATHEMATICS. 2012. Springer. **European Mathematical Society**. Disponível em: <https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/MainPage>. Acesso: 17 abr. 2018.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Higyno H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

FORSTER, T. **Logic, Induction and Sets**. Cambridge: Cambridge University Press. 2003.

FRAENKEL, A. A.; BAR-HILLEL, Y.; LEVY, A. **Studies in Logic and the Foundation of Mathematics:** Foundations in Set Theory**.** Vol. 67. Amanterdam: North-Holland Publishing Company, 1973.

GASSENDI, P. B.; MORIN, J. B. **Dissertatio Ioannis Baptistae Morini ... De atomis, et vacuo contra Petri Gassendi philosophiam epicuream**. Paris, 1650. ETH-Bibliothek Zürich. Disponível em: < http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-14045>. Acesso: 30 abr. 2018.

GAUKROGER, S. **Descartes**: Uma Biografia Intelectual. Rio de Janeiro: EdUERJ e Contraponto, 1999.

GRANT, E. Bradwardine and Galileo: Equality of Velocities in the Void. **Archive for History of Exact Sciences**, Vol. 2, No. 4 (16.9.1965), p.344-364.

HARPER, D. **Online Etymology Dictionary**. 2001. Disponível em: <https://www.etymonline.com/>. Acesso: 17 abr. 2018.

KOYRÉ, A. **Do mundo fechado ao universo infinito**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2001.

_____. **Estudos de História do Pensamento Científico**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1991.

_____. **Estudos de História do Pensamento Filosófico**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1991.

LEIBNIZ, G. W. **Oevres concernant le Calcul Infinitésimal**. Paris: A. Blanchard, 1983.

METAMATH. Disponível em: <http://us.metamath.org/index.html>. Acesso: 23 abr. 2018.

NIETZSCHE, F. Genealogia da moral. São Paulo: Companhia das Letras, 2009.

PLANETMATH. University of Waterloo Faculty of Mathematics. Disponível em: <http://planetmath.org/?op=getobj&from=objects&id=317>. Acesso: 23 abr. 2018.

RANDALL, H. **Elementary Set Theory with a Universal Set**. Levallois-Perret: Academia-Bruylant. 1998.

ROUX, S. **Les recherches métaphysique de Gassendi**. Université Grenoble II. Institut universitaire de France. Disponível em: <http://disoauma.free.fr/Gassendi.pdf>. Acesso: 25 abr. 2018.

RUSSELL, B. **Introdução à Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1966.

_____. **História da Filosofia Ocidental**. Tradução Jaimir Conte. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 1957.

_____. **Os Problemas da Filosofia**. Tradução Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 2005.

SAPUNARU, R. A.; et al. Os Conceitos de Infinitesimal e Diferencial nas Regras de Derivação de Leibniz. **REnCiMa,** v.4, n.2, p. 1-15, 2013.

SAPUNARU, R. A.; GONDIM, D. M. **Os Atores (Des)conhecidos dos Cálculos**. Porto Alegre: Editora Fi, 2016.

SAPUNARU, R. A.; SANTOS, C. A. G. **O 'Estilo Newtoniano', o espaço, o tempo e o movimento 'absolutos': controvérsias entre cartesianos e newtonianos**. Dissertação (Mestrado em Filosofia)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro: Rio de Janeiro, 2006.

SAPUNARU, R. A. **O conceito leibniziano de espaço**: distâncias metafísicas e proximidades físicas do conceito newtoniano. São Paulo: Livraria da Editora da Física, 2012.

SCHWARTZMAN, S. **The words of mathematics**: an etymological dictionary of mathematical terms used in English. Washington: Mathematical Association of America, 1994.

SOUSA, R. P. M. D.; MACHADO, P. A. F. **Indeterminações No Cálculo**. Monografia (Bacharelado em Matemática) - Instituto de Ciências Exatas - Departamento de Matemática - Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG: Belo Horizonte, 18 de Março de 2014.

STANFORD ENCYCLOPEDIA OF PHILOSOPHY. 2016. Stanford University. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/index.html>. Acesso: 17 abr. 2018.

SUPPES, P. **Axiomatic Set Theory**. Éd. corr. et augm. du texte paru en 1960. New York: Dover Publ. 2012.

TEGMARK, M. Is "the theory of everything" merely the ultimate ensemble theory? **Annals of Physics**, 270, 1-51 (1998).

WARUSFEL, A. **Dictionnaire Raisonné de Mathématiques: des Mathématiques Classiques a la Mathématiques Moderne**. 3ª. Edição. Paris: SEUIL, 1961

WEBER, H. M. Leopold Krönecker. 1893. In: **Mathematische Annalen**. Kollektion Mathematica. 2012. Niedersächsische Staats und Universitätsbibliothek Göttingen Id: PPN2351816840043. Disponível em: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN2351816840043>. Acesso: 17 abr. 2018.

WEISSTEIN, E. **WolframMathWorld**. Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/>. Acesso: 23 abr. 2018.

WOJCIK, M. S.; WOJCIK, M. R. **ProvenMath**. Disponível em: <https://www.apronus.com>. Acesso: 17 abr. 2018.

3

O Vácuo

Beatriz Rodrigues Morais
Maíra Regiane Ventura Rocha
Naubert Mendes Silva
Raquel Anna Sapunaru

O vácuo pode ser entendido como um vazio absoluto, perfeito, um espaço fechado desprovido de matéria. Por outro lado, é impossível obter um vácuo perfeito na física, uma vez que a matéria que envolve o espaço, onde o vácuo estaria, exerce uma pressão, de modo que esse termo é geralmente usado para designar um espaço que contém ar ou outro gás a baixíssima pressão. Colocando de uma maneira mais simples, vácuo pode ser entendido como um espaço fechado contendo uma matéria rarefeita. Porém, outras definições podem ser consideradas.

Na física quântica, por exemplo, o estado de menor energia é aquele no qual todos os possíveis estados contém um número nulo de partículas. Nesse ramo da física, as diferentes partículas podem ser geradas através de operadores de criação aplicados ao vácuo. Na mecânica quântica, o estado de menor energia não é zero. Ao estender essa noção à teoria quântica de campos, somando esse valor mínimo sobre todos os estados com zero partículas, o que é uma forma de calcular a densidade de energia do vácuo, o resultado seria infinito. A abordagem para resolver essa questão reside em considerar as diferenças de energia, eliminando a energia do vácuo.

Outras definições mais condensadas têm também sua importância, devido ao alto grau de inteligibilidade. Há também a interessante definição de vácuo molecular. Trata-se de um estado, de um ambiente onde a matéria é suficientemente rarefeita para que as moléculas se encontrem só muito raramente. Já o vácuo óptico é o estado de um meio caracterizado pelo fato de que nenhum aparelho óptico muito poderoso detecta qualquer partícula de matéria.

Para saber onde se pode chegar com o vácuo, deve-se primeiro saber onde tudo começou, visto que o estudo do vácuo é de extrema importância para o avanço da ciência e da tecnologia. Além disso, é preciso utilizar um conceito de universo apropriado e saber o que o rege, e essas coisas só podem ser adquiridas com o entendimento a respeito do vácuo. Se o vácuo trata da ausência de tudo e se lá não tem nada, uma das maiores idealizações dos cientistas sempre foi produzir o vácuo absoluto, aquele lugar onde não existe nada mesmo! Contudo, isso ainda não é possível, mesmo com os aparatos mais sofisticados já construídos, pois sempre há alguma coisa...

Por outro lado, Lívio, em seu livro *Tolices Brilhantes*, dá uma atenção especial à discussão sobre o vácuo, um grande vazio a partir do qual tudo se originou. Talvez esse seja um tema complexo de abordar, pois cada um possui um conceito formado, uma ideologia própria a respeito da criação do universo. A dúvida aparece no questionamento sobre como "tudo" se originou do "nada", como todos os elementos químicos surgiram, reagiram entre si e formaram o universo da forma como se vê.

Na Grécia antiga, Parmênides de Eleia, um dos mais importantes pré-socráticos, foi um dos que mais contestou sobre a constituição do universo. De acordo com ele, o universo seria preenchido pela presença do "Ser" e, dentro desse conceito, o vácuo não poderia existir, uma vez que ele representa o nada, o "não-Ser". Já Leucipo e seu aluno Demócrito, ambos de Abdera, deram uma definição diferente para a constituição do universo com fundamentos físicos. Para eles, tudo seria composto por

átomos, já que estes sempre teriam existido e só se diferiam por suas formas geométricas. Esses átomos juntos formariam a matéria e, no espaço entre eles, existiria vácuo. Segundo os atomistas, o vácuo limitava-se à ideia de um espaço vazio, como apontado no capítulo anterior.

Por não aceitar a teoria de Demócrito, Aristóteles, 350 a.C., negou a possibilidade da existência do vácuo. Ele se embasou na explicação a respeito dos corpos em queda livre, pois, para ele, estes são influenciados pela resistência do meio em que se encontram. Como essa resistência estava sempre presente, ocorria uma redução da velocidade dos corpos. Em sua teoria, se o vácuo realmente existisse, à velocidade de um objeto em queda livre, aumentaria de forma infinita. Assim, para compor o meio que provocava a diminuição da velocidade dos corpos em queda livre, Aristóteles tomou emprestada a teoria de Empédocles, 450 a.C., de que tudo na Terra era composto de quatro elementos, a saber: terra, água, ar e fogo; e que tudo seguia um movimento natural de acordo com esses elementos. A água e a terra se movimentavam com o objetivo de chegar ao centro da Terra, já o fogo e o ar se movimentavam em sentido contrário. Aristóteles também acreditava na existência de um quinto elemento denominado quintessência ou éter. O éter garantia a não existência do espaço vazio e permitia o movimento dos corpos celestes sem lhes causar resistência.

Na primeira metade do século XVII, em Florença, Itália, Galileu recebeu um convite para investigar as bombas aspirantes que eram utilizadas para elevar água em reservatórios, visto que elas não eram capazes de realizar esse trabalho para alturas maiores do que 10,3 m. Inicialmente, Galileu pesou dois balões, um com ar e outro com quantidade de ar reduzida devido ao aquecimento. Por mais que ele não tenha conseguido ir além, esse trabalho serviu de base para seu aluno Torricelli que interpretou os dados obtidos, concluindo que o ar possuía peso e que 10,3 m correspondia à altura do líquido, a qual a pressão atmosférica é capaz de equilibrar. Ele fez importantes trabalhos na área da

mecânica dos fluidos, construindo o primeiro barômetro e, posteriormente, substituindo a água por mercúrio. Desse modo, encontrou a razão entre a densidade desses dois materiais. O barômetro de Torricelli é constituído de um tubo fechado em uma de suas extremidades e cheio de mercúrio. A extremidade aberta é momentaneamente fechada e o tubo é emborcado com essa extremidade em uma vasilha de mercúrio. Em seguida, o nível de mercúrio desce até chegar em torno de 76 cm. Observa-se, então, que a pressão do ar atmosférico sobre a superfície livre equilibra a coluna de mercúrio. Tal experiência foi uma das primeiras técnicas para se produzir o vácuo artificialmente, pois, ao descer, o mercúrio deixou um espaço desprovido de matéria.

No entanto, se o assunto é a história do vácuo, é impossível não falar de Boyle, um cientista inglês do século XVII, considerado o fundador da química moderna e propulsor de uma das maiores transformações da química enquanto ciência. Ele escreveu um importante livro, no qual definia que a matéria é formada por átomos ou grupos de átomos em movimento e qualquer fenômeno existente é constituído pela interação de tais átomos. Boyle trouxe para a química a experimentação, dizendo que tudo deve ser testado antes de ser escrito e dado como verdadeiro, pois teorias não podem ser somente fonte de imaginação. Com essa teoria, mostrou que todos os elementos existentes foram formados por outros. Dessa forma, os quatro elementos descritos até então, terra, água, fogo e ar, teoria que muitos químicos acreditavam, dentre eles, o grego Empédocles, não poderia existir. Assim, colocou por terra todas as concepções da alquimia de Aristóteles.

A importância que Boyle teve para a química moderna, transformando-a em uma ciência com desenvolvimento teórico confiável e tendo retirado dela todas as mistificações presentes até então, são reconhecidas até hoje. Tendo como mestre Galileu, a quem conheceu em uma viagem pela Europa, obteve com a ele a certeza de que somente a experiência pode ser a base de novos conhecimentos adquiridos. Inspirado em seu mestre, escreveu seu

livro em forma de diálogos entre três personagens: um aristotélico, um defensor das teorias da química médica e um químico cético. Além disso, na França, ele teve contato com a obra de Gassendi, outro defensor da teoria atômica da matéria. Boyle sempre buscou expressar suas ideias de forma clara e detinha conhecimentos a respeito do método cartesiano de raciocínio. Nesse ponto, começa a relacionar suas ideias, obtendo um dos primeiros embasamentos necessários para o desenvolvimento de sua obra. Em Oxford, juntamente com um grupo de jovens com interesses em comum, fundaram a *Royal Society*, com o objetivo de defender sua fé no meio científico, possuindo o experimentalismo como bandeira.

Boyle publicou sua primeira obra científica, *Novas experiências Físico-Mecâncias, Concernentes à Elasticidade do Ar e Seus Efeitos*, na qual relatou diversos estudos e observações com base nos trabalhos de Galileu, Pascal e Torricelli sobre o peso do ar e o vácuo. O livro de Boyle abriu portas para ataques às suas teorias. Esses ataques vinham de cientistas com pensamentos contrários aos seus, como Hobbes, grande defensor da não-existência do vácuo e da existência do éter. Para rebater tais críticas, Boyle escreveu um apêndice intitulado *Onde se examina a Hipótese Funicular dos Adversários*. Para isso, utilizou sua famosa relação entre pressão e o volume dos gases, mas não inclui a temperatura. Logo em seguida, com um tubo em J, ele concluiu a famosa "Lei de Boyle", que, como se sabe, em uma temperatura constante, o volume e a pressão de um gás são inversamente proporcionais. Para isso, utilizando mercúrio, aprisionou certa quantidade de ar na parte inferior do tubo, sendo este vedado. Dobrando o peso do mercúrio, o volume do ar caía para a metade. Caso contrário, retirando metade do mercúrio, o volume do ar dobrava. Em resumo:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

sendo P a pressão e V o volume.

Coube a Boyle trazer para a sua época uma ideia de que os químicos são responsáveis por coisas muito mais além de preparar bebidas e fundir metais, que podem buscar suas próprias descobertas e escrever o universo de uma forma especial. Ele colocou grandiosidade na profissão, fazendo com que fosse reconhecida e buscada por diversos outros profissionais da época. Todas essas ideias, juntamente com a teoria atômica, foram escritas em seu livro *A Origem das Formas e Qualidades*.

Existe uma conexão entre a "Lei de Boyle" e diversas outras ciências, como a Geografia. Um gás pode ser utilizado de diversas formas e ter diversos usos, como na engenharia. Esta possui um interesse especial pelos gases devido à sua larga aplicabilidade, como, por exemplo: a) na indústria, servindo como combustível de queima limpa; b) em veículos, possuindo um baixo custo em relação a outros combustíveis; c) em domicílios; e d) como fonte de energia nas termoelétricas produtoras de calor e refrigeração.

Seguindo a ideia de pressão, outro físico muito importante nesse ramo foi Von Guericke. Ele foi o primeiro físico a retirar água de um ambiente por intermédio de uma bomba de água com a finalidade de produzir vácuo. Von Guericke pensou que, quando retirasse a água, não restaria mais nada, somente o vácuo. Contudo, o que ele não imaginava é que fosse tão difícil manter uma vedação apropriada, pois a força exercida sobre o pistão deveria ser muito grande. Algum tempo depois, ele percebeu que não era preciso encher o recipiente com água para depois retirar, bastando somente retirar o ar do recipiente, o que deu o nome para o experimento de bomba de vácuo ou de ar. A partir desse experimento, foi possível a produção de vácuo, ainda que de forma precária. Além disso, Von Guericke também foi um grande experimentalista, tendo construído as primeiras máquinas eletrostáticas. Suas ideias para trabalhar com vácuo foram difundidas e suas bombas de vácuo espalhadas por todos os laboratórios de física da época. Tais bombas são constituídas por um pistão que, quando pressionado, provoca a saída do ar por

intermédio de válvulas de escape. Ao chegar ao fim do curso, o pistão é retirado e a válvula de escape fechada, reduzindo a pressão dentro do recipiente.

Vale explorar um pouco o lado filosófico do vácuo, do ponto vista de um "nada" mais genérico, mais abrangente. Leibniz, no século XVII, questionou: "Por que há algo em vez de nada?". O seu objetivo era sustentar a existência de um Deus originário da realidade como se conhece. Essa questão precisa ser cuidadosamente respondida, para não dar origem ao absurdo de sustentar que há algo porque Deus, que não é algo, o criou. A ideia, para evitar isso, é provar que Deus, que é algo, é eterno e não poderia não existir. Há algo porque sempre houve e não poderia não haver. Contudo, muitos comentadores apontam que, no decorrer de sua argumentação, Leibniz comete um erro crucial. As respostas à sua pergunta são as seguintes: primeira, cada acontecimento ou coisa do universo tem a sua origem noutro acontecimento ou coisa anterior, que é a sua explicação e razão de ser, *ad infinitum*; segunda, os acontecimentos e coisas formam um círculo explicativo, de modo que A explica B que explica C que explica A; e, terceira, há um algo especial, Deus, que fez todo o resto.

Ao fornecer a terceira explicação, Leibniz livra-se da primeira, porque não é a mais implausível. A segunda não é um bom modelo teórico da razão explicativa da realidade. Além disso, Leibniz pensa ter um argumento que nega simultaneamente a primeira e a segunda. Só que esse argumento está matematicamente errado. Supondo que se tenha um problema nos moldes da primeira explicação. A analogia aparentemente óbvia é utilizar uma série infinita de números, pois ambos estendem-se ao infinito. Nesse sistema, a existência de cada acontecimento e coisa é explicada pela existência do acontecimento e coisa anterior, ou seja, parece que está tudo explicado. Todavia, não está, pois Leibniz argumenta que se pode explicar a existência de cada coisa apelando para a anterior, e, caso essa série regrida infinitamente, é preciso ter sempre uma explicação para cada coisa. Ainda assim, não se pode explicar por que

razão há a própria série de coisas, em vez de outra ou nenhuma. Sendo assim, pode-se explicar a série completa de acontecimentos e coisas do mundo recorrendo aos acontecimentos e coisas anteriores. Resta ainda explicar "*por que há algo em vez de nada"* e "por que existe a série de acontecimentos e coisas".

A explicação de Leibniz está inequivocamente errada, pois exige uma explicação, mesmo depois de tudo ter sido explicado. Isso pode ser mais facilmente entendido ao tomar, hipoteticamente, um conjunto de quatro pessoas, em que a primeira é mãe da segunda, esta da terceira e esta da quarta. Ao se perguntar o porquê da existência de cada uma delas, a resposta é que sua mãe a gerou. Logicamente, em um modelo finito, não se tem explicação para a primeira delas. O argumento de Leibniz é então admitir que, em uma série infinita, a existência de cada termo está explicada pelo termo anterior, mas exigir uma explicação para a série em si. Contudo, não há nada mais para explicar, então recorre-se à noção matemática de conjunto, já abordada nos capítulos anteriores. Nada há em um conjunto exceto os membros do conjunto e como os membros não podem existir sem que exista o conjunto, explicar a existência de um, é explicar a existência do outro. A teoria de Leibniz está intimamente ligado ao vácuo, ao vazio físico, aqui metafisicamente representado pelo nada. No entanto, cabe observar que no século XVII a causa primeira de tudo era Deus e regredir infinitamente não poderia ser uma opção válida, pois esbarrar-se-ia no Todo Poderoso.

Por outro lado, o vazio físico, do ponto de vista do lugar e do espaço, tem uma representação mais estreita que o vazio matemático. Isso ocorre devido às delimitações das leis da física. Por exemplo, o zero, como visto no primeiro capítulo, pode ser considerado um vazio físico quando tratado como a grandeza do tempo, por exemplo, pois o valor desse símbolo na física representa uma neutralidade nas sucessões de eventos.

O vácuo em si refere-se à uma pressão nula e, como se sabe, a pressão é definida como sendo uma força normal exercida ao corpo

por uma unidade de área. A sua unidade é o Pascal, que corresponde à 1 N/m². Contudo, há outras unidades de medida que podem ser adotadas conforme o sistema de medição em questão: altura de coluna de mercúrio (mmHg), que também pode ser denominado um Torricelli (1 Torr), atmosfera (atm) e bar. Para conversão, 1 [Torr] = 1/760 [atm] = 133 [Pa] = 1 [mm Hg] = 1,33 [mbar].

$$Pressão = \frac{F}{A}\ [Pa]$$

No entanto, para se obter um bom sistema de vácuo, é necessário saber como as moléculas de gás vão interagir entre si e como vão atuar sobre a parede do recipiente em que se encontram. Maxwell implantou esse estudo no século XIX e é conhecido como a "Teoria Cinética dos Gases". Nessa teoria, são analisados parâmetros, como a quantidade de moléculas por unidade de volume, a temperatura, a velocidade média e a distância média entre as moléculas. A equação que une todos esses parâmetros é a famosa lei dos gases ideais, a equação de Boyle:

$$PV = nRT$$

Em que P é a pressão, V o volume, n o número de mols, R a constante universal dos gases (8,3144 J/K mol) e T a temperatura absoluta. Porém, Maxwell e outros cientistas que o ajudaram, seguindo a linha de raciocínio de Aristóteles, formularam a "Teoria Eletromagnética" e reintroduziram o "éter", uma espécie de matéria que preencheria todo o universo, permitindo a propagação das ondas.

No entanto, por mais perfeito que seja o método de produção do vácuo, sempre restam algumas moléculas e são elas que classificam o vácuo. A pressão do gás está relacionada com os choques por unidade de tempo que essas moléculas têm com as paredes do recipiente e entre elas mesmas. As colisões entre as

moléculas são mensuradas através do caminho livre médio. Sendo assim, quanto maior for esse caminho, menor a probabilidade de as moléculas se chocarem. Em algumas aplicações, é necessário que esse caminho seja o maior possível, como, por exemplo, em um tubo de televisão, onde os elétrons que são emitidos na parte de trás devem chegar até a tela. Se esse caminho médio for muito curto, os elétrons emitidos se chocarão com outras moléculas, fazendo com que a imagem vista seja de má qualidade. Assim sendo, a pressão deve ser muito baixa. Seguem-se algumas definições e alguns parâmetros para vários tipos de vácuo: a) Pressão atmosférica é variável, mas padronizada em $101{,}325\ kPa\ (760\ Torr)$; b) Baixo vácuo é aquele que pode ser atingido ou medido com equipamentos rudimentares; c) Médio vácuo é o que pode ser atingido com uma bomba simples, mas é muito baixo para ser medido através de um manômetro mecânico ou de coluna líquida; d) Alto vácuo é aquele onde *mean free path*, a distância média que uma partícula se desloca entre colisões com outras partículas dos gases residuais, é maior que o tamanho da câmara ou do objeto em teste; e) Ultra-alto vácuo requer aquecimento da câmara para remover traços de gases e outros procedimentos especiais; f) Espaço sideral é geralmente muito mais vazio que qualquer vácuo artificial que possa ser criado; e g) Vácuo perfeito é um estado ideal que não pode ser obtido em um laboratório, nem mesmo no espaço sideral.

Tabela – Tipos de pressão, valores em Torr e em Pa

a	Pressão atmosférica	760 Torr	101 kPa
b	Baixo vácuo	760 a 25 Torr	100 a 3 kPa
c	Médio vácuo	25 a 1×10^{-3} Torr	3 kPa a 100 mPa
d	Alto vácuo	1×10^{-3} a 1×10^{-8} Torr	100 mPa a 1 µPa
e	Ultra alto vácuo	1×10^{-9} a 1×10^{-12} Torr	100 nPa a 100 pPa
f	Espaço sideral	1×10^{-6} a $<3\times10^{-17}$ Torr	100 nPa a <3fPa
g	Vácuo perfeito	0 Torr	0 Pa

Fonte - GAMA, S. **Introdução à Ciência e Tecnologia de Vácuo**. IFGW – UNICAMP.

Desde seu advento, o vácuo já é utilizado em inúmeras aplicações, sendo seu próprio surgimento advindo de uma necessidade explícita do ser humano. Não se pode citar o avanço tecnológico sem mencionar a primeira lâmpada incandescente, criada por Edison, com bulbo sem ar, retirado com bombas de vácuo, ou a garrafa térmica, criada por Dewar, e até mesmo as embalagens para conservação de alimentos.

Outra aplicação de extrema importância do vácuo são os filmes finos, formados pela evaporação de um material em ultra vácuo. Esses filmes são utilizados na produção de *chips*, para proteger superfícies ou para alterar propriedades ópticas de superfícies, aumentando ou diminuindo a reflexão da luz numa superfície. A utilização de tubos catódicos revolucionou a medicina, pois permitiu, com a descoberta dos elétrons por Thomson, ainda no século XIX, a invenção dos aparelhos de raio-X. Tais tubos também foram largamente utilizados na formação de imagens em aparelhos de televisão e computadores. No início do século XX, a invenção das lâmpadas deram origem às válvulas eletrônicas, que foram de grande utilidade para o avanço da eletrônica enquanto ciência. Além do filamento, como nas lâmpadas incandescentes, tais válvulas possuem um outro eletrodo denominado placa. Ao ser aquecido, o filamento libera elétrons por um efeito denominado termoiônico e, ao serem recolhidos por outro eletrodo, formam uma corrente elétrica no vácuo. O nome “válvula” tem sua origem no conceito de corrente unidirecional e permite a conversão de corrente alternada em contínua e, consequentemente, a construção de fontes de corrente contínua. Tal diodo era utilizado também na detecção de ondas eletromagnéticas nos primeiros receptores de rádio.

Nesse mesmo período, Einstein colocou um termo a mais na sua “Teoria da Relatividade Geral”, denominada constante cosmológica γ, com o intuito de explicar o universo estático, já que, sem esta, o universo descrito por ele estava em expansão. Mais tarde, tendo descoberto que o universo é inflacionário, ele próprio chegou à conclusão de que não havia necessidade de tal constante, sendo ela

um excesso de bagagem. Mesmo após o próprio descobridor abandonar a sua constante cosmológica, muitos cientistas não a quiseram abandonar. Para Lemaître, tal constante poderia fazer com que o universo permanecesse por um longo tempo em estado de hesitação, o que acarretaria na prolongação da idade do cosmos. Além disso, as regiões de densidade elevadas no interior das galáxias seriam ampliadas e cresceriam para se tornar protogaláxias durante a fase de hesitação. Posteriormente, demonstrou-se que essa ideia não funcionava, mas toda essa discussão contribui para manter a constante de Einstein viva. Recentemente, observou-se que a constante cosmológica estava correta, pois se trata de um diferencial para a existência de vida em nosso planeta. Não seria, essa constante, um fator para a vida? Para valores de γ altos, os próprios átomos destruiriam seus núcleos, se nosso sistema solar possui o privilégio de possuir uma γ igual a zero.

Não obstante, não poderiam haver outros sistemas, onde um valor alto para γ fosse essencial para a existência da vida? Desse modo, talvez a constante cosmológica não deva ser totalmente negligenciável, pois ela pode se aplicar à existência de multiversos, em um cenário conhecido como “inflação eterna”. Nesses cenários, ocorreriam regiões em expansão contínua, que evoluiriam para se tornar “universos compactos”. O nosso próprio “universo compacto” originou-se de um desses *Big Bang*. Atualmente, a constante cosmológica ainda é utilizada para modelos matemáticos e discussões filosóficas, por exemplo, o “Princípio Antrópico”. Isso prova que erros, muitas vezes, não são erros, eles são portas se abrindo para poder ver mais além. Einstein, com sua constante cosmológica, demonstrou que a matemática pura é capaz de descobrir o que se cria e também criar o que se descobre.

Sobre o “Princípio Antrópico”, trata-se de uma consideração filosófica que gira em torno de certas observações em torno do universo. Essas observações devem ser compatíveis com a vida consciente e sutil que se observa nesse mesmo universo. Para alguns, o princípio explica por que esse universo tem a idade e as

constantes físicas fundamentais necessárias para acomodar a vida consciente. O "Princípio Antrópico" aparece em duas versões: a fraca e a forte. A versão fraca aplicada a um universo de grandes ou infinitas dimensões, seja em relação ao espaço, seja em relação ao tempo, as qualidades indispensáveis para o expansão da vida inteligente, serão somente descobertas em algumas regiões do espaço e/ou do tempo. Portanto, as criaturas inteligentes existentes nesses espaços e/ou tempos não carecem de espanto ao notarem que o lugar onde se localizam no universo é conveniente para o aparecimento dos pré-requisitos básicos que garantem sua existência. Isso explica o porquê de o *Big Bang* ter ocorrido há aproximadamente dez milhões de anos, já que esse é o tempo da evolução das criaturas inteligentes. Hawking, em *Uma Breve História do Tempo*, continua sua explicação:

> [...] uma geração primordial de estrelas teve que se formar primeiro. Essas estrelas converteram parte do hidrogênio e hélio originais em elementos como carbono e oxigênio, de que seríamos formados. As estrelas então explodiram em supernovas, e seus escombros se transformaram em outras estrelas e planetas, entre os quais os do Sistema Solar, cuja idade é de aproximadamente cinco bilhões de anos. Os primeiros um ou dois bilhões de anos de existência da Terra foram muito quentes para o desenvolvimento de qualquer organismo complexo. Os restantes três bilhões de anos aproximadamente foram ocupados pelo lento processo de evolução biológica que atingiu dos mais simples organismos aos seres capazes de computar retroativamente o tempo até a grande explosão. (HAWKING, 1994, p. 175).

Segundo a explanação de Hawking, a teoria do "Princípio Antrópico" forte alega que pode haver inúmeros mundos e regiões díspares, cada qual com suas próprias características e leis originais. Na maioria desses mundos, as condições seriam inadequadas para a evolução de organismos complexos. Somente em alguns poucos universos análogos ao nosso poderiam crescer criaturas inteligentes capazes de perguntar: "'Por que o universo é

da forma que vemos?' A resposta, então, seria simples: se fosse diferente nós não estaríamos aqui!" (HAWKING, 1994, p. 176)

Continuando com as invenções, descobertas e utilizações envolvendo o vácuo, Hubble provou que o universo não é estático, sendo inflacionário. Usando uma analogia a um balão, pode-se dizer que a distância entre duas galáxias aumenta da mesma forma que a distância entre dois pedaços de papel colados na superfície do desse balão aumenta quando este é inflado. Contudo, era de se supor que esse distanciamento fosse desacelerado devido à força gravitacional atuante por toda a matéria no espaço. Nesse ponto, chega-se a uma reflexão filosófica: Como o espaço vazio possui energia para tantas coisas? Afinal de contas, o que é o espaço vazio? Quando se entra no reino subatômico da mecânica quântica, o espaço vazio está longe de ser um nada. Na verdade, ele é um delírio de pares hipotéticos de partículas e antipartículas que surgem ou deixam de existir em escalas de tempo extremamente curtas. Assim sendo, até mesmo o espaço vazio pode ser dotado de uma densidade energética e, ao mesmo tempo, ser uma fonte de gravidade. No final do século XX, duas equipes de astrônomos, através da observação de supernovas "Ia", provaram que a expansão do universo está em aceleração. No início, a gravidade era a força atuante sobre os corpos, não deixando o universo acelerar. Cerca de 6 bilhões de anos atrás, a densidade energética diminuiu a ponto de se tornar menor do que a do vácuo, acontecendo então a aceleração.

Como já dito, não há vácuo perfeito, pois, por mais perfeito que seja o sistema, sempre há um pequeno vazamento e a pressão chega a um valor mínimo que não pode ser mais reduzida. Todavia, os avanços tecnológicos da atualidade permitem que o vácuo criado se aproxime muito da realidade, proporcionando meios favoráveis para estudos do universo e avanços tecnológicos. Sendo assim, como alguns sistemas de produção de vácuo são muito caros e sofisticados, sempre procura-se obter o melhor vácuo que atenda à sua determinada aplicação. Note-se que as aplicações científico-tecnológicas que envolvem o vácuo são

aquelas que têm um lado bem mais elaborado. É o vácuo produzido dentro de laboratórios que faz com que a sociedade seja capaz de crescer e se desenvolver da forma como se vê. O vácuo é usado em uma infinidade de processos e produtos, e muitos deles são essenciais para a sobrevivência da população mundial como um todo. Como seria possível conservar alimentos para bilhões de pessoas sem essa tecnologia? Ou manter ambientes impróprios para proliferação de micro-organismos, quaisquer que fossem?

Por último, mas não menos importante, não se pode deixar de citar as células solares, formadas por alto vácuo, o qual permite a deposição de determinados filmes finos sobre silício; e os *lasers*, construídos na segunda metade do século XX, muito importantes para muitas aplicações industriais e médicas. Todas as invenções e desenvolvimentos tecnológicos sofisticados de hoje não teriam sido possíveis sem o vácuo e sua tecnologia, que foram estudados no passado.

Termina-se aqui com alguns questionamentos importantes da ordem da filosofia: Como tudo pode ter vindo do “nada”? Por que há algo em vez de “nada”? Há também outras perguntas da ordem da física: Como pode o “nada” ainda ter propriedades físicas? Por que o universo é como é? Sabe-se que o vácuo é utilizado para medir propriedades dielétricas dos elementos, assim, como isso é possível? Então, o “nada” não é exatamente o “nada”, pois possui propriedades intrínsecas da própria natureza, que possibilitam a formação de tudo. Só isso?... Não pode ser tão simples assim... Nada é!

Primeiramente, é preciso estreitar as questões e perguntar: Existe algum lugar no universo onde não há realmente “nada”? O que há nas lacunas entre as estrelas e as galáxias? Ou nas lacunas entre os átomos? Enfim, quais seriam as propriedades do “nada”? Quando se fala do “nada” com relação às imensas extensões do espaço, não existe realmente e tecnicamente o “nada”. Quando se fala de espaço, não existe o “nada”. Há alguma coisa lá: centenas ou milhares de partículas em cada metro cúbico e, mesmo se

houvesse a possibilidade de retirá-los, ainda sobrariam os comprimentos de onda de radiação, que se estendem por distâncias gigantescas espaço adentro. Outrossim, existe o alcance inevitável da gravidade que se estende por todo o universo e campos magnéticos fracos de quasares distantes. Por outro lado, filósofos e alguns físicos argumentam que o "nada" é como o vácuo perfeito, uma ideia de "nada" como potencial indiferenciado. Porém, mesmo que se removam todas as partículas e escudos contra todos os campos elétricos e magnéticos, o espaço ainda conteria gravidade, porque a gravidade nunca pode ser blindada ou cancelada. A gravidade não vai embora, é sempre atrativa e não se pode fazer nada para bloqueá-la. Na física de Newton, a gravidade causa uma "força", mas, na "Teoria da Relatividade Geral" de Einstein, a gravidade é a deformação do espaço-tempo. Assim, se fosse possível remover todas as partículas, energia, gravidade, enfim, tudo a partir de um sistema, existiria o vácuo perfeito.

De qualquer modo, mesmo em seu nível de energia mais baixo, há flutuações no vácuo quântico do universo. Há partículas quânticas estourando dentro e fora da existência, por toda parte. Não há "nada", mas, subitamente, tudo estoura e então as partículas colidem e tudo volta ao que era antes. Desse modo, mesmo se fosse possível remover tudo do universo, ainda existiriam as flutuações quânticas incorporadas ao espaço-tempo. Além disso, existem coisas invisíveis chamadas de matéria escura e energia escura, ainda misteriosas. Há físicos que discutem o universo a partir do "nada" e o que realmente significa que o universo se originou de uma potencialidade. Isso se resume ao fato de que, ao se adicionar toda a massa e energia do universo, toda a curvatura gravitacional, no final, o somatório resultará em zero. Por isso, é possível que o universo realmente tenha vindo do "nada".

Em segundo lugar, o universo poderia ter sido diferente de inúmeras maneiras. O porquê de todos os universos possíveis, ser este o que existe, é um mistério. Os físicos afirmam que, se as coisas fossem ligeiramente diferentes, a vida teria se tornado impossível, o

que remete ao "Princípio Antrópico". Porém, será que tudo isso não passa de uma simples coincidência? Os teístas respondem que 'não'. Segundo eles, Deus criou o universo com características especiais, mas, ainda assim, resta a questão de o porquê Deus ter escolhido este entre todos os universos existentes. Uma vez respondida essa questão, através da consideração da existência de Deus, surgiria uma outra questão: Por que existe Deus?

Lança-se aqui um novo olhar. Supondo que o que se vê do universo seja apenas uma fração da realidade e se todas as possibilidades são efetivas, não faz sentido questionar "Por que o universo é como é?". Contudo, pode-se ainda perguntar: Por que há algo em vez de "nada"? Assim, retorna-se ao início, ao "Princípio Antrópico". Não se pode explicar casualmente por que Deus existe, ou por que há algo em vez de "nada". Talvez possa haver uma lei casual, como sugerem alguns físicos, que permitisse que algo surgisse do "nada" e... nada mais!

Referências

GAMA, S. **Introdução à Ciência e Tecnologia de Vácuo**. IFGW – UNICAMP. Agosto/2002. Disponível em: <https://sites.ifi.unicamp.br/labvacrio/files/2015/07/Texto-de-F-640-Sem2-2015-v%C3%A1cu01.pdf >. Acesso: 30 abr. 2018.

HAWKING, S. W. **Uma Breve História do Tempo**. 25ª. edição. Rio de Janeiro: Rocco, 1994.

Bibliografia Consultada:

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BOGOMOLNY, A. **Cut the Knot**. 1996. Disponível em: <https://www.cut-the-knot.org>. Acesso: 17 abr. 2018.

BORNHEIM, G. **Os Filósofos Pré-Socráticos.** São Paulo: Cultrix, 1977.

CALAZANS, A. Considerações a respeito do problema do rigor matemático em "O analista" de Berkeley. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, 18, 2, p. 391-418, 2008.

_____. Um panfleto de Berkeley contra as práticas matemáticas de Newton e de Leibniz. **Scientiæ studia**, São Paulo, v. 8, n. 4, p. 623-32, 2010.

DIJKSTERHUIS, E. J. **The Mechanization of the World Picture:** Pythagoras to Newton. Princeton: Princeton University Press, 1986.

EINSTEIN, A. **A Teoria da Relatividade Geral e Especial**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999.

ENCYCLOPEDIA OF MATHEMATICS. 2012. Springer. **European Mathematical Society**. Disponível em: <https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/MainPage>. Acesso: 17 abr. 2018.

ÉVORA, F. R. R. **Espaço e Tempo**. Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência. Campinas: UNICAMP, 1995.

FERRIS, T.; FADIMAN, C. **The world treasury of physics, astronomy, and mathematics.** 1991.

GAUKROGER, S. **Descartes**: Uma Biografia Intelectual. Rio de Janeiro: EdUERJ e Contraponto, 1999.

JAMMER, M. **Concepts of space:** The history of theories of space in physics. Nova York: Dover, 1993.

LIVIO, M. **Tolices brilhantes:** de Darwin e Einstein, aos grandes erros dos maiores cientistas. Record: Rio de Janeiro, 2017.

MARQUARDT, N. **Introduction to the Principles of Vacuum Physics.** In: **CAS – CERN Accelerator School Vacuum Technology**, Snekersten, Denmark, 28 May - 3 Jun 1999, p.1-24 (CERN-1999-005).

MEDEIROS, L. I. As Contribuições de Robert Boyle à Química Face a Uma Visão Interdisciplinar com a Geografia. **HOLOS**. Ano 21. maio/2005. Disponível em: <http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/62/68>. Acesso: 30 abr. 2018.

PAIVA, J. A.; SILVA, J. B.; LIMA JÚNIOR, J. C. Aplicações da Tecnologia do Vácuo em Engenharia Mecânica. **Anais do VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**. 18 a 21 de agosto de 2010. Campina Grande Paraíba. Brasil. Disponível em: <www.abcm.org.br/anais/conem/2010/PDF/CON10-0546.pdf >. Acesso: 30 abr. 2018.

PATY, M. **A Matéria Roubada**: A Apropriação Crítica do Objeto da Física Contemporânea. São Paulo: EDUSP. 1995.

RAFELSKI, J.; MÜLLER, B. **The structured vacuum:** Thinking about nothing. Disponível em: < http://www.physics.arizona.edu/~rafelski/Books/StructVacuumE.pdf >. Disponível em: 30 abr. 2018.

REICHENBACH, H. **The Philosophy of Space & Time**. Nova York: Dover Publications, Inc. 1958.

_____. **From Copernicus to Einstein**. Nova York: Dover Publications, Inc. 1970.

RODITI, I. **Dicionário Houaiss de Física**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2005.

RUSSELL, B. **História da Filosofia Ocidental**. Tradução Jaimir Conte. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 1957.

_____. **Os Problemas da Filosofia**. Tradução Brenno Silveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 2005.

SAGAN, C. **Cosmos**. São Paulo: Companhia das Letras, 2017.

SOBER, E. Absence of evidence and evidence of absence: evidential transitivity in connection with fossils, fishing, fine-tuning, and firing squads. **Springer Science+Business Media B. V.** 13 December 2008.

STANFORD ENCYCLOPEDIA OF PHILOSOPHY. 2016. Stanford University. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/index.html>. Acesso: 17 abr. 2018.

STEMPNIAK, R. A. A **Ciência e a Tecnologia do Vácuo**: Resumo histórico e algumas aplicações. Sociedade Brasileira de Vácuo. Faculdade de Ciências Aplicadas de São José dos Campos, SP. 2002. Disponível em: <http://www.sbvacuo.org.br/noticias/o-que-e-vacuo.pdf>. Disponível em: 30 abr. 2018.

VERTCHENKO, L.; DICKMAN, A. G. Verificando a lei de Boyle em um laboratório didático usando grandezas estritamente mensuráveis. **Revista Brasileira de Ensino de Fisica**, v. 34, n. 4, 4312 (2012).

Anexo

Raquel Anna Sapunaru
Douglas Frederico Guimarães Santiago

> Explicação sobre a Aritmética binária, que usa apenas os caracteres 0 e 1, com observações sobre sua utilidade e o que dá o significado das antigas figuras chinesas de Fohy[4]
>
> Gottfried Wilhelm von Leibniz 1703

O cálculo ordinário da Aritmética é feito de acordo com a progressão de dez em dez. Nós usamos dez caracteres, que são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que expressam o zero, o um e os seguintes números de o até nove, inclusive. E depois chegando a dez, recomeçamos; e escrevemos *dez*, para 10; e dez vezes dez, ou cem, para 100; e dez vezes mil, para 10000. E assim por diante.

Mas ao invés da progressão de dez em dez, eu tenho usado por vários anos a mais simples de todas [progressões], que vai de dois em dois, tendo descoberto que esta serve à perfeição da ciência dos Números. Então eu não uso outros caracteres além de 0 e 1, e depois do dois, eu recomeço. É porque *dois* é escrito aqui por 10; e duas vezes dois ou quatro por 100; e duas vezes quatro ou *oito* por 1000; e duas vezes oito ou *dezesseis* por 100000; e assim por diante. Veja a [Tabela A] *Tabela dos Números* nesta forma, que podemos continuar enquanto quisermos.

[4] Original: "Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères O et I avec des remarques sur son utilité et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures chinoises de Fohy" de G. W. von Leibniz, 1703. (HAL Id: ads-00104781. https://hal.archives-ouvertes.fr/ads-00104781).

Tabela A - Tabela do Números

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	0	1	1	3
0	0	0	1	0	0	4
0	0	0	1	0	1	5
0	0	0	1	1	0	6
0	0	0	1	1	1	7
0	0	1	0	0	0	8
0	0	1	0	0	1	9
0	0	1	0	1	0	10
0	0	1	0	1	1	11
0	0	1	1	0	0	12
0	0	1	1	0	1	13
0	0	1	1	1	0	14
0	0	1	1	1	1	15
0	1	0	0	0	0	16
0	1	0	0	0	1	17
0	1	0	0	1	0	18
0	1	0	0	1	1	19
0	1	0	1	0	0	20
0	1	0	1	0	1	21
0	1	0	1	1	0	22
0	1	0	1	1	1	23
0	1	1	0	0	0	24
0	1	1	0	0	1	25
0	1	1	0	1	0	26
0	1	1	0	1	1	27
0	1	1	1	0	0	28
0	1	1	1	0	1	29
0	1	1	1	1	0	30
0	1	1	1	1	1	31
1	0	0	0	0	0	32

Aqui vemos rapidamente a razão de uma *propriedade célebre da progressão Geométrica dupla* nos Números inteiros, o que

implica que, se temos apenas um desses números de cada grau[5], podemos compor todos os outros números inteiros abaixo do dobro do de grau mais alto. Porque aqui, é como dizer, por exemplo, que 111 ou 7 é a soma de quatro, dois e um; e 1101 ou 13 é a soma de oito, quatro e um. Esta propriedade serve aos Ensaiadores para pesar todos os tipos de massas com pouco peso e poderia servir às moedas para dar vários valores [utilizando] poucas peças [ver Tabela B].

Tabela B

100	4		1000	8
10	2		100	4
1	1		1	1
111	7		1101	13

Esses Números sendo estabelecidos, servem para realizar facilmente todos os tipos de operações.

Para a Adição, por exemplo

110	6		101	5		1110	14
111	7		1011	11		10001	17
1101						11111	31

Para a Subtração

1101	13		10000	16		11111	31
111	7		1011	11		10001	17
110	6		10	5		1110	14

Para a Multiplicação

11	3		101	5		101	5
11	3		11	3		101	5
11			101			101	
11			101			1010	

[5] Trata-se da posição do número, começando por zero da direita para esquerda.

1001	9		1111	15		11001	25

Para a Divisão

15	1111	101	5
3	1111		
	11		

E todas essas operações são tão fáceis, que nós nunca precisamos tentar nada ou adivinhar, como precisamos fazer na divisão ordinária. Nós não precisamos aprender nada de cor aqui, como é preciso fazer no cálculo ordinário, onde é preciso saber, por exemplo, que 6 e 7 tomados em conjuntos são 13; e que 5 multiplicado por 3 dá 15, segundo a Tabela de *um vezes um é um,* que chamamos de Pitagórica. Mas aqui tudo aquilo que se pensa e se prova de fato, como podemos ver nos exemplos anteriores sob os sinais e .

No entanto, eu não recomendo este modo de contagem para que seja introduzido no lugar da prática comum [da contagem] por dez. Porque além de estarmos acostumados a isso, não há necessidade de aprender o que já aprendemos de cor: assim, a prática por dez é mais abreviada e os números são mais curtos. E se não estamos acostumados a passar por doze ou dezesseis, haveria ainda mais vantagens. Mas o cálculo por dois, isto é, por o e 1, como uma recompensa por seu comprimento, é o mais fundamental para a ciência, e proporciona novas descobertas, que serão úteis mais tarde, mesmo para cálculos, e especialmente na Geometria que pode-se observar para estes números; a razão disto é que os números sendo reduzidos aos princípios mais simples, como o e 1, aparece em toda parte em uma ordem maravilhosa. Por exemplo, na *Tabela de Números*, vemos em cada coluna reinar períodos que sempre recomeçam. Na primeira coluna é 01, na segunda 0011, na terceira 00001111, na quarta 0000000011111111, e assim por diante. E nós colocamos pequenos zeros na *Tabela* para preencher o vazio no início da coluna, e para marcar melhor esses períodos. Nós temos também as linhas na Tabela, que marcam que

aquilo que essas linhas contêm sempre retorna sob elas. E ainda se encontram os Números Quadrados, Cúbicos e de outras potências, como Números Triangulares, Piramidais e outros Números figurados, que também têm períodos similares, de modo que se pode escrever as Tabelas imediatamente, sem calcular. E uma prolixidade no começo, que então dá em seguida um meio de economizar o cálculo, e de ir ao infinito pela regra, o que é infinitamente vantajoso.

O que é surpreendente neste cálculo é que esta Aritmética do 0 e 1 é encontrada para explicar o mistério de um antigo Rei e Filósofo chamado *Fohy*, que nós acreditamos ter vivido há mais de quatro mil anos atrás, e que os Chineses consideram como o Fundador do seu Império e de suas ciências. Existem várias Figuras compostas por Linhas que atribuímos a ele. Todas elas são atribuídas a essa Aritmética; mas basta colocar aqui a *Figura de oito Cova* como é chamada, que é fundamental, e anexar a explicação que é manifesta, desde que primeiro notemos que uma linha inteira significa a unidade ou 1, e segundo que linha quebrada ---- significa zero ou 0.

¦ ¦ ¦	000	0	0
¦ ¦ |	001	1	1
¦ | ¦	010	10	2
¦ | |	011	11	3
| ¦ ¦	100	100	4
| ¦ |	101	101	5
| | ¦	110	110	6
| | |	111	111	7

Os chineses perderam o significado da *Cova* ou Lineamentos de Fohy, talvez por mais de um mil anos atrás, e eles fizeram Comentários sobre isso, onde eles procuraram não se sabe, então era necessário que a verdadeira explicação lhes viesse agora dos Europeus. Veja como: há pouco mais de dois anos que enviei ao R. P. Bouvet, famoso jesuíta francês, que mora em Pequim, minha

maneira de contar por 0 e 1, e não demorou muito para ele reconhecer que se tratava da chave das Figuras de Fohy. Assim escrevendo para mim em 14 de novembro de 1701, ele me enviou a grande Figura deste Filósofo Príncipe que vai a 64, e não deixa mais lugar para duvidar da verdade de nossa interpretação, de modo que possamos dizer que esse Padre decifrou o Enigma de Fohy, usando o que eu havia comunicado a ele. E como essas Figuras são talvez o mais antigo monumento da ciência que está no mundo, esta restituição de seu significado, após um longo intervalo de tempo, vai parecer ainda mais curiosa.

O conhecimento das Figuras de Fohy e minha Tabela de Números é melhor vista quando nela substituímos os zeros iniciais, que parecem supérfluos, mas que servem para marcar melhor o período da coluna, como eu os completei com pequenos círculos para distingui-los dos zeros necessários, e esse acordo me dá uma ótima opinião sobre a profundidade das meditações de Fohy. Porque o que parece fácil para nós agora, não foi nos tempos distantes. Mas a Aritmética Binária ou Diádica é de fato fácil hoje, se você pensar sobre isso, porque a nossa maneira de contar ajuda muito, pois parece que nós apenas subtraímos o excesso. Mas esta Aritmética ordinária para dez não parecia forte antigamente, a menos que os Gregos e Romanos a ignoraram e se privaram de suas vantagens. Parece que a Europa deve a introdução [da Aritmética ordinária] a Gerbert, depois ao Papa sob o nome de Sylvester II, que a obteve dos Mouros da Espanha.

Ora, como se acredita na China que Fohy ainda é o Autor dos Caracteres Chineses, embora muito alterados pelo tempo, seu Ensaio de Aritmética faz parecer que ainda pode haver algo considerável em relação aos números e às ideias, se alguém pudesse desenterrar a base da Escrita Chinesa, especialmente porque se acredita que na China, existem os números para estabelecê-lo. O R. P. Bouvet está muito ocupado para se dedicar a este ponto, e muito capaz de obter sucesso em vários outros assuntos. No entanto, não sei se alguma vez houve na Escrita

Chinesa um benefício que se aproxime do que deve necessariamente estar em uma Característica que eu projeto. É que qualquer raciocínio que possa ser extraído das noções, poderia ser extraído das noções por um meio de cálculo, que seria um dos meios mais importantes de ajudar a mente humana.

Biografias

Beatriz Rodrigues Morais, nascida na cidade de Sabinópolis no interior de Minas Gerais, onde estudei os 6 primeiros anos da minha vida em uma escola municipal. Os últimos anos do fundamental e o ensino médio cursei na Escola Estadual Raimundo Deco. Descobri nos meus anos de estudo, a minha paixão por Matemática e demais Ciências Exatas, o que me levou a optar por seguir a carreira de Engenharia e estudar na UFVJM. E-mail: beatriz310.rmorais@gmail.com

Maira Regiane Ventura Rocha, Bacharel em Ciência e Tecnologia pela UFVJM (2016), e graduanda em Engenharia Mecânica pela mesma universidade. E-mail: maira_regiane@hotmail.com

Naubert Mendes Silva, nascido em 18 de outubro 1997 em Porteirinha-MG, graduando em Ciência e Tecnologia pela Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. E-mail: naubertmendes@gmail.com

Raquel Anna Sapunaru, professora de Filosofia da Ciência e afins, no Instituto de Ciência e Tecnologia da UFVJM. E-mail: raquel.sapunaru@ict.ufvjm.edu.br